УДК 621.391

Математические модели рядов предпочтительных значений для резисторов и конденсаторов

Mathematical models of series of preferred values for resistors and capacitors

Ясинский / Yasinsnskii S.
Сергей Александрович
(yasinsky777@mail.ru)
доктор технических наук, доцент.
ЗАО «Институт телекоммуникаций»,
ведущий специалист.
г. Санкт-Петербург

Малиновский / Malinovskiy I.
Игорь Иванович
(malin65.igor@mail.ru)
ФГКВОУ ВО «Военная академия связи имени
Маршала Советского Союза
С. М. Буденного» МО РФ,
преподаватель кафедры сетей связи
и систем коммутации.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: ряды предпочтительных значений – series of preferred values; золотое сечение – golden ratio; геометрическая прогрессия – geometric progression; резисторы – resistors; конденсаторы – capacitors; математические модели – mathematical models.

В статье предлагаются общие и частные математические модели действующих и альтернативных рядов предпочтительных значений для резисторов и конденсаторов в схемах радиоэлектронной аппаратуры и электротехники. В предложенных математических моделях используется рекуррентное свойство золотого сечения, которое в сравнении с действующими моделями позволяет обеспечивать эквивалентную замену любого номинала элемента на два элемента с иными номиналами путем их последовательного или параллельного соединения. Полученный эффект взаимозаменяемости элементов в рядах предпочтительных значений позволят повысить ремонтопригодность изделий и более эффективно решать проблему импортозамещения в электросвязи.

The article offers general and particular mathematical models of current and alternative series of preferred values for resistors and capacitors in circuits of electronic equipment and electrical engineering. Mathematical models use the recurrent property of the golden ratio, which, in comparison with current models of series allows for the equivalent replacement of any nominal element by two elements with different nominal values by connecting them in series or parallel. The resulting effect of interchangeability of elements in the series of preferred values will increase the maintainability of products and more effectively solve the problem of import substitution in telecommunications.

Введение

Несмотря на бурное развитие микроэлектроники, при производстве различного рода изделий электросвязи и бытовой электротехники широко используются навесные пассивные электронные элементы (ПЭЭ), основу которых составляют резисторы, конденсаторы и катушки индуктивности. С целью стандартизации и унификации резисторов и конденсаторов разработаны и действуют соответствующие стандарты в виде рядов предпочтительных значений (РПЗ) серии E [1, 2], в основу которых заложено семь геометрических прогрессий (ГП) и базовый знаменатель ГП (ЗГП) для второго (базового) в порядке нумерации (ПН) ряда значений $E6$:

$$q_E(\mathrm{E6}) = \sqrt[6]{10} = 10^{1/6} = 1,46779926\ldots .$$

В работе [3] автором предложены альтернативные РПЧ (ряды предпочтительных чисел) для ПЭЭ серии Φ с базовым ЗГП для второго (базового) в ПН ряда значений Ф5:

$$q_\Phi(\Phi5) = 1,61803398\ldots = \Phi, \qquad (1)$$

где Φ – золотое сечение (золотая пропорция) [4, 5].

Альтернативные РПЗ серии Φ в отличие от рядов серии E за счет двукратной эквивалентной замены каждого из элементов определенного номинала на два элемента иного номинала позволяют повысить степень ремонтопригодности радиоэлектронной аппаратуры и электротехнических устройств в области электросвязи [3].

Анализ действующих и альтернативных РПЗ показал:

– в действующих стандартах для РПЗ серии E

указаны частные математические модели (ММ) в виде ГП для каждого из семи рядов [1, 2];

– в работе [3] приводится только одна частная ММ Ф5 из семи разработанных РПЗ серии *Ф*;

– для каждой из серии РПЗ не разработана общая ММ, позволяющая объединять все семь рядов в одно формализованное выражение для вычисления *n*-го члена каждого из РПЗ серии *E*.

Следовательно, целью настоящих исследований является разработка общих и недостающих частных ММ для РПЧ действующей серии *E* и альтернативной серии *Ф*.

