УДК 621.396

Сравнение помехоустойчивости сигнальной конструкции с перестановочной частотной модуляцией и группового сигнала устройства АТ-3104 с учетом пик-фактора

Comparison of the noise immunity of the signal structure with permuted frequency modulation and the group signal of the AT3104 device taking into account the peak factor

Балыков / Balykov A.
Антон Александрович
(etomoiadres@mail.ru)
кандидат технических наук.
АО «Специальное агентство «ОМЕГА»,
научный консультант.
г. Санкт-Петербург

Стрелков / Strelkov I.
Илья Дмитриевич
(strelkov@saomega.ru)
АО «Специальное агентство «ОМЕГА»,
начальник испытательной лаборатории.
г. Санкт-Петербург

Атаманюк / Atamanyuk K.
Кирилл Владимирович
(akv@saomega.ru)
АО «Специальное агентство «ОМЕГА»,
заместитель директора по безопасности и режиму.
г. Санкт-Петербург

Галкина / Galkina M.
Марина Юрьевна
(gmur7@sibguti.ru)
ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики»,
доцент кафедры прикладной математики и кибернетики.
г. Новосибирск

Ключевые слова: радиосвязь – radio communication; перестановочная частотная модуляция – permutation frequency modulation; помехоустойчивость – noise immunity; сигнальные конструкции – signal structures; вероятность ошибки – error probability; передача дискретных сообщений – transmission of discrete messages; некогерентная обработка сигнала – incoherent signal processing.

В статье рассматривается аналитический подход к оценке помехоустойчивости сигналов с перестановочной частотной модуляцией по показателю вероятности битовой ошибки. Приведены формулы для расчета вероятности ошибки при некогерентном приеме для коротковолнового ионосферного радиоканала. Проведено сравнение помехоустойчивости сигналов перестановочной частотной модуляции и 12-тонального группового сигнала с относительно фазовой модуляцией с учетом пик-фактора.

The article discusses an analytical approach to assessing the noise immunity of signals with permuted frequency modulation by the probability of bit error. Formulas for calculating the probability of error in incoherent reception for a short-wave ionospheric radio channel are given. The noise immunity of the signals of permuted frequency modulation and a 12-channel group signal with relatively phase modulation, taking into account the peak factor, is compared.

Введение

Перестановочную частотную модуляцию можно рассматривать в качестве альтернативы применения сигнальных конструкций на основе ортогонального частотного мультиплексирования (*Orthogonal frequency-division multiplexing – OFDM*) при передаче дискретной информации в коротковолновом ионосферном радиоканале, который является каналом с переменными параметрами [6].

Целью исследования является сравнение помехоустойчивости низкоскоростного модема с перестановочной частотной модуляцией и устройства АТ-3104, который, в свою очередь, показал высокую эффективность применения в военной сфере.

В статье представлена оценка вероятности битовой ошибки приема сигналов перестановочной частотной модуляции ПЧМ-m/k и группового сигнала *OFDM* с относительной фазовой модуляцией (ОФМ) модема АТ-3104. Причем, m – это количество всех частотных субканалов, k – число активных тоновых колебаний при передаче конкретного символа.

При оценке помехоустойчивости многотональных (групповых) сигналов целесообразно учитывать тот факт, что средняя мощность принятого сигнала прямо пропорциональна средней мощности пере-

4 2023.indd 46 13.12.2023 15:55:31

датчика [7]. Максимальная мощность излучения передающего устройства ограничена его техническими возможностями. При использовании сигнальной конструкции с некоторым количеством поднесущих значительно возрастает пик-фактор излучения, в результате этого средняя мощность передатчика снижается, что следует учитывать при сравнении помехоустойчивости различных радиотехнических систем.

Оценка вероятности битовой ошибки для сигналов с перестановочной частотной модуляцией в канале с постоянными параметрами

Выражение (1) позволяет рассчитать вероятность символьной ошибки при оптимальном некогерентном приеме в системе с активной паузой, ортогональной в усиленном смысле в канале с постоянными параметрами [5, 12]:

$$P_S = \sum_{n=1}^{m-1} (-1)^{n+1} C_{m-1}^{n} \frac{1}{n+1} \exp\left(-\frac{n}{n+1} h^2\right). \quad (1)$$

Причем, $h^2 = \frac{\overline{P_s} T}{N_0} = \frac{E_s}{N_0}$ – среднее отношение энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума (помехи). Для пересчета вероятности символьной ошибки в битовую используем выражение (2) [4]:

$$P_b = \frac{m/2}{m-1} P_S. \quad (2)$$

При оценке потенциальной помехоустойчивости сигнала с ортогональной перестановочной частотной модуляцией ПЧМ-*m/k* с применением кодирования с постоянным весом на физическом уровне необходимо рассмотреть k активных тоновых колебаний независимо друг от друга, а условие ортогональности позволяет это сделать. При этом следует учесть, что энергетика каждого тонового колебания в отдельности уменьшится в k раз.

