УДК 654.165

Математическая модель процесса передачи команд управления по радиоканалам автоматизированных систем

Mathematical model of the process of transmission of control commands over radio channels of automated systems

Привалов / Privalov A.
Андрей Андреевич
(aprivalov@inbox.ru)
доктор военных наук, профессор.
ФГБОУ ВО «Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I» (ПГУПС),
профессор кафедры «Электрическая связь».
г. Санкт-Петербург

Привалов / Privalov A.
Александр Андреевич
(a_privalov@bk.ru)
кандидат физико-математических наук, доцент.
ФГБОУ ВО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет»,
доцент кафедры «Прикладная математика».
г. Москва.

Болдинов / Boldinov A.
Алексей Максимович
(23boldinov98@gmail.com)
ПГУПС,
аспирант кафедры «Электрическая связь».
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: сеть передачи данных – data communication network; оценка качества функционирования – functional quality assessment; передача команд управления – transmission of commands; радиоканал – radio channel.

В настоящей статье приводится модель для оценки и анализа качества функционирования радиоканала автоматизированной системы управления поездами в условиях кибервоздействий. Процесс функционирования радиоканала представляется в виде стохастической сети с дальнейшим получением эквивалентной функции и функции распределения времени реализации процесса. В качестве исходных функций распределения случайных величин используется гамма-распределение. Получена эквивалентная функция фрагмента стохастической сети, содержащего логический узел «И».

This paper presents a model for evaluating and analyzing the quality of radio channel operation of an automated train control system under conditions of cyber-attacks. The process of radio channel functioning is represented as a stochastic network with further obtaining the equivalent function and distribution function of the process realization time. The gamma distribution is used as the initial distribution functions of random variables. The equivalent function of a stochastic network fragment containing a logical node "AND" is obtained.

Актуальность

Развитие железнодорожной инфраструктуры привело к увеличению интенсивности железнодорожных перевозок, это привело к появлению автоматизированных систем управления (АСУ) поездами [1]. АСУ – человеко-машинная система, обеспечивающая эффективное функционирование объекта, в которой сбор и обработка информации, необходимой для принятия реализации функций управления, осуществляется с применением средств автоматизации и вычислительной техники [2].

Главной задачей системы передачи данных АСУ является обеспечение передачи достоверных и оперативных команд управления. В результате должна обеспечиваться передача команд управления, поступающих от автоматизированных и информационных систем, через сети передачи данных с использованием стандартов радиосвязи. Использование радиоканалов позволяет проводить комплексный радиообмен данными и непрерывное взаимодействие систем.

АСУ представляет собой сложную архитектуру, в которой каждый уровень взаимодействует друг с другом. В частном случае на рис. 1 представлена архитектура АСУ, которая включает физический, сетевой и программный уровни. Программный уровень служит для формирования базы событий на основе

4 2023.indd 71 13.12.2023 15:55:46

обработки информации, поступающей от физических объектов и выработки команд управления, передаваемых по радиосети передачи данных, расположенной на сетевом уровне, на управляемый объект.

Значительное влияние качества перевозочного процесса ОАО РЖД на успешность большинства отраслей народного хозяйства, с одной стороны, определяет высокие требования к сетям передачи данных подвижной радиосвязи, а с другой – повышенное внимание к ним со стороны злоумышленников, целью которых является нарушение функционирования элементов АСУ ОАО «РЖД» [3]. Следовательно, внедряемые в ОАО «РЖД» АСУ и радиосети передачи данных должны не только обеспечивать оперативное управление перевозочным процессом, но и соответствовать высоким требованиям по кибербезопасности, как элементов автоматизированных систем управления, так и телекоммуникационных сетей [4]. Поэтому актуализируется задача оценки качества функционирования технологических радиосетей передачи команд управления АСУ в условиях кибервоздействий со стороны злоумышленника.

Высокая актуальность задач оценки качества функционирования сетей передачи команд управления АСУ вызывает широкий интерес среди специалистов в области проектирования и построения сетей подвижной радиосвязи различного назначения.

Так, например, в работе [5] представлена математическая модель радиоканала передачи данных. Модель построена с учетом реальной сигнально-помеховой обстановки, возникающей в условиях радиоэлектронного подавления, что позволяет проводить анализ и оценку помехозащищенности радиоканалов. Данная модель ориентирована на расчет параметров помехозащищенности физического канала, однако этапы установления и поддержания установленного соединения логическими каналами данная работа не учитывает и не позволяет учесть особенности функционирования сети в условиях кибервоздействия нарушителя.

В работе [6] предлагается производить оценку качества функционирования радиоканалов, используя исключительно параметры радиоканала: пропускную способность, скорость передачи данных по радиоканалу. Несмотря на то, что подход к оценке качества функционирования радиоканала представляет определенный интерес, он не позволяет определить время доведения информации.

Авторы в работах [12, 13] рассматривают алгоритм передачи сигнала, который учитывает характеристики передаваемого трафика. Учитывая объем и длительность передаваемых данных, дают оценку, сколько из общего объема данных передано успешно. Данный подход не позволяет оценивать время передачи данных и не учитывает время установки соединения с использованием логических каналов, оказывающего существенное влияние на реальную пропускную способность канала радиосвязи.

Интересен подход, который описывается в [14]: в качестве логического канала, который отвечает за установления соединения, авторы рассматривали

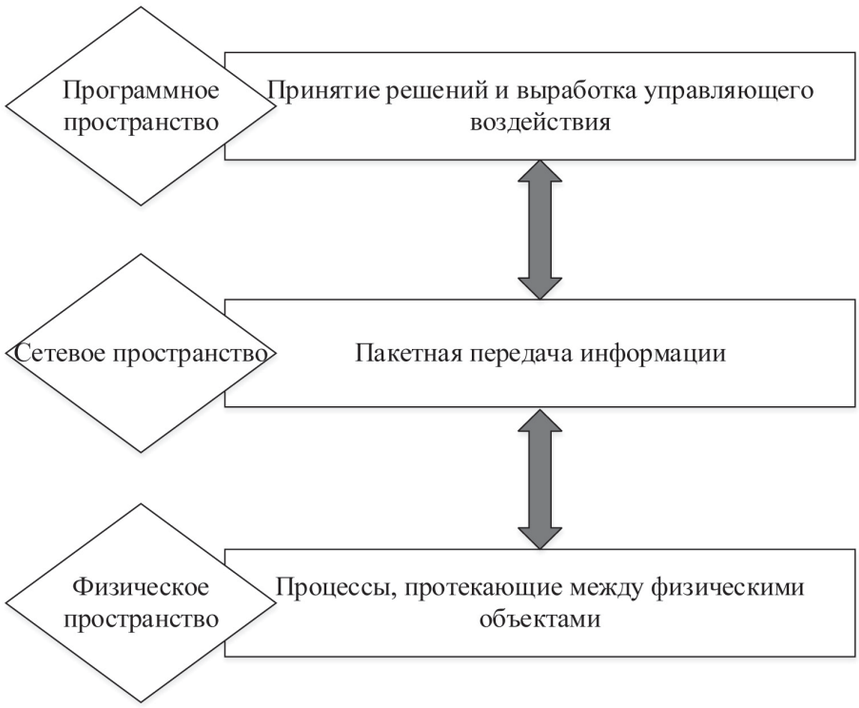

Рис. 1. Архитектура АСУ

4 2023.indd 72 13.12.2023 15:55:46

метод автоматического установления линии связи за счёт скачкообразного изменения частоты. Авторы исследовали вероятность установления соединения и значение пропускной способности канала, но не учитывали характеристик случайного времени установления соединения или перестройки частоты. Данный метод рассмотрен авторами и в [15], где также учитывается только коэффициент ошибки на бит, но не рассматривается время установления соединения.