Математические модели действующих рядов предпочтительных значений для резисторов и конденсаторов

Действующие РПЗ для резисторов и конденсаторов серии *E* образованы по аналогии с намного раньше реализованными в стандартах и применяемых на практике рядами предпочтительных чисел (РПЧ) для установления градаций и отдельных значений параметров технических объектов серии *R* (серия Ренара), в которой для второго (базового) в ПН ряда чисел R5 принято использовать базовый ЗГП [6]:

$$q_R(\mathrm{R5}) = \sqrt[5]{10} = 10^{1/5} = 1{,}58489319\ldots .$$

На основе данных из ГОСТ 28884–90 (МЭК 63-63) по обозначению РПЧ и ЗГП разработаны формулы (частные ММ) для вычисления значений любого заданного *n*-го члена ГП с количеством членов N_m в каждом *m*-м ряду серии *E*, которые приведены в таблице 1.

Анализ содержания ГОСТ 28884–90 (МЭК 63-63) и IEC 60063:2015 показал, что в этих действующих стандартах РПЧ для резисторов и конденсаторов отсутствует общая ММ, с помощью которой можно вычислять значения любого необходимого *n*-го члена ГП из рядов серии несмотря на наличие такой общей ММ в ГОСТ 8032–84 (СТ СЭВ 3961-83) для РПЧ [6].

Для вычисления значения любого необходимого *n*-го члена ГП из РПЗ серии *E* предлагается использовать общую ММ для всей совокупности из семи рядов:

$$q_{n,m}(E) = 10^{(n-1)/N_m},\ n = \overline{1, N_m},\ N_m = 3\cdot 2^{m-1},\ m = \overline{1,7}, \qquad (2)$$

где *m* – порядковый номер РПЗ, N_m – количество членов ГП в *m*-м ряду или последний номер числа в ряду.

Математические модели альтернативных рядов предпочтительных значений для резисторов и конденсаторов на основе золотого сечения

Используя материалы исследования в работе [3] по разработке альтернативных РПЗ для ПЭЭ с минимальной двукратной взаимозаменяемостью каждого из этих элементов двумя элементами с иными номиналами, что не позволяют обеспечивать действующие стандарты [1] и [2], следует отметить, что в качестве ММ альтернативных РПЗ приведено только две частных из семи, а остальные пять частных ММ и общая ММ для вычисление *n*-го члена в каждой из семи ГП серии *Ф* отсутствуют.

Следовательно, во исполнение упущенных сведений по разработке всех частных ММ для вычисления *n*-го члена из рядов серии *Ф*, в таблице 2 приводятся полученные основные данные для семи альтернативных РПЗ и все частные ММ.

Для вычисления значения любого необходимого *n*-го члена ГП из РПЗ серии *Ф* предлагается использовать общую ММ для совокупности из 6 рядов в

Таблица 1

Частные ММ для вычисления *n*-го члена из рядов серии

Порядковый номер ($m = \overline{1,7}$)	Обозначение РПЧ серии *E*	N_m	ЗГП ($10^{1/N_m}$)	Формула для вычисления *n*-го члена ГП, где $n = \overline{1, N_m}$
$m = 1$	E3	3	$10^{1/3} = 2{,}154434\ldots$	$10^{(n-1)/3},\ n = \overline{1, N_1} = \overline{1,3}$
$m = 2$	E6	6	$10^{1/6} = 1{,}467799\ldots$	$10^{(n-1)/6},\ n = \overline{1, N_2} = \overline{1,6}$
$m = 3$	E12	12	$10^{1/12} = 1{,}21152\ldots$	$10^{(n-1)/12},\ n = \overline{1, N_3} = \overline{1,12}$
$m = 4$	E24	24	$10^{1/24} = 1{,}10069\ldots$	$10^{(n-1)/24},\ n = \overline{1, N_4} = \overline{1,24}$
$m = 5$	E48	48	$10^{1/48} = 1{,}04913\ldots$	$10^{(n-1)/48},\ n = \overline{1, N_5} = \overline{1,48}$
$m = 6$	E96	96	$10^{1/96} = 1{,}02427\ldots$	$10^{(n-1)/96},\ n = \overline{1, N_6} = \overline{1,96}$
$m = 7$	E192	192	$10^{1/192} = 1{,}01206\ldots$	$10^{(n-1)/192},\ n = \overline{1, N_7} = \overline{1,192}$