Символ будет правильно принят, если в суммарном сигнале все k активных тоновых колебаний будут иметь средний уровень больше в сравнении со средним уровнем «сигнал + помеха» в других полосах пропускания, где тоновое колебание не передавалось $h^2 \to \frac{h^2}{k}$. Соответственно, для определения вероятности символьной ошибки такого сигнала необходимо использовать понятие вероятности безошибочного приема:

$$P_{\text{отсут.ош}} = 1 - P_S. \quad (3)$$

С учетом всего вышесказанного получено выражение (4) для расчета вероятности символьной ошибки для канала с постоянными параметрами.

$$P_S = 1 - \left[1 - \sum_{n=1}^{m-1} (-1)^{n+1} C_{m-1}^{n} \frac{1}{n+1} \exp\left(-\frac{n}{n+1}\frac{h^2}{k}\right)\right]^k \quad (4)$$

Но в выражении (4) не учтен тот факт, что если k=1 тоновое колебание может быть принято в m возможной полосе пропускания, то тоновое колебание k=2 уже может быть принято в $m-1$ возможной полосе пропускания и т. д. Учитывая это, выражение (4) можно преобразовать к виду (5):

$$P_S = 1 - \prod_{s=1}^{k} \left[1 - \sum_{n=1}^{m-s} (-1)^{n+1} C_{m-s}^{n} \frac{1}{n+1} \exp\left(-\frac{n}{n+1}\frac{h^2}{k}\right)\right] \quad (5)$$

Для того, чтобы пересчитать вероятность символьной ошибки в битовую, необходимо рассмотреть, как формируются разрешенные символы при кодировании с постоянным весом (k, m). Каждой разрешенной комбинации такого избыточного кода будет сопоставлено двоичное число [13]. Причем количество таких двоичных чисел L не более полного количества комбинаций кода с постоянным весом k($L \le C_m^k$). Часть алфавита A_0 избыточна и не используется для перекодирования двоичных чисел. Количество слов алфавита таких кодов находится следующим образом [14, 15]:

$$L = 2^B = 2^{\lfloor \log_2 C_m^k \rfloor}. \quad (6)$$

В выражении (6) B означает количество бит в одном символе.

Таким образом, получено аналитическое выражение по расчету вероятности битовой ошибки в канале с постоянными параметрами применительно к ортогональным сигналам с перестановочной частотной модуляцией и кодированием с постоянным весом на физическом уровне при некогерентном приеме:

$$P_b = \frac{L/2}{L-1}\left(1 - \prod_{s=1}^{k}\left[1 - \sum_{n=1}^{m-s} (-1)^{n+1} C_{m-s}^{n} \frac{1}{n+1} \exp\left(-\frac{n}{n+1}\frac{h^2}{k}\right)\right]\right). \quad (7)$$

Зависимость вероятности битовой ошибки от h^2 в канале с постоянными параметрами для некоторых сигналов ПЧМ показана на рис. 1 в логарифмическом масштабе.

Решение о переданном символе принимается по k максимальным уровням в полосах пропускания соответствующих тоновых колебаний. Таким образом, каждая принятая комбинация будет иметь постоянный вес кода, равный k [3, 16].

4 2023.indd 47 13.12.2023 15:55:31

Оценка вероятности битовой ошибки для сигналов с перестановочной частотной модуляцией в канале с переменными параметрами при некогерентном приеме

Вероятность битовой ошибки P_s при некогерентном приеме сигналов ПЧМ-*m/k* в канале с переменными параметрами (общие замирания + аддитивный гауссовский шум) может быть найдена следующим образом [5, 8]:

$$P_s = \int_0^\infty P_s(h)\omega(\alpha)\mathrm{d}\alpha = \int_0^\infty P_s\left(\alpha^2 \frac{h^2}{\Omega}\right)\omega(\alpha)\mathrm{d}\alpha, \quad (8)$$

где $P_s(h)$ – зависимость значения вероятности битовой ошибки в канале с постоянными параметрами и аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) от отношения энергии бита к спектральной плотности шума; α – коэффициент передачи, который в канале связи с замираниями представляет собой случайную величину, описываемую плотностью распределения вероятностей ω(α); $\Omega = E\mu^3$ – начальный момент второго порядка случайной величины α, распределенной по плотности распределения вероятностей ω(α) [10]. В соответствии с методикой расчета вероятности ошибки в канале с замираниями произведена замена переменных $h^2 \to \alpha^2 h^2/\Omega$ [9, 10].