Работы [16, 17] посвящены анализу стандартов радиосигнализации, с использованием которых обеспечивается обмен данными между поездом и центром радиоблокировки. Авторы рассматривали Европейскую систему управления железнодорожным движением (ERMTS), разработанную для обеспечения безопасности движения поездов [18–19]. В процессе исследования анализировались пути совершенствования методов сокращения времени сбора данных о параметрах движения поезда с использованием радиоканала. Были проведены исследования о влиянии скорости движения поезда на получение данных о его характеристиках. Данная методика ориентирована на получение средних значений параметров и не позволяет получить функцию распределения времени успешной реализации процесса управления.

В настоящей статье авторы предлагают модель, учитывающую процессы установления соединения, поддержания установленного соединения и передачи команд управления в условиях реальной сигнально-помеховой обстановки и кибервоздействия нарушителя. Она позволяет определять функцию распределения времени доведения команд управления по радиоканалу подвижной радиосвязи с учетом времени установления соединения, передачи данных и поддержания установленного соединения. Особенностью данной модели является снятие ограничений на вид используемых распределений случайного времени реализации частных процессов и строгое получение эквивалентной функции фрагмента стохастической сети, содержащего логический узел «И».

Описательная модель

Процесс передачи команд управления по радиоканалу состоит из нескольких этапов. На первом этапе управляющий объект отправляет запрос на установление соединения с управляемым объектом. Если данный запрос не подтверждается, то происходит отправка повторного запроса [7]. В случае успешного установления соединения управляемый объект

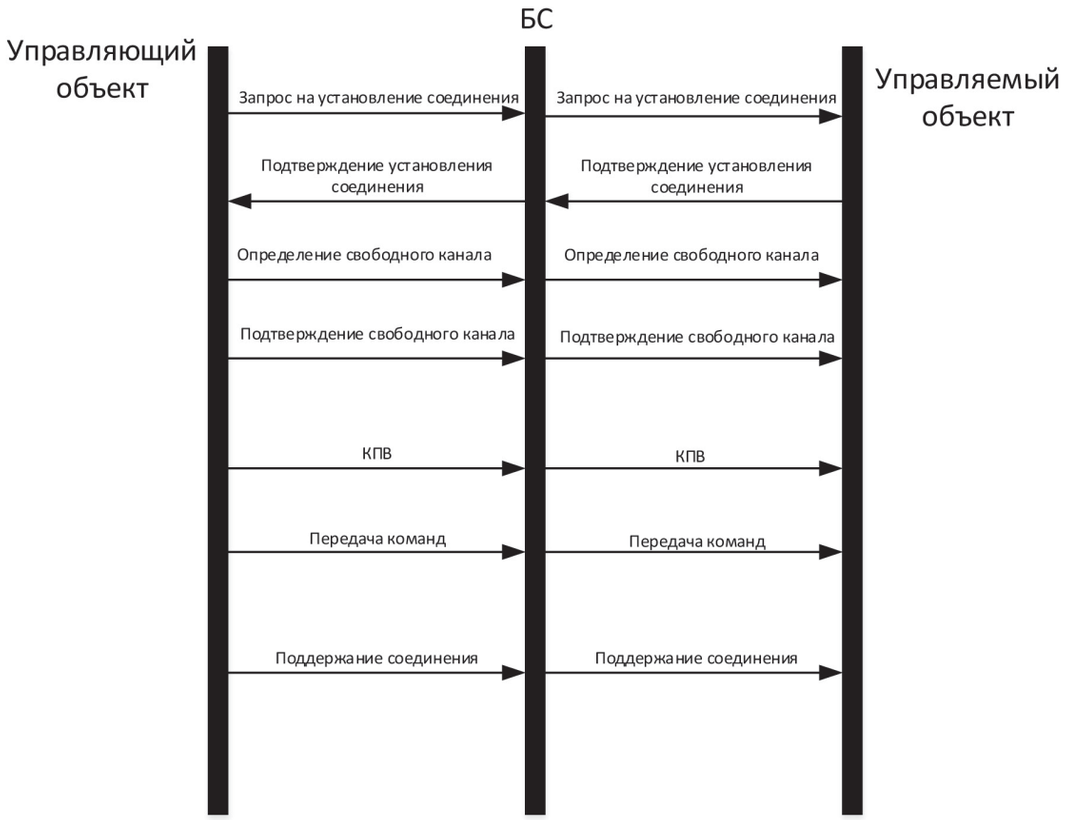

Рис. 2. Диаграмма передачи данных

4 2023.indd 73 13.12.2023 15:55:47

отправляет подтверждение установления соединения. Далее происходит определение свободного физического канала для передачи команд и установление соединения, что обеспечивается за счет контроля посылки вызова (КПВ). После установления соединения управляющий объект отправляет управляемому данные, содержащие команды управления. При этом одновременно с передачей команд управления реализуется процесс поддержания соединения (рис. 2).

Постановка задачи

Пусть имеется радиоканал, обеспечивающий передачу команд управления, включающий физический и логические каналы, обеспечивающие передачу команд, установление соединения и поддержание установленного соединения. Данный радиоканал функционирует в условиях постоянно действующих случайных помех и кибервоздействий нарушителя. При этом кибервоздействие реализуется нарушителем успешно с вероятностью $P_{ка}$ и имеет целью нарушение управления АСУ.

При необходимости передачи команд управления происходит инициализация процесса установления соединения с использованием логических каналов.

Предположим, что процесс установления соединения реализуется успешно за случайное время t_h с функцией распределения $H(t)$. После установления соединения реализуется процесс передачи команд управления по физическому каналу за случайное время t_a с функцией распределения $A(t)$.

При этом процесс передачи данных сопровождается передачей по логическому каналу команд на поддержание установленного соединения в течении случайного времени t_b с функцией распределения $B(t)$.

Если воздействие на передаваемые по физическому каналу команды не успешно, а вероятность этого события равна $(1-P_{ка})$, то подлежащие передаче команды управления будут успешно доставлены адресату АСУ за случайное время t_{b1} с функцией распределения $B1(t)$, определяемое скоростью передачи R и объемом передаваемых данных V. В противном случае с вероятностью $P_{ка}$ кибервоздействие нейтрализуется в течение случайного времени t_{d1} с функцией распределения $D1(t)$, а команды передаются повторно.

Команда на поддержание установленного соединения, имеющая случайную длительность t_c с функцией распределения $C(t)$, передается в течение случайного интервала времени t_b с функцией распределения $B(t)$ с вероятностью $P(t_c > t_b)$. С обратной вероятностью $P(t_c < t_b)$ команда на поддержание соединения передается повторно.

Требуется определить среднее время и функцию распределения времени успешной передачи сигналов управления по радиоканалу.

Решение

Представим описанный в постановке задачи процесс передачи команд управления в виде укрупненной стохастической сети [8], представленной на рис. 3.

Для решения поставленной задачи необходимо определить эквивалентные функции каждого частного процесса отдельно.

1) Определение функции распределения процесса установления соединения.