рамках 7 полученных, начиная с ПН 2 и завершая ПН 7, т. е. за исключением ПН *m*=1, которая представляется как

$$q_{n,m}(\Phi) = \Phi^{(n-1)/2^{m-2}},\ m = \overline{2,7},\ n = \overline{1, N_m}, \tag{3}$$

где *m*− порядковый номер РПЗ, N_m− количество членов ГП в *m*-м ряду (см. таблицу 2) или последний номер числа в ряду. Так как РПЧ Ф3 с ПН *m*=1 является исключением из ММ (3), то для него вычисление *n*-го члена ГП производится с помощью выражения

$$\Phi^{2(n-1)},\ n = \overline{1,3}. \tag{4}$$

С помощью (4) формируется в ПН первый РПЧ (*m*=1):

$$\text{Ф3: Ф}^0\text{=1,0; Ф}^2\text{=2,61803; Ф}^4\text{=6,85409; 10,0.} \tag{5}$$

За первым рядом в ПН (5) следует базовый второй ряд (*m*=2):

$$\text{Ф5:Ф}^0\text{=1;Ф}^1\text{=1,61803;Ф}^2\text{=2,61803;}$$
$$\text{Ф}^3\text{=4,23606;Ф}^4\text{=6,85409;10.} \tag{6}$$

За базовым вторым (*m*=2) рядом (6) следует третий и так далее с завершением седьмым РПЗ (*m*=7) альтернативной серии *Ф*, при этом происходит последовательная оптимальная вложенность рядов друг в друга.

Особой отличительной особенностью альтернативных РПЗ для резисторов и конденсатов серии *Ф* относительно действующей серии *E* является наличие возможности обеспечивать эквивалентную замену (ЭЗ) любого из номиналов элементов ряда на два номинала элементов этого же ряда при их последовательном или параллельном соединении на основе использования определенного математического свойства золотого сечения (1) и образуемых на его основе ГП.

Математическое свойство золотого сечения (1) соответствует известному из математики рекуррентному свойству для формирования последовательности чисел Фибоначчи [4], когда очередной член последовательности равен сумме двух предыдущих, а для базового второго ряда (*m*=2) в ПН это свойство представляется в виде ММ

$$\Phi^{n+2} = \Phi^{n+1} + \Phi^n,\ n = \overline{0,2}, \tag{7}$$

которую предлагается использовать для моделирования последовательного соединения двух элементов меньшего номинала по отношению к ЭЗ элементу в альтернативном базовом РПЗ Ф5 серии *Ф* с базовым ЗГП (2) [3].

Что касается параллельного соединения двух элементов большего номинала из базового РПЗ серии с базовым ЗГП (1) для ЭЗ необходимого элемента, то в таких случаях следует использовать следующее выражение:

$$\frac{1}{\Phi^n} = \frac{1}{\Phi^{n+1}} + \frac{1}{\Phi^{n+2}},\ n = 1,4. \tag{8}$$

Каждый из пяти номиналов членов ГП (6) может быть заменен без погрешностей на сумму двух номиналов элементов при последовательном (7) или параллельном (8) их соединении, а возможные варианты ЭЗ одного элемента $Э_{ЭЗ}$ на два ($Э_1$ и $Э_2$) для Ф5 приведены в таблице 3.