При подстановки выражения (7) в (8) произвести вычисление интеграла очень затруднительно. Отсюда для решения этой математической задачи выражение (4) необходимо привести к виду, удобному для интегрирования, с помощью бинома Ньютона (9) [11]:

$$1-(1-x)^k = -\sum_{i=1}^{k} C_k^i (-x)^i. \quad (9)$$

В таком случае (4) можно записать как:

$$P_s = -\sum_{i=1}^{k} C_k^i (-1)^i \left[\sum_{n=1}^{m-1} \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} C_{m-1}^n \exp\left(-\frac{n}{n+1}\frac{h^2}{k}\right)\right]^i. \quad (10)$$

Также известна мультиномиальная теорема [8]:

$$(x_1 + x_2 + \ldots + x_m)^i = -\sum_{k_1+k_2+\ldots+k_m=i,\, k_n\geq 0} C_i^{k_1,k_2,\ldots,k_m} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \ldots x_m^{k_m}, \quad (11)$$

где

$$C_i^{k_1,k_2,\ldots,k_m} = \frac{i!}{k_1!k_2!\ldots k_m!}. \quad (12)$$

Применение (11) и (12) позволяет преобразовать внутреннюю сумму (10):

$$P_s = -\sum_{i=1}^{k} C_k^i (-1)^i \sum_{k_1+k_2+\ldots+k_{m-1}=i,\, k_n\geq 0} C_i^{k_1,k_2,\ldots,k_m} \left(\frac{(-1)^2}{2} C_{m-1}^1\right)^{k_1} \left(\frac{(-1)^3}{3} C_{m-1}^2\right)^{k_2} \ldots$$
$$\ldots \left(\frac{(-1)^m}{m} C_{m-1}^{m-1}\right)^{k_{m-1}} \times \exp\left(-\left[\frac{k_1}{2} + \frac{2k_2}{3} + \ldots + \frac{(m-1)k_{m-1}}{m}\right]\frac{h^2}{k}\right); \quad (13)$$

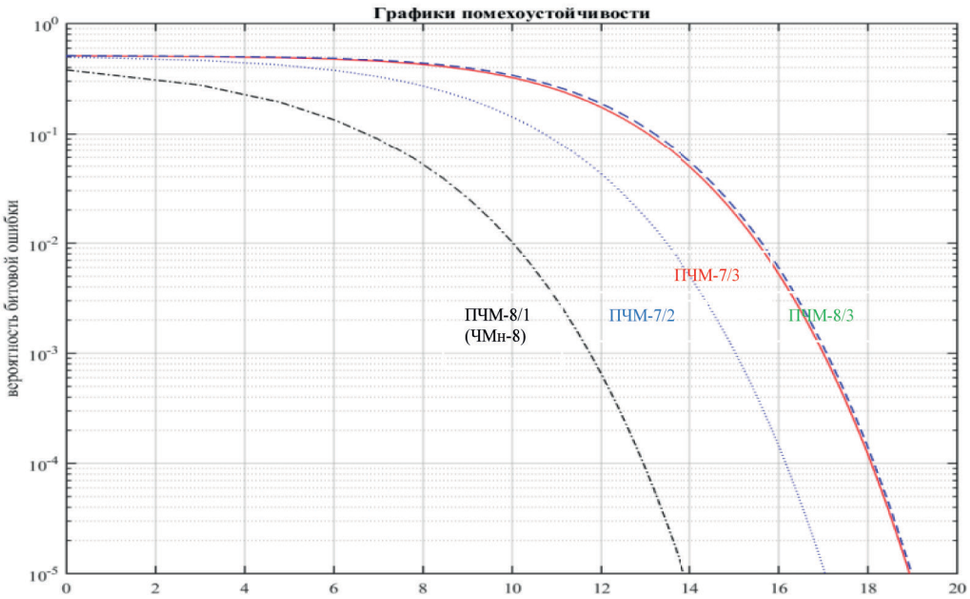

Рис. 1. Вероятность ошибки на бит для ПЧМ-m/k сигналов в канале с постоянными параметрами при некогерентном приеме