Процесс установления соединения по логическому каналу был рассмотрен в работе [9], эквивалентная функция имеет вид (1):

$$h(s) = \frac{P_1 b(s) r(s)[P_2 + (1-P_2)u(s)P_3 r(s)]}{1-(1-P_1)b(s)-(1-P_2)u(s)(1-P_3)P_1 b(s) r(s)}; \quad (1)$$

где:

- P_1 – вероятность успешного приема кадра КВС;
- P_2 – вероятность успешного приема УПС, КПС и ДИСТАНЦИИ;
- P_3 – вероятность успешного приема БС сигналов УПС, КПС и ДИСТАНЦИИ после регулирования мощности;

$b(s)$, $r(s)$ и $u(s)$ – преобразования Лапласа-Стилтьеса функции распределения времени приема КВС, времени успешного приема УПС, КПС, ДИСТАНЦИИ, времени регулирования мощности случайных величин, т.е.:

$$b(s) = \int_0^\infty e^{-st} d[B(t)]; \; r(s) = \int_0^\infty e^{-st} d[R(t)]; \; u(s) = \int_0^\infty e^{-st} d[U(t)]. \quad (2)$$

В отличие от подхода, изложенного в [9], определим функцию распределения времени установления соединения на основе метода двухмоментной

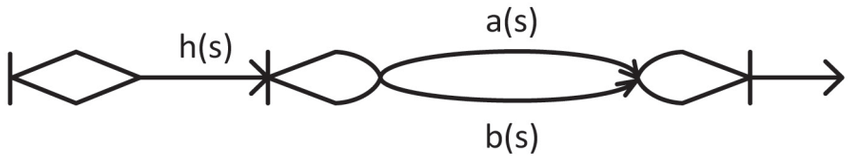

Рис. 3. Укрупненная стохастическая сеть процесса передачи команд управления по радиоканалу АСУ

4 2023.indd 74 13.12.2023 15:55:49

аппроксимации [10], с этой целью определим первые два момента случайного времени установления соединения, а также параметры формы и масштаба гамма-распределения:

$$M_{1h} = (-1)^1 \frac{d}{ds}\left(\frac{h(s)}{h(0)}\right)_{s=0};$$

$$M_{2h} = (-1)^2 \frac{d^2}{ds^2}\left(\frac{h(s)}{h(0)}\right)_{s=0};$$

$$D_h = M_{2h} - M_{1h}^2;$$

$\nu = \frac{M_{1h}}{D_h}$ – параметр формы;

$\varsigma = \frac{M_{1h}^2}{D_h}$ – параметр масштаба.

Тогда функция распределения времени установления соединения имеет вид:

$$H(t) = \frac{\nu^{\varsigma}}{\Gamma(\varsigma)} \int_0^t t^{\varsigma-1} e^{-\nu t} dt.$$

Изображением является: $h(s) = \left(\frac{\nu}{\nu + s}\right)^{\varsigma}$.

2) Определение функции распределения процесса передачи команд управления.

Представим процесс передачи команд управления в виде стохастической сети (рис. 4).

На рисунке обозначено:

· $P_{ка}$ – вероятность реализации компьютерной атаки (КА);

$b1(s)$, $d1(s)$ – преобразования Лапласа-Стилтьеса функций распределения времени передачи пакета заданного объема и времени восстановления после воздействия компьютерной атаки соответствующих случайных величин, т. е.:

$$b1(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} d[B1(t)]; \; d1(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} d[D1(t)]. \quad (3)$$

Эквивалентная функция стохастической сети (рис. 4) имеет вид (4):

$$a(s) = \frac{(1 - P_{ка}) b1(s)}{1 - (P_{ка} b1(s) d1(s))}. \quad (4)$$

Функция распределения времени передачи команд управления определяется аналогично и представляется в виде гамма-функции (5):

$$A(t) = \frac{\sigma^{\rho}}{\Gamma(\rho)} \int_0^t t^{\rho-1} e^{-\sigma t} dt. \quad (4)$$

где:

$$M_{1a} = (-1)^1 \frac{d}{ds}\left(\frac{a(s)}{a(0)}\right)_{s=0};$$

$$M_{2a} = (-1)^2 \frac{d^2}{ds^2}\left(\frac{a(s)}{a(0)}\right)_{s=0};$$

$$D_a = M_{2a} - M_{1a}^2;$$

$\sigma = \frac{M_{1a}}{D_a}$ – параметр формы;

$\rho = \frac{M_{1a}^2}{D_a}$ – параметр масштаба.

3) Определение функции распределения процесса поддержания соединения.

Процесс поддержания соединения представляется в виде стохастической сети (рис. 5).

На рисунке обозначено:

$c(s)$ – преобразование Лапласа-Стилтьеса функции распределения длительности команды на поддержание соединения;

$a(s+c)$ – преобразование Лапласа-Стилтьеса функции распределения времени повторного поддержания во время передачи;

$a(s)$ – преобразование Лапласа-Стилтьеса функции распределения времени передачи команд управления;

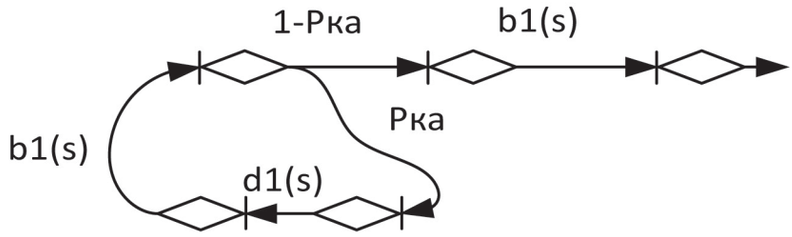

Рис. 4. Стохастическая сеть процесса передачи команд управления по физическому каналу

4 2023.indd 75 13.12.2023 15:55:49

$$c(s)=\int_0^\infty e^{-st}d[C(t)];\ a(s)=\int_0^\infty e^{-st}d[A(t)]. \quad (6)$$

Эквивалентная функция стохастической сети (рис. 5) имеет вид (7):

$$b(s)=\frac{c(s)(1-a(s+c))a(s)}{1-\left[c(s)(a(s+c))\right]}. \quad (7)$$

Функция распределения времени поддержания соединения определяется аналогично и представляется в виде гамма-функции (8):

$$B(t)=\frac{\theta^\zeta}{\Gamma(\zeta)}\int_0^t t^{\zeta-1}e^{-\theta t}dt. \quad (8)$$

где:

$$M_{1b}=(-1)^1\frac{d}{ds}\left(\frac{b(s)}{b(0)}\right)_{s=0};$$

$$M_{2b}=(-1)^2\frac{d^2}{ds^2}\left(\frac{b(s)}{b(0)}\right)_{s=0};$$

$$D_b=M_{2b}-M_{1b}^2;$$

$\theta=\frac{M_{1b}}{D_b}$ – параметр формы;

$\zeta=\frac{M_{1b}^2}{D_b}$ – параметр масштаба.

Результаты, полученные в пунктах 1–3, позволяют определить эквивалентную функцию стохастической сети (рис. 3):

$$Q(s)=h(s)L\{A(t)B(t)\}; \quad (9)$$

где: $L\{A(t)B(t)\}$ – оператор преобразования Лапласа произведения двух функций распределения [11].

Для определения преобразования Лапласа правого сомножителя в формуле (9), используя формулы (5) и (8), предлагается следующий подход.