Анализ полученных результатов в таблице 3 показал [3]:

− эквивалентная замена элементов Φ^0=1,0 и Φ^1=1,61803... обеспечивается при параллельном соединении двух элементов большего номинала, чем номинал заменяемого элемента;

Таблица 2

Частные ММ для вычисления *n*-го члена из рядов серии *Ф*

Порядковый номер ($m=\overline{1,7}$)	Обозначение РПЧ серии *Ф*	N_m	ЗГП	Формула для вычисления *n*-го члена ГП, где $n=\overline{1,N_m}$
$m=1$	Ф3	3	$\Phi^2 = 2{,}61803...$	$\Phi^{2(n-1)},\ n=\overline{1,3}$
$m=2$	Ф5	5	$\Phi^{1/1} = 1{,}61803...$	$\Phi^{(n-1)/1},\ n=\overline{1,5}$
$m=3$	Ф10	10	$\Phi^{1/2} = 1{,}27201...$	$\Phi^{(n-1)/2},\ n=\overline{1,10}$
$m=4$	Ф20	20	$\Phi^{1/4} = 1{,}12783...$	$\Phi^{(n-1)/4},\ n=\overline{1,20}$
$m=5$	Ф39	39	$\Phi^{1/8} = 1{,}06199...$	$\Phi^{(n-1)/8},\ n=\overline{1,39}$
$m=6$	Ф77	77	$\Phi^{1/16} = 1{,}03053...$	$\Phi^{(n-1)/16},\ n=\overline{1,77}$
$m=7$	Ф154	154	$\Phi^{1/32} = 1{,}01515...$	$\Phi^{(n-1)/32},\ n=\overline{1,154}$

– эквивалентная замена элементов Φ^3=4,23606... и Φ^4=6,85410... обеспечивается при последовательном соединении двух элементов меньшего номинала, чем номинал заменяемого элемента;

– эквивалентная замена элемента Φ^2=2,61803... обеспечивается при последовательном соединении двух элементов меньшего номинала и параллельном соединении двух элементов большего номинала, чем номинал заменяемого элемента.

По аналогии с предлагаемым более эффективным альтернативным базовым РПЗ Ф5 строятся другие РПЧ серии *Ф*, в которых имеет место проявление свойства ЭЗ каждого из номиналов элементов на два элемента с иными номиналами.

Заключение

В результате проведенного анализа математических моделей действующих РПЗ серии *E* и предложенной автором в работе [3] альтернативной серии *Ф*, которая отличается возможностью эквивалентной замены каждого из элементов определенного номинала на два элемента иного номинала путем их последовательного или параллельного соединения, была поставлена цель настоящего исследования по разработке общих и недостающих частных ММ для РПЧ действующей серии *E* и альтернативной серии *Ф*.

Поставленная цель исследования достигнута, что подтверждается полученными следующими научными результатами:

– для вычисления значения любого необходимого *n*-го члена ГП из РПЗ серии *E* на основе системного представления в таблице 1 частных ММ для каждого ряда разработана общая ММ (2) для всей совокупности из семи рядов;

– для вычисления значения любого необходимого *n*-го члена ГП из РПЗ серии *Ф* на основе системного представления в таблице 2 частных ММ для каждого ряда разработана общая ММ (3) для совокупности из шести рядов;

– на основе математических свойств золотого сечения (1) при последовательном соединении и параллельном соединении разработаны соответствующие ММ (7) и (8) для обеспечения расчетов по эквивалентной замене каждого из элементов определенного номинала на два элемента иного номинала в базовом РПЗ Ф5, которые методом аналогии могут быть преобразованы в подобные ММ для рядов Ф10, Ф20, Ф39, Ф77 и Ф154.

Предложенные ММ (частные, общие и для взаимозаменяемости ПЭЭ) серии *Ф* в сравнении с действующей серией *E* позволяют:

– повысить степень ремонтопригодности радиоэлектронной аппаратуры и электротехнических устройств [7, 8];

– снизить импортозависимость от использования ПЭЭ иностранного производства путем постепенного производства и внедрения в изделиях ПЭЭ отечественного производства с учетом обеспечения требований к отказоустойчивости, ремонтопригодности и надежности за счет реализации принципов взаимозаменяемости элементов, что по совокупности позволяет минимизировать время на восстановление электронных изделий в области электросвязи и геоинформационных систем [9–13].