4 2023.indd 48 13.12.2023 15:55:34

Для удобства дальнейших преобразований и вычислений введены коэффициенты (14):

$$b_{k_1,k_2,\ldots,k_{m-1}} = \frac{h^2}{\Omega k}\left(\frac{k_1}{2} + \frac{2k_2}{3} + \ldots + \frac{(m-1)k_{m-1}}{m-1}\right). \quad (14)$$

В результате подстановки коэффициентов (14) в (13) получено выражение, тождественное (4), но удобное для интегрирования (8):

$$P_s = -\sum_{i=1}^{k} C_k^i (-1)^i \sum_{k_1+k_2+\ldots+k_{m-1}=i,\, k_n \geq 0} \frac{(-1)^{2k_1+3k_2+\ldots+mk_{m-1}}}{2^{k_1}3^{k_2}\ldots m^{k_{m-1}}} C_i^{k_1,k_2,\ldots,k_{m-1}} \left(C_{m-1}^1\right)^{k_1} \left(C_{m-1}^2\right)^{k_2} \ldots$$
$$\ldots \left(C_{m-1}^{m-1}\right)^{k_{m-1}} \times \exp\left(-b_{k_1,k_2,\ldots,k_{m-1}} h^2\right); \quad (15)$$

Принимая во внимание (8) и (15), решение задачи сводится к вычислению интеграла:

$$I = \int_0^\infty \exp\left[-\alpha^2 b_{k_1,k_2,\ldots,k_{m-1}}\right] \frac{2\alpha}{\Omega} \exp\left[-\frac{\alpha^2}{\Omega}\right] d\alpha =$$
$$= \frac{2}{\Omega}\int_0^\infty \alpha \exp\left[-\left(b_{k_1,k_2,\ldots,k_{m-1}} + \frac{1}{\Omega}\right)\alpha^2\right] d\alpha. \quad (16)$$

Причем $\Omega = 2\sigma^2$. В данном случае рассматривается вариант, когда случайная величина α распределена по релеевскому закону. Такой интеграл является справочным, следовательно, удобнее всего воспользоваться преобразованием Мэллина [9]:

$$\mathfrak{M}[e^{-ax^\mu}] = \frac{a^{-\frac{s}{\mu}}}{\mu}\Gamma\left(\frac{s}{\mu}\right). \quad (17)$$

При $\mu=2$, $s=2$ выражение (16) приобретает вид:

$$I = \frac{1}{\Omega}\frac{1}{b_{k_1,k_2,\ldots,k_{m-1}} + \frac{1}{\Omega}} = \frac{1}{\Omega b_{k_1,k_2,\ldots,k_{m-1}} + 1} =$$
$$= \frac{1}{\frac{h^2}{k}\left(\frac{k_1}{2} + \frac{2k_2}{3} + \ldots + \frac{(m-1)k_{m-1}}{m-1}\right) + 1}. \quad (18)$$

Подстановка (15) в (8) с учетом (18):

$$P_s = -\sum_{i=1}^{k} C_k^i (-1)^i \times$$
$$\times \sum_{k_1+k_2+\ldots+k_{m-1}=i,\, k_n \geq 0} \frac{(-1)^{2k_1+3k_2+\ldots+mk_{m-1}}}{2^{k_1}3^{k_2}\ldots m^{k_{m-1}}} C_i^{k_1,k_2,\ldots,k_{m-1}} \left(C_{m-1}^1\right)^{k_1} \left(C_{m-1}^2\right)^{k_2} \ldots \left(C_{m-1}^{m-1}\right)^{k_{m-1}} \times$$
$$\times \frac{1}{\frac{h^2}{k}\left(\frac{k_1}{2} + \frac{2k_2}{3} + \ldots + \frac{(m-1)k_{m-1}}{m-1}\right) + 1} \quad (19)$$

После математических преобразований получено выражение по оценке вероятности битовой ошибки