Пусть задана функция распределения:

$$F(x)=\frac{\sigma^\rho\theta^\zeta}{\Gamma(\rho)\Gamma(\zeta)}\int_0^x t^{\rho-1}e^{-\sigma t}dt\int_0^x t^{\zeta-1}e^{-\theta t}dt, \quad (10)$$

с функцией плотности:

$$f(x)=\frac{\sigma^\rho\theta^\zeta}{\Gamma(\rho)\Gamma(\zeta)}(g(x)G_1(x)+g_1(x)G(x)), \quad (11)$$

где g – производные: $g(t)=t^{\rho-1}e^{-\sigma t}$, $g_1(t)=t^{\zeta-1}e^{-\theta t}$, а G – их первообразные:

$$G(x)=\int_0^x t^{\rho-1}e^{-\sigma t}dt,\ G_1(x)=\int_0^x t^{\zeta-1}e^{-\theta t}dt.$$

Определим изображения производных и их первообразных:

$$L(g,s)=\int_0^x t^{\rho-1}e^{-\sigma t}e^{-st}dt=\frac{1}{(s+\sigma)^\rho}\int_0^\infty u^{\rho-1}e^{-u}du=\frac{\Gamma(\rho)}{(s+\sigma)^\rho}; \quad (12)$$

$$L(g_1,s)=\int_0^x t^{\zeta-1}e^{-\theta t}e^{-st}dt=\frac{1}{(s+\theta)^\zeta}\int_0^\infty u^{\zeta-1}e^{-u}du=\frac{\Gamma(\zeta)}{(s+\theta)^\zeta}; \quad (13)$$

$$L(G,s)=\frac{1}{s}L(g,s)=\frac{\Gamma(\rho)}{s(s+\sigma)^\rho}=\frac{\Gamma(\rho)}{(s+\sigma)^{\rho+1}}\sum_{k=0}^\infty\left(\frac{\sigma}{s+\sigma}\right)^k=$$
$$=\Gamma(\rho)\sum_{k=0}^\infty\frac{\sigma^k}{(s+\sigma)^{\rho+k+1}}; \quad (14)$$

$$L(G_1,s)=\frac{1}{s}L(g_1,s)=\frac{\Gamma(\zeta)}{s(s+\theta)^\zeta}=\frac{\Gamma(\zeta)}{(s+\theta)^{\zeta+1}}\sum_{k=0}^\infty\left(\frac{\theta}{s+\theta}\right)^k=$$
$$=\Gamma(\zeta)\sum_{k=0}^\infty\frac{\theta^k}{(s+\theta)^{\zeta+k+1}}. \quad (15)$$

Подставляя (12–15) в (11), получим изображение функции плотности:

$$HA(s,N)=[HA_1(s,N)+HA_2(s,N)]\frac{(\sigma^\rho\theta^\zeta)}{[\Gamma(\rho)\Gamma(\zeta)]}; \quad (16)$$

где:

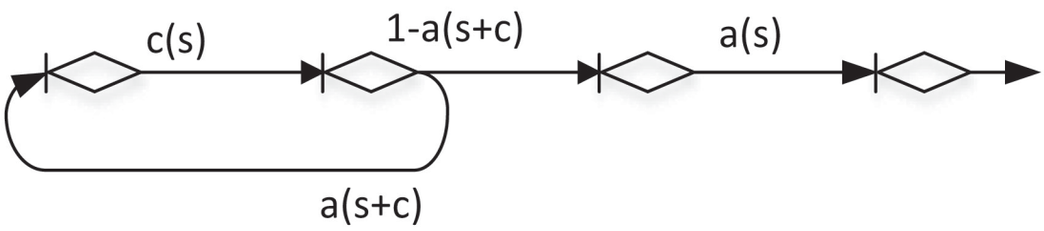

Рис. 5. Стохастическая сеть процесса поддержания соединения по логическому каналу

4 2023.indd 76 13.12.2023 15:55:53

$$HA_1(s,N)=\Gamma(\rho+\zeta)\sum_{k=0}^{N}\left[\frac{\sigma^k}{(s+\sigma+\theta)^{(\rho+\zeta+k)}}\frac{f(\rho+\zeta+k-1,k)}{f(\rho+k,k+1)}\right];$$

$$HA_2(s,N)=\Gamma(\rho+\zeta)\sum_{k=0}^{N}\left[\frac{\theta^k}{(s+\sigma+\theta)^{(\rho+\zeta+k)}}\frac{f(\rho+\zeta+k-1,k)}{f(\zeta+k,k+1)}\right];$$

$$f(x,k)=\left|\begin{array}{l}\prod_{j=0}^{k-1}(x-j),k>0\\ 1,k=0\end{array}\right.$$ – нисходящий факториал.

Осуществляя почленный переход в пространство оригиналов, интегрируя полученный результат с переменным верхним пределом, получим функцию распределения времени совместной реализации процессов передачи данных и поддержания соединения:

$$HF(t,N)=[HF_1(t,N)+HF_2(t,N)]\frac{(\sigma^\rho\theta^\zeta)}{[\Gamma(\rho)\Gamma(\zeta)]};\qquad(17)$$

где:

$$HF_1(t,N)=\Gamma(\rho+\zeta)\sum_{k=0}^{N}\left[\frac{\sigma^k\gamma[(\sigma+\theta)t,\rho+\zeta+k]}{(\sigma+\theta)^{(\rho+\zeta+k)}}\frac{f(\rho+\zeta+k-1,k)}{f(\rho+k,k+1)}\right];$$

$$HF_2(t,N)=\Gamma(\rho+\zeta)\sum_{k=0}^{N}\left[\frac{\theta^k\gamma[(\sigma+\theta)t,\rho+\zeta+k]}{(\sigma+\theta)^{(\rho+\zeta+k)}}\frac{f(\rho+\zeta+k-1,k)}{f(\zeta+k,k+1)}\right];$$

$\gamma[(\sigma+\theta)t,\rho+\zeta+k]$ – гамма-распределение с параметрами $(\sigma+\theta)t$ и $(\rho+\zeta+k)$.

Подставляя (16) в (9), получим эквивалентную функцию стохастической сети (рис. 3):

$$QA(s,N)=\left(\frac{\nu}{\nu+s}\right)^{\xi}[HA_1(s,N)+HA_2(s,N)]\frac{(\sigma^\rho\theta^\zeta)}{[\Gamma(\rho)\Gamma(\zeta)]}=$$

$$=\frac{(\sigma^\rho\theta^\zeta)}{[\Gamma(\rho)\Gamma(\zeta)]}\left\{\begin{array}{l}\Gamma(\rho+\zeta)\sum_{k=0}^{N}\left[\frac{\sigma^k(\lambda_k)^{\alpha_k}}{(s+\lambda_k)^{\alpha_k}(\sigma+\theta)^{(\rho+\zeta+k)}}\frac{f(\rho+\zeta+k-1,k)}{f(\rho+k,k+1)}\right]+\\ +\Gamma(\rho+\zeta)\sum_{k=0}^{N}\left[\frac{\theta^k(\lambda_k)^{\alpha_k}}{(s+\lambda_k)^{\alpha_k}(\sigma+\theta)^{(\rho+\zeta+k)}}\frac{f(\rho+\zeta+k-1,k)}{f(\zeta+k,k+1)}\right]\end{array}\right\};\qquad(18)$$

где: $\lambda_k=\frac{T_k}{D_k}$; $\alpha_k=\frac{T_k^2}{D_k}$ – k-е параметры масштаба и формы;

$$T_k=\frac{\rho+\zeta+k}{\sigma+\theta}+M_{1h};\ D_k=\frac{\rho+\zeta+k}{(\sigma+\theta)^2}+D_h.$$

Осуществляя почленный переход в пространство оригиналов, интегрируя полученный результат (18) с переменным верхним пределом, получим искомую функцию распределения времени успешной передачи команд управления по радиоканалу АСУ:

$$QF(t,N)=\frac{(\sigma^\rho\theta^\zeta)}{[\Gamma(\rho)\Gamma(\zeta)]}\left\{\begin{array}{l}\Gamma(\rho+\zeta)\sum_{k=0}^{N}\left[\frac{\sigma^k\gamma(\lambda_k t,\alpha_k)}{(\sigma+\theta)^{(\rho+\zeta+k)}}\frac{f(\rho+\zeta+k-1,k)}{f(\rho+k,k+1)}\right]+\\ +\Gamma(\rho+\zeta)\sum_{k=0}^{N}\left[\frac{\theta^k\gamma(\lambda_k t,\alpha_k)}{(\sigma+\theta)^{(\rho+\zeta+k)}}\frac{f(\rho+\zeta+k-1,k)}{f(\zeta+k,k+1)}\right]\end{array}\right\}.\qquad(19)$$