Литература

1. ГОСТ 28884–90 (МЭК 63-63). Ряды предпочтительных значений для резисторов и конденсаторов. – Москва : Стандартинформ, 2006. – 8 с.

Таблица 3

Варианты ЭЗ одного элемента $Э_{ЭЗ}$ на два ($Э_1$ и $Э_2$) для Ф5

Номиналы элементов ряда Ф5:	Варианты ЭЗ одного элемента $Э_{ЭЗ}$ на два ($Э_1$ и $Э_2$)					
	Последовательное соединение $Э_1$ с $Э_2$			Параллельное соединение $Э_1$ с $Э_2$		
	$Э_1$	$Э_2$	$Э_{ЭЗ}=Э_1+Э_2$	$Э_1$	$Э_2$	$Э_{ЭЗ}=Э_1Э_2/(Э_1+Э_2)$
Φ^0=1,0				Φ^1	Φ^2	$\Phi^1\Phi^2/(\Phi^1+\Phi^2)=\Phi^0=1,0$
Φ^1=1,61803...				Φ^2	Φ^3	$\Phi^2\Phi^3/(\Phi^2+\Phi^3)=\Phi^1=1,61803...$
Φ^2=2,61803...	Φ^0	Φ^1	$\Phi^0+\Phi^1=\Phi^2$	Φ^3	Φ^4	$\Phi^3\Phi^4/(\Phi^3+\Phi^4)=\Phi^2=2,61803...$
Φ^3=4,23606...	Φ^1	Φ^2	$\Phi^1+\Phi^2=\Phi^3$			
Φ^4=6,85410...	Φ^2	Φ^3	$\Phi^2+\Phi^3=\Phi^4$			

2. IEC 60063:2015. Preferred number series for resistors and capacitors, 2015. – 9 p.

3. Ясинский, С. А. Альтернативные ряды предпочтительных значений для пассивных электронных элементов / С.А. Ясинский // Электросвязь. – 2025. – № 5. – С. 19–24.

4. Воробьев, Н. Н. Числа Фибоначчи / Н.Н. Воробьев. – Москва : Наука, 1969. – 112 с.

5. Ясинский, С. А. «Золотое» сечение в стандартизации и теории измерения / С.А. Ясинский. – Санкт-Петербург : ВАС им. С.М. Буденного, 2008. – 160 с.

6. ГОСТ 8032–84 (СТ СЭВ 3961–83). Предпочтительные числа и ряды предпочтительных чисел. – Москва : Издательство стандартов, 1984. – 16 с.

7. Ежов, В. Проблемы и перспективы развития отечественной пассивной электронной компонентной базы / В. Ежов // Электроника: Наука, технология, бизнес. – 2019. – № 3 (184). – С. 44–49.

8. Мотало, Р. В. Импортозамещение на рынке электронных компонентов / Р.В. Мотало, А.Н. Брагин // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2023. – Вып. 1. – С. 27–29.

9. Харченко, В. А. Проблемы надежности электронных компонентов / В.А. Харченко // Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники. – 2015. – Т. 18, № 1. – С. 52–57.

10. Тюрин, С. Ф. Статическая оперативная память на основе отказоустойчивой ячейки базового матричного кристалла / С.Ф. Тюрин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. – 2016. – № 17. – С. 16–27.

11. Тюрин, С. Ф. Отказоустойчивая программируемая логическая матрица / С.Ф. Тюрин, А.С. Прохоров // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. – 2017. – № 23. – С. 45–58.

12. Каменских, А. Н. Разработка библиотеки высоконадежных элементов на основе резервирования на транзисторном уровне / А.Н. Каменских // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. – 2021. – № 37. – С. 153–167.

13. Бурдышев, И. В. Анализ методов повышения надежности цифровых устройств / И.В. Бурдышев, С.Ф. Тюрин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. – 2022. – № 41. – С. 52–70.