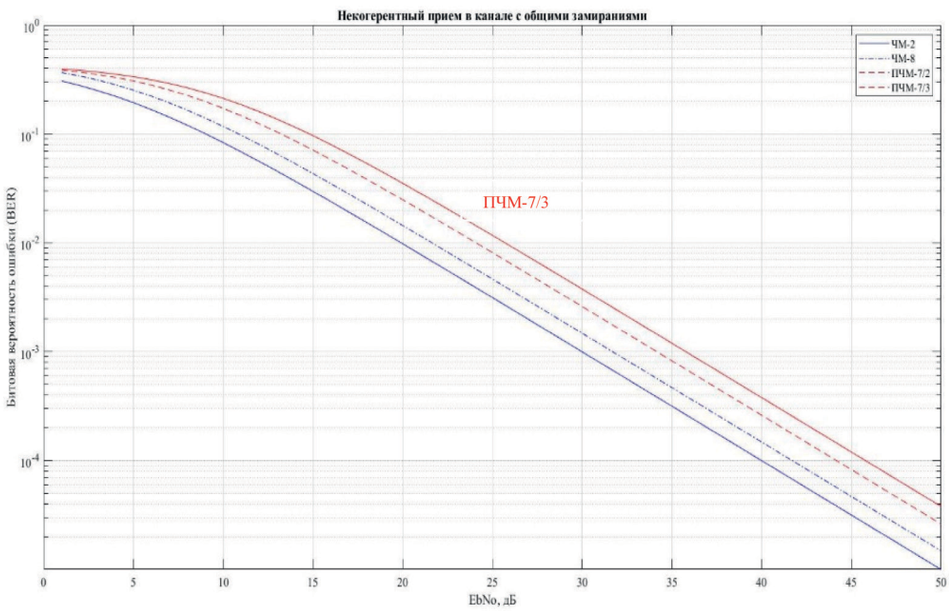

Рис. 2. Вероятность ошибки на бит для ПЧМ-m/k сигналов в канале с переменными параметрами при некогерентном приеме

4 2023.indd 49 13.12.2023 15:55:34

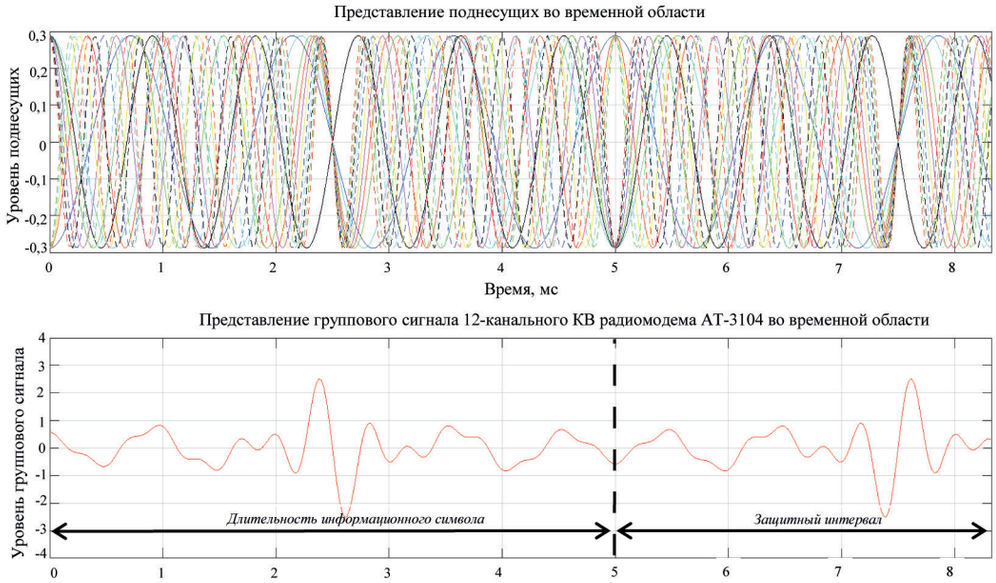

Рис. 3. Пример формирования групповой посылки модема АТ-3104 с комбинацией начальных поднесущих, соответствующей высокому значению пик-фактора