В свою очередь, среднее время успешной передачи команд управления по радиоканалу:

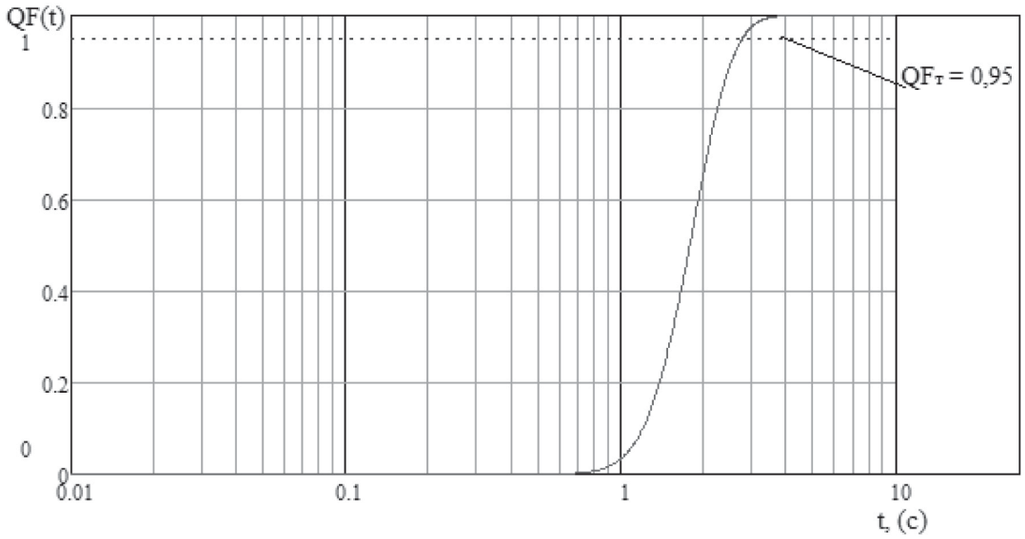

Рис. 6. График функции распределения времени успешной передачи команд управления по радиоканалу АСУ

4 2023.indd 77 13.12.2023 15:55:54

$$T(N)=\frac{(\sigma^{\rho}\theta^{\zeta})}{[\Gamma(\rho)\Gamma(\zeta)]}\left\{\begin{array}{l}\Gamma(\rho+\zeta)\sum_{k=0}^{N}\left[\frac{\sigma^{k}T_{k}}{(\sigma+\theta)^{(\rho+\zeta+k)}}\frac{f(\rho+\zeta+k-1,k)}{f(\rho+k,k+1)}\right]+\\+\Gamma(\rho+\zeta)\sum_{k=0}^{N}\left[\frac{\theta^{k}T_{k}}{(\sigma+\theta)^{(\rho+\zeta+k)}}\frac{f(\rho+\zeta+k-1,k)}{f(\zeta+k,k+1)}\right]\end{array}\right\}.$$

Таким образом, поставленная задача решена.

Пример расчета:

По полученным соотношениям проведены расчеты при следующих исходных данных:

- время приема кадров по КВС $t_b = 0.35$ (с);
- время приема УПС, КПС и ДИСТАНЦИИ $t_r = 0.34$ (с);
- время регулирования УИМ $t_u = 0.56$ (с);
- значение вероятностей: $P_1 = P_2 = P_3 = 0.999$;
- время передачи пакета $t_{b1} = 0.95$ (с);
- время нейтрализации кибервоздействия нарушителя $t_{d1} = 1$ (с);
- вероятность совершения кибервоздействия нарушителем $P_{\text{ка}} = 0.01$;
- время поддержания соединения $t_c = 0.1$ (с).

Результаты расчетов, представленные на рис. 6 в виде графика, показывают, что при указанных исходных данных радиоканал обеспечивает передачу команд до управляемого объекта АСУ с вероятностью не хуже 0,95 за время, не превышающее 2,77 (с), что удовлетворяет требованиям, предъявляемым к каналам передачи сигналов управления АСУ общего назначения.

Анализ полученных результатов.

1. Вероятность успешной доставки сигналов не может превышать некоторого максимального значения, определяемого при условии отсутствия информационного воздействия на сеть со стороны нарушителя и абсолютно надежных элементах, т. е.

$$P_{\max}(t \le T_z) = \lim_{\substack{P_{\text{ка}}\to 0\\ P_i\to 1}} QF(t=T_z,N).$$

При этом время доставки пакета зависит только от объема передаваемых пакетов, скорости их передачи и реализованной процедуры установления соединения.

Вид предельной функции распределения времени доставки сигналов показан на рис. 7.

2. В случае наличия доступности и реализации информационного воздействия нарушителя на физический канал вероятность успешной доставки пакетов за заданное время значительно ухудшается (рис. 8). Расчеты показывают, что в условиях компьютерных атак нарушителя время успешной доставки пакетов увеличивается в 4 и более раз при снижении реальной пропускной способности маршрута передачи. Так, например, при увеличении вероятности реализации компьютерных атак нарушителем от $P_{\text{ка}} = 0.009$ до $P_{\text{ка}} = 0.5$, среднее время доставки данных увеличивается с $T_r = 2$ (с) (с) до $T_r = 6.54$ (с).

3. Реализация нарушителем КА на физический канал передачи оказывает влияние не только на время успешной передачи команд, но и на реальную пропускную способность радиоканала (рис. 9), определяемую как:

$$\lambda_1(t,N)=\frac{\frac{d}{dt}QF(t,N)}{1-QF(t,N)}.$$

Слабая зависимость значений интенсивности потока успешно доставленных пакетов показывает, что при функционировании в условиях информационных воздействий нарушителя поток данных на выходе радиоканала можно считать пуассоновским. Результаты расчетов показывают, что при успешной реализации КА интенсивность потока доставленных

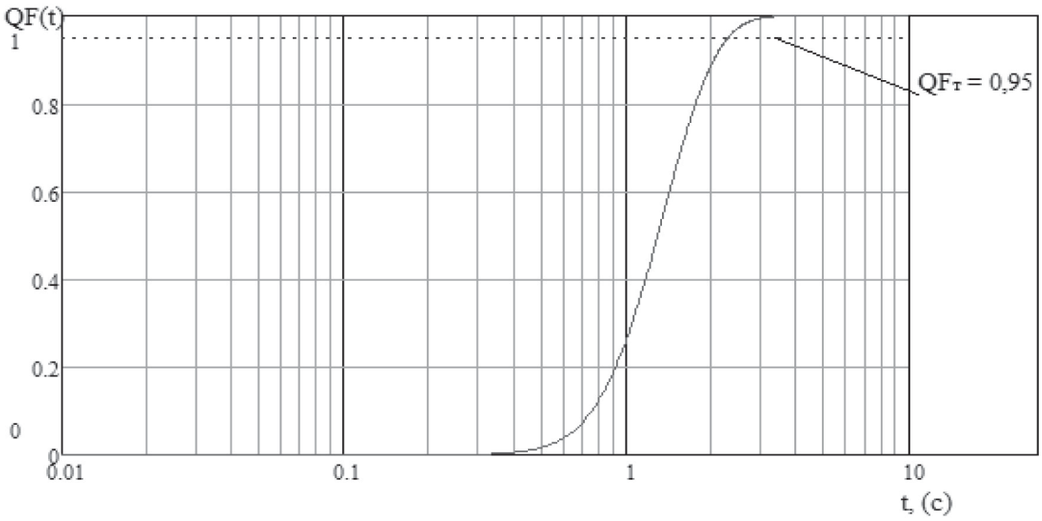

Рис. 7. График функции распределения времени успешной передачи команд управления при абсолютно надежных элементах радиоканала и отсутствии информационного воздействия злоумышленника