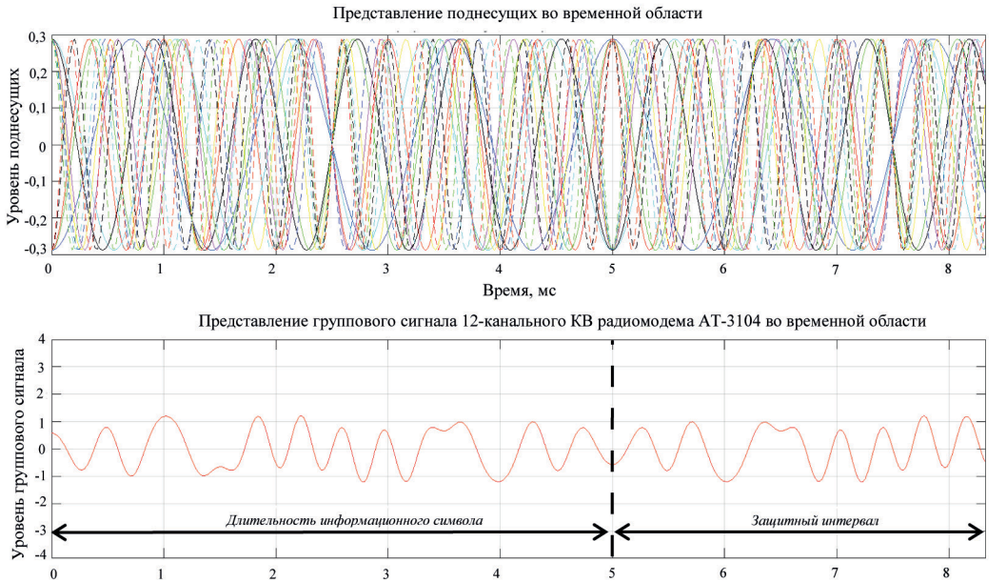

Рис. 4. Пример формирования групповой посылки модема АТ-3104 с комбинацией начальных поднесущих, соответствующей наименьшему значению пик-фактора

4 2023.indd 50 13.12.2023 15:55:35

в канале с переменными параметрами (при некогерентной обработке сигналов ПЧМ-*m/k*):

$$P_s = -\frac{L/2}{L-1}\sum_{i=1}^{k} C_k^i (-1)^i \times \sum_{k_1+k_2+\ldots+k_{m-1}=i,\, k_n \geq 0} C_i^{k_1,k_2,\ldots,k_{m-1}} \times$$

$$\times \prod_{n=1}^{m-1} (-1)^{n+1} \left(C_{m-1}^n\right)^{k_n} (n+1)^{1-k_n} \times \frac{1}{\frac{h^2}{k} n k_n + n + 1}. \quad (20)$$

Для проверки адекватности выражения (20) следует подставить параметр k=1, а m – любое кратное 2^j, где j – натуральное целое число. В результате будет получено выражение по расчету вероятности битовой ошибки в ортогональных системах с активной паузой при некогерентном приеме в канале с переменными параметрами:

$$P_s = \frac{L/2}{L-1}\sum_{n=1}^{m-1} (-1)^{n+1} C_{m-1}^n \frac{1}{nh^2 + n + 1}. \quad (21)$$

Зависимость вероятности битовой ошибки от h^2 при релеевских общих замираниях для некоторых сигналов ПЧМ показана на рис. 2 в логарифмическом масштабе.

Оценка пик-фактора группового сигнала модема АТ-3104 и сигнала ПЧМ-7/3

Произведено моделирование формирования группового сигнала модема АТ-3104 в полосе частот от 300 до 3400 Гц, а также проведен расчет значения пик-фактора в среде *MatLab*. В качестве примера рассмотрен случай формирования групповых посылок для 12-канального режима работы модема (рис. 3 и 4).

Помимо значений частот при формировании группового сигнала величину пик-фактора определяют и значения начальных фаз гармонических колебаний.

Так как для передачи модем АТ-3104 всегда задействует все 12 тональных гармонических колебаний с неизменяемой частотой, то значения пик-фактора каждой отдельно взятой групповой посылки определяется начальными фазами с дискретными значениями 0 и π каждого тона, которыми кодируется входящая информационная последовательность (ОФМ). Следовательно, количество таких комбинаций начальных фаз при модуляции поднесущих ОФМ определяется как 2^{12} = 4096. Каждая такая комбинация имеет свое значение пик-фактора.

В предлагаемой же сигнальной конструкции ПЧМ-*m/k*, манипулированной кодом с постоянным весом, пик-фактор зависит от набора одновременно активных тоновых колебаний и символьной скорости. Значит, при фиксированной символьной скорости, а следовательно и полосы пропускания каждого субканала, количество различных значений пик-фактора определяется размерностью закодированного алфавита (6). Для рассматриваемого случая это значение 35.

В ходе исследования проведено компьютерное моделирование перебора всех комбинаций группового сигнала АТ-3104 в 12-канальном режиме работы