4 2023.indd 78 13.12.2023 15:55:55

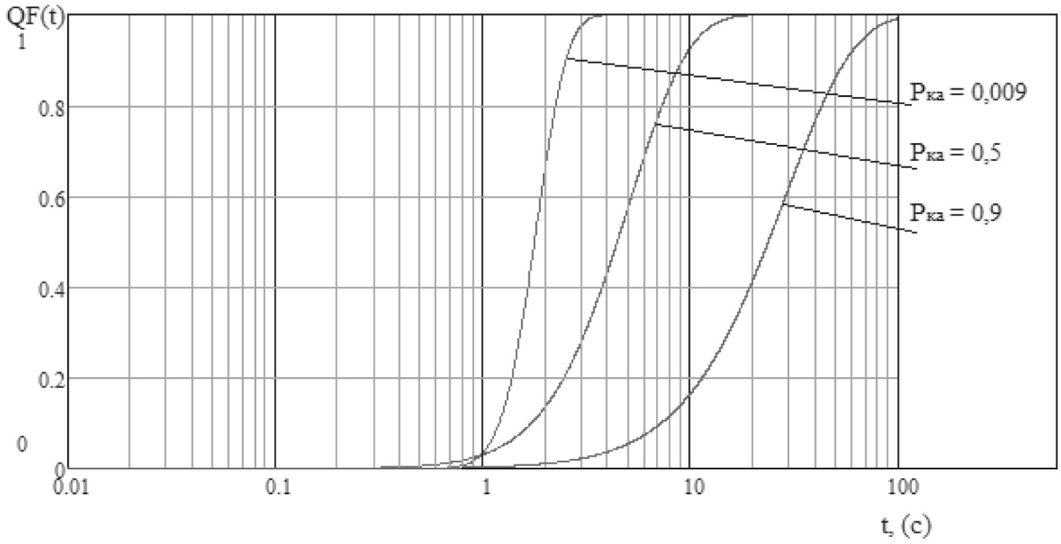

Рис. 8. График функции распределения времени успешной передачи команд управления при различных значениях вероятности реализации злоумышленником компьютерной атаки

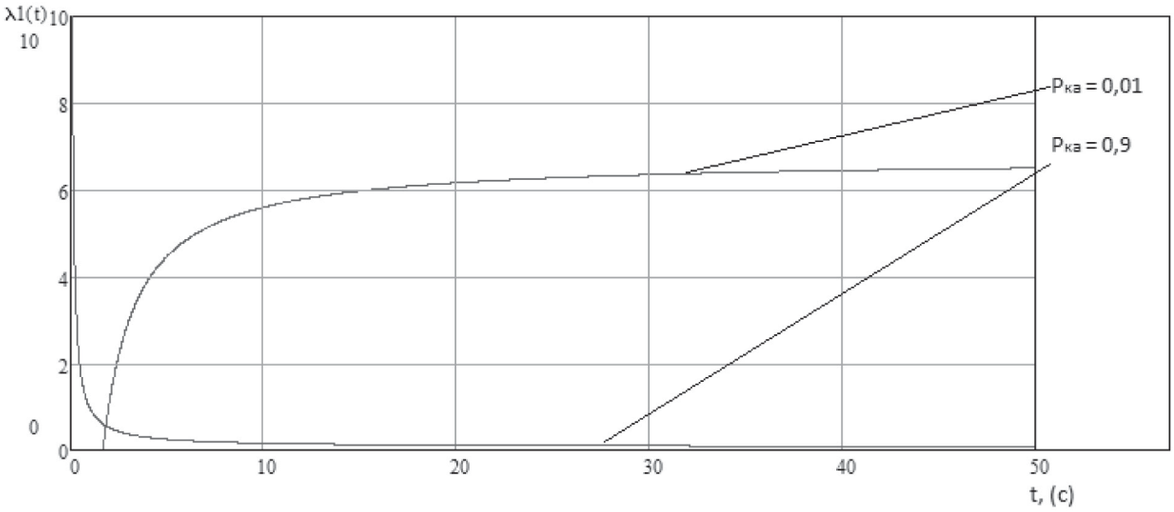

Рис. 9. График зависимости интенсивности потока успешно переданных пакетов при различных значениях вероятности реализации злоумышленником компьютерных атак

4 2023.indd 79 13.12.2023 15:55:55

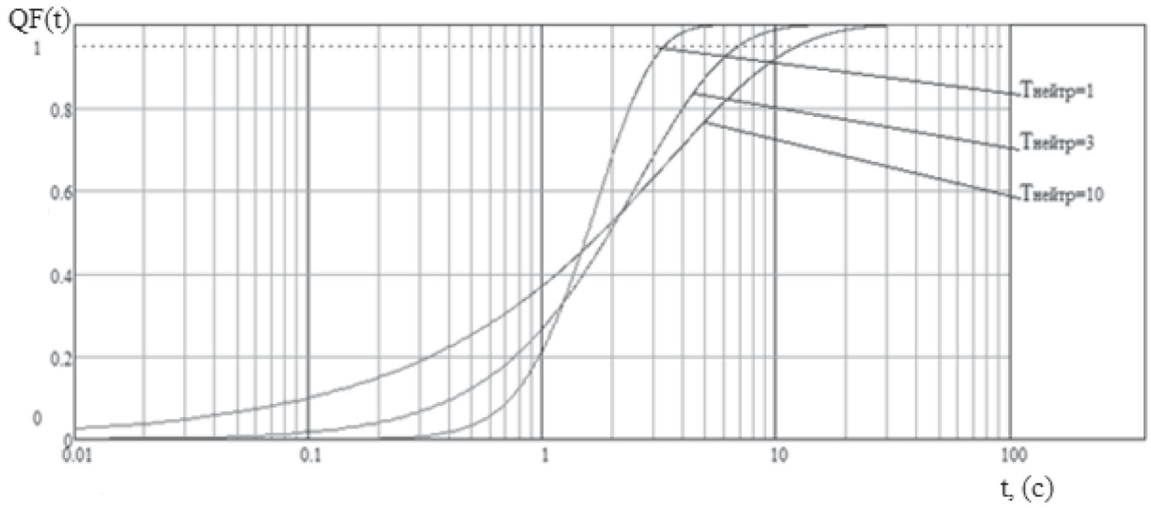

Рис. 10. График функции распределения времени успешной передачи команд управления в условиях компьютерных атак злоумышленника при различных значениях времени их обнаружения и нейтрализации

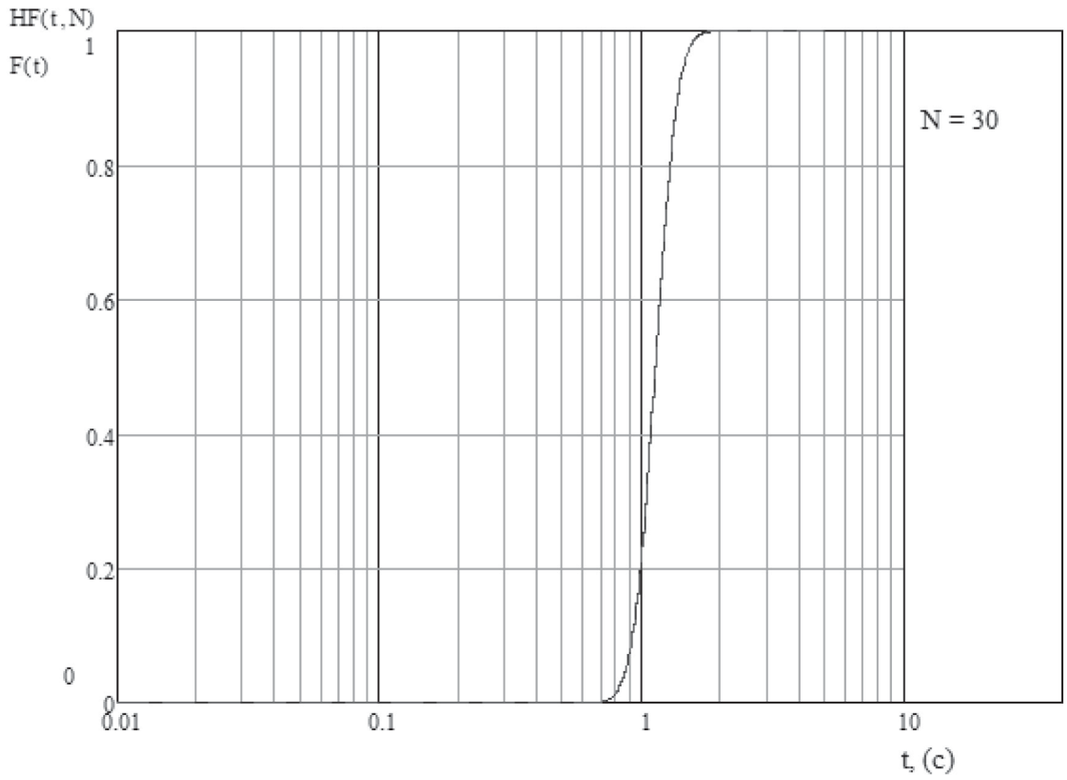

Рис. 11. Функции распределения времени реализации логического узла «И», полученные по формулам (10) и (17)

4 2023.indd 80 13.12.2023 15:55:55

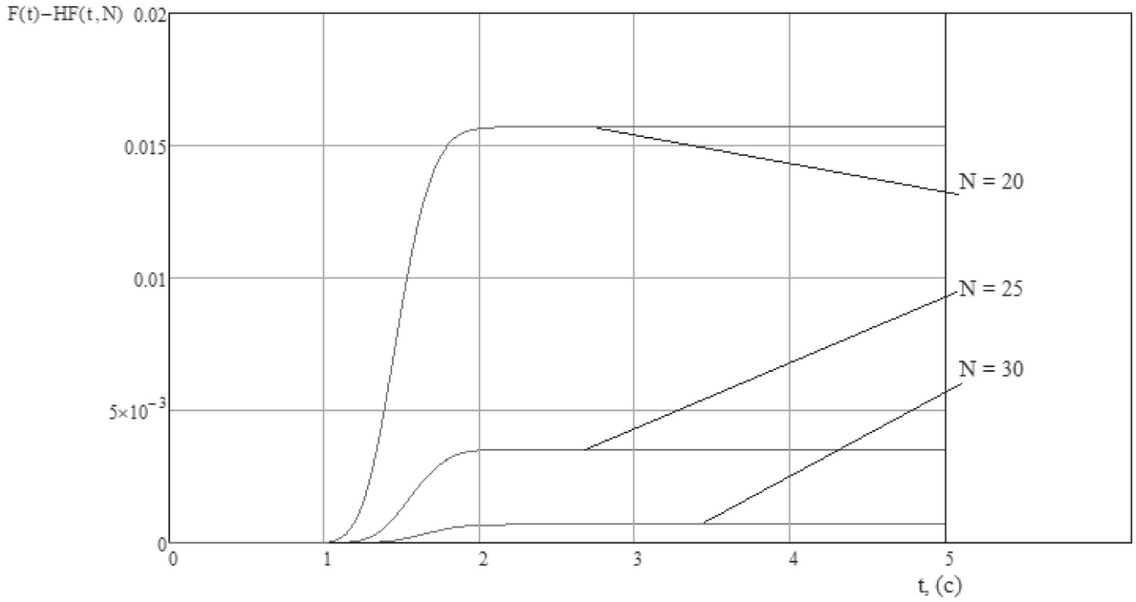

Рис. 12. Графики зависимости абсолютной погрешности определения функции распределения F(t) с использованием ряда HF(t,N)

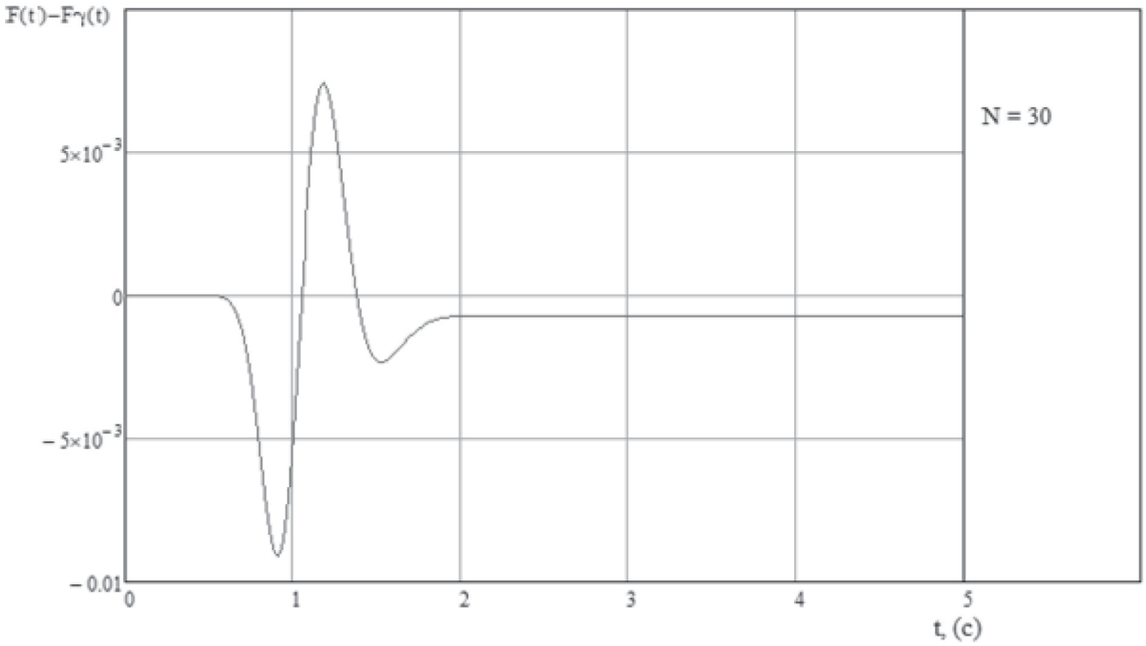

Рис. 13. Зависимость абсолютной погрешности аппроксимации функции распределения F(t) гамма-распределением

4 2023.indd 81 13.12.2023 15:55:55

пакетов резко снижается, что может служить дополнительным признаком реализации компьютерной атаки и необходимости осуществления мер по защите от информационного воздействия.

4. В условиях воздействия КА на время успешной доставки команд оказывает существенное влияние оперативность обнаружения и восстановления работоспособности канала передачи после информационного воздействия. На рис. 10 представлены графики функции распределения времени успешной доставки сигналов в условиях КА нарушителя при различных значениях среднего времени $T_{\text{нейтр}}$ нейтрализации информационного воздействия нарушителя. Так, например, при сокращении времени обнаружения и нейтрализации компьютерных атак $T_{\text{нейтр}}$ на физический канал передачи до одной секунды, среднее время доставки команд сократится более, чем в 3 раза. Это указывает на целесообразность и перспективность разработки методов раннего обнаружения компьютерных атак нарушителя, например методами [7].