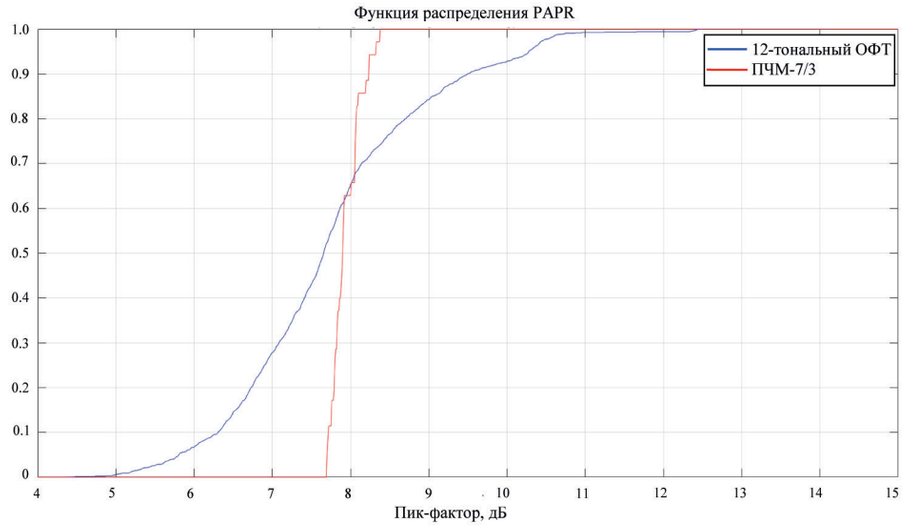

Рис. 5. Функции распределения вероятности принимаемых значений пик-фактора для группового сигнала АТ-3104 и ПЧМ-7/3

4 2023.indd 51 13.12.2023 15:55:35

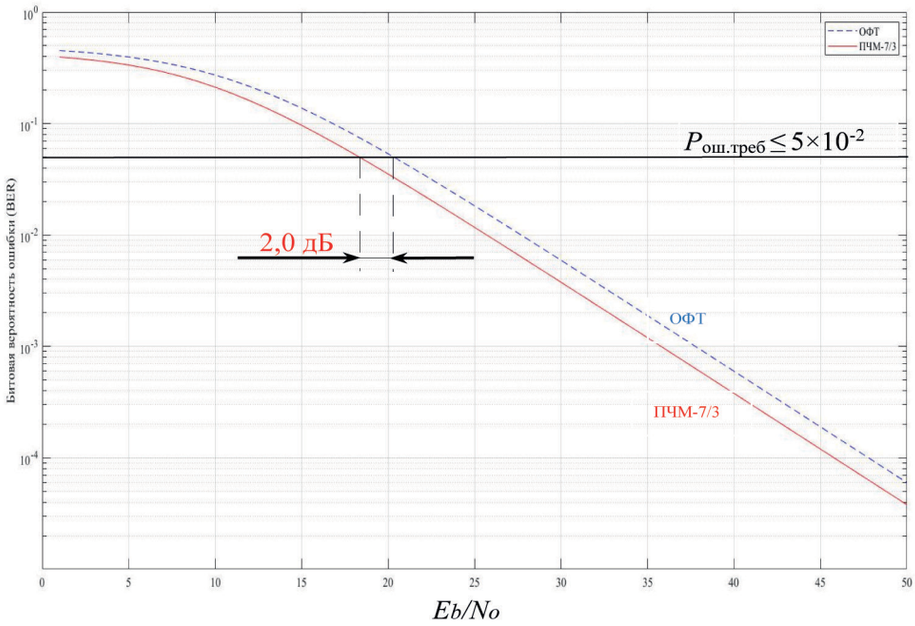

Рис. 6. Графики помехоустойчивости сигналов ПЧМ-7/3 и 12-канального ОФТ без учета пик-фактора в канале с переменными параметрами

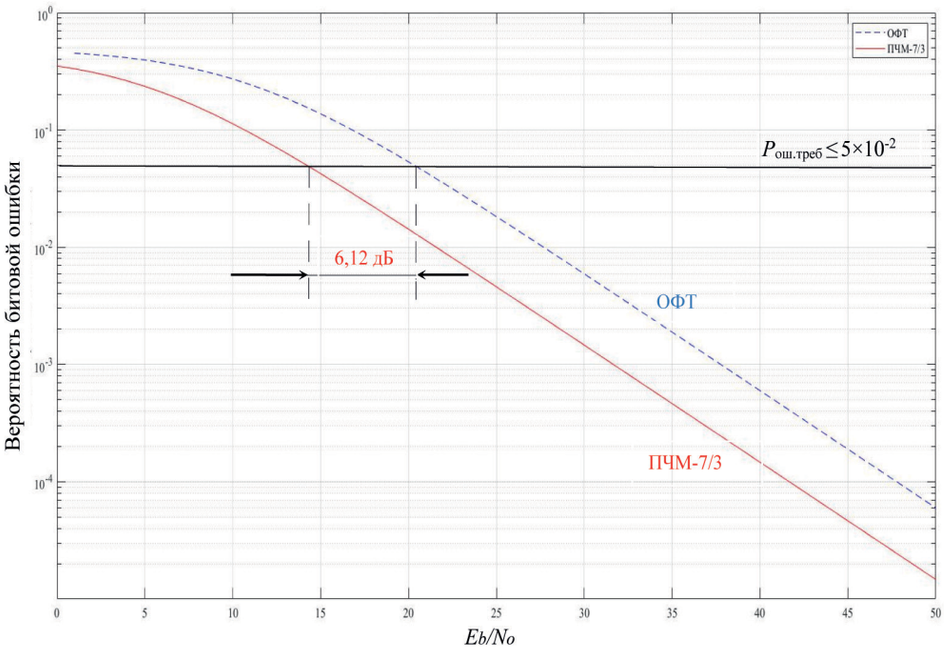

Рис. 7. Графики помехоустойчивости сигналов ПЧМ-7/3 и 12-канального ОФТ с учетом пик-фактора (PAPR)