5. В статье предложен подход к определению эквивалентной функции фрагмента стохастической сети, содержащего логический узел «И». Подход предусматривает разложение частных изображений функций плотности (11) в ряд (16) с последующим определением функции распределения (17). Результаты вычислений показывают, что значения, полученные по формуле (17), полностью совпадают с исходной функцией распределения (10) (рис. 11).

Зависимость абсолютной погрешности вычисления значений функции (10) с использованием (17) при различном количестве членов ряда N представлена на рис. 12. Результаты вычислений показывают, что при увеличении числа членов ряда погрешность быстро убывает и при числе членов ряда более 30 становится пренебрежимо малой (рис. 12).

Следует отметить, что авторами впервые была получена эквивалентная функция для фрагмента стохастической сети, содержащего логический узел «И», при условии, что процессы, входящие в узел «И», являются независимыми случайными величинами, имеющими гамма-распределение. Полученный результат позволяет легко получить и эквивалентную функцию для стохастической сети, содержащей логический узел «Включающее ИЛИ».

Ввиду того, что полученное выражение эквивалентной функции (18) достаточно громоздко, то с целью упрощения общего вида эквивалентной функции предлагается аппроксимировать ее изображением неполной гамма-функции:

$$Q_{\text{и}} \approx \left(\frac{\mu}{\mu + s}\right)^{\beta},$$

с параметрами: $\mu = \dfrac{M_{1\gamma}}{D_{\gamma}}$ и $\beta = \dfrac{M_{1\gamma}{}^{2}}{D_{\gamma}}$,

где

$$M_{1\gamma} = (-1)^{1} \frac{d}{ds}\left(\frac{QA(s,N)}{QA(0,N)}\right)_{s=0};$$

$$M_{2\gamma} = (-1)^{2} \frac{d^{2}}{ds^{2}}\left(\frac{QA(s,N)}{QA(0,N)}\right)_{s=0}; \quad D_{\gamma} = M_{2\gamma} - M_{1\gamma}{}^{2}.$$

Тогда функция распределения времени реализации фрагмента стохастической сети, содержащего логический узел «И», примет вид (рис. 14):

$$F_{\gamma}(t) = \frac{\mu^{\beta}}{\Gamma(\beta)} \int_{0}^{t} t^{\beta-1} e^{-\mu t} dt.$$

Результаты расчетов, представленные на рис. 15, показывают, что максимальная абсолютная погрешность вычислений в этом случае не превысит 9×10^{-3}, что вполне удовлетворяет требованиям для проведения инженерных расчетов.

Заключение

Таким образом, в настоящей статье представлена математическая модель процесса функционирования радиоканала АСУ, в котором процесс передачи сигналов управления включает этапы установления соединения, передачи сигналов и поддержания установленного соединения. Особенностью данной модели является учет не только энергетических параметров радиоканала, но и его стойкость к кибервоздействию нарушителя. В ходе разработки модели была определена эквивалентная функция фрагмента стохастической сети, содержащего логический узел «И». Показано, что функция распределения времени реализации узла «И» может быть аппроксимирована гамма-распределением, что существенно упрощает вид эквивалентной функции и позволит несколько снизить вычислительную сложность задачи оценки качества функционирования радиоканала без существенного ущерба точности получаемых результатов.

Литература

1. Петров, А. Г. Роль автоматизированных систем управления на железнодорожном транспорте и всей транспортной системе страны / А.Г. Петров, М.Н. Васильев // Специальная техника и технологии транспорта. – 2023. – № 18. – С. 7–11.

2. Построение многоуровневой интеллектуальной системы обеспечения информационной безопасности для автоматизированных систем железнодорожного транспорта / И.В. Котенко, И.Б. Саенко, А.В. Чернов, М.А. Бутакова // Труды СПИИРАН. – 2013. – Вып. 30. – С. 7–25.

3. О безопасности критической информационной инфраструктуры Российской Федерации : федеральный закон

4 2023.indd 82 13.12.2023 15:55:56

от 26.08.2017 № 187-ФЗ // Российская газета. – 2017. – № 167 (7333).

4. Болдинов, А. М. Угрозы телекоммуникационным сетям в киберфизических системах / А.М. Болдинов, А.А. Привалов // СПбНТОРЭС: труды ежегодной НТК. – 2022. – № 1 (77). – С. 182–184.

5. Малофей, А. О. Математическая модель каналов передачи данных в условиях преднамеренных помех / А.О. Малофей, А.А. Смирнов // Информационные системы. – 1998. – № 3 (11). – С. 3–7.

6. Чучин, Е. В. Принципы системного построения моделей качества передачи информации по цифровым радиоканалам / Е.В. Чучин // Auditorium. – 2014. – №1 (1). – С. 73–79.

7. Шелухин, О. И. Обнаружение вторжений в компьютерные сети (сетевые аномалии) / О.И. Шелухин, Д.Ж. Сакалема, А.С. Филинова. – Москва : Горячая линия – Телеком, 2013. – 221 с.

8. Привалов, А. А. Метод топологического преобразования стохастических сетей и его использование для анализа сетей связи ВМФ / А.А. Привалов. – Санкт-Петербург : ВМА, 2000. – 240 с.

9. Болдинов, А. М. Математическая модель канала управления стандарта радиосвязи GSM-R / А.М. Болдинов, А.А. Привалов // Известия ПГУПС. – 2022. – Т. 19, № 4. – С. 743–751.

10. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей: учеб. для вузов / Е.С. Вентцель. – 5-е изд., стер. – Москва : Высшая школа, 1998. – 576 с.

11. Зорич, В. А. Математический анализ: учебник. Часть II. / В.А. Зорич. – Москва : Наука, 1984. – 640 с.

12. Tolstova, A. V. Algorithm for Forming Structure and Stages of Message Transfer in Unidirectional Radio Systems / A.V. Tolstova, O.V. Zaluzhnyi, V.D. Hol // Radioelectronics & Communications Systems. – 2020. – Vol. 63, Iss. 5. – P. 265–272.

13. Rajba, S. Simulation study of the random access control in the wireless sensor network / S. Rajba, T. Rajba, P. Raif // Ukrainian Scientific Journal of Information Security. – 2013. – Vol. 19, No. 1. – P. 7–13.

14. Khodaverdizadeh, M. Improving the Performance of HF Radio Networks in the Presence of Interference through Automatic Link Establishment with Frequency Hopping Technique / M. Khodaverdizadeh, A. Haghbin, F. Razzazi // Wireless Personal Communications. – 2022. – No. 127. – P. 2647–2666.

15. Bilal, A. Automatic Link Establishment for HF Radios / A. Bilal, G. Sun // 8th IEEE International Conference on Software Engineering and Service Science (ICSESS), (Beijing, China, 2017). – 2017. – P. 640–643.

16. Rosberg, T. Radio communication-based method for analysis of train driving in an ERTMS signaling environment / T. Rosberg, B. Thorslund // European Transport Research Review. – 2022. – Vol. 14, No.1. – P. 1–15.

17. Driveability Analysis of the European Rail Transport Management System (ERTMS): A systematic literature review / T. Rosberg, T. Cavalcanti, B. Thorslund [et al.] // Journal of Rail Transport Planning & Management. – 2021. – Vol. 18. – P. 100240.

18. Kornaszewski, M. ETCS as a method of systems unification of controlling train movement in Poland and Europe / M. Kornaszewski, M. Chrzan, W. Nowakowski // Herald of the Ural State University of Railway Transport. – 2010. – No. 4 (8). – P. 46–54.

19. Abed S. European rail traffic management system – an overview / S. Abed // Iraqi Journal for Electrical And Electronic Engineering. – 2010. – Vol. 6, No. 2. – P. 172–179.

4 2023.indd 83 13.12.2023 15:55:56