4 2023.indd 52 13.12.2023 15:55:36

и сигнальной конструкции ПЧМ-7/3 и рассчитано значение пик-фактора для каждого случая. На рис. 5 показаны графики функций распределений вероятностей принимаемых значений пик-фактора, полученные по результатам моделирования.

Сравнение двух графиков рис. 5 показывает, что пик-фактор (PAPR) группового сигнала изделия АТ-3104 принимает значения от 4,38 дБ до 12,5 дБ с математическим ожиданием этого параметра 7,76 дБ, а для сигнала ПЧМ-7/3 от 7,7 до 8,38 дБ с математическим ожиданием 7,94 дБ. Необходимо отметить, что моделирование осуществлялось при условии того, что занимаемая полоса частот 3100 Гц и битовая скорость передачи информации 1200 бит/с, что соответствует символьной скорости для сигнала ПЧМ-7/3, равной 240 Бод.

Для того чтобы обеспечить требуемую достоверность передачи информации в радиоканале без учета помехоустойчивого кодирования равной $5x10^{-2}$, необходимо принимать во внимание наибольшие значения пик-фактора для каждого сигнала для расчета средней энергии, приходящейся на символьную посылку [14]. В таком случае выигрыш по пик-фактору сигнальной конструкции ПЧМ-7/3 составит Δ=12,5−8,38=4,12 дБ.

Сравнение помехоустойчивости группового сигнала модема АТ-3104 и сигналов с перестановочной частотной модуляцией в канале с переменными параметрами при некогерентной обработке

Достоверность передачи информации можно оценить с помощью графиков зависимости вероятности битовой ошибки от соотношения энергии бита к спектральной плотности шума. Рассмотрим такие зависимости в канале с переменными параметрами при некогерентной обработке, которая используется в изделии АТ-3104 для приема сигналов ОФМ и предлагается применять на приеме сигнальной конструкции ПЧМ-*m/k*. В этих целях применительно к ПЧМ-7/3 необходимо воспользоваться выражением (20). Вероятность ошибки на бит для сигналов ОФМ при фиксированном значении максимальной возможной мощности излучения и многоканальной передаче, а именно этот случай соответствует оценке достоверности передачи информации групповым сигналом изделия АТ-3104, определяется следующим образом (22):

$$p_b = \frac{1}{2(1+h^2/k)}, \qquad (22)$$

где k − количество гармонических тональных колебаний в формируемом групповом сигнале (k=12); h^2 − отношение средней энергии, приходящийся на бит, к спектральной плотности шума.

На рис. 6 показаны графики функций 20 и 22 без поправки на пик-фактор.

По графикам рис. 5 видно, что по требуемому уровню достоверности $5x10^{-2}$ сигнальная конструкция ПЧМ-7/3 выигрывает по сравнению с групповым 12-канальном сигналом ОФМ модема АТ-3104 по энергетической эффективности на 2 дБ, что в свою очередь приводит и к выигрышу по достоверности. Но рассмотренный случай не принимает во внимание значение пик-фактора П групповых посылок, увеличение которого приводит к снижению средней мощности сигнала $\overline{P_c}$:

$$\overline{P_c} = \frac{P_{\max}}{\Pi}. \qquad (23)$$

Учитывая тот фактор, что ПЧМ-7/3 имеет выигрыш по пик-фактору 4,12 дБ, произведена поправка в оценке помехоустойчивости групповых сигналов, графически представленной на рис. 7.

Заключение

Согласно теории потенциальной помехоустойчивости фазомодулированные сигналы имеют выигрыш в энергетической эффективности относительно частотно- и амплитудно-модулированных сигналов. В то же время при рассмотрении сигнальных конструкций с более чем одной поднесущей целесообразно производить поправку на распределение мощности передающего устройства между ними. Вследствие чего отношение энергии бита к спектральной плотности шума для каждого частотного подканала будет уменьшаться при увеличении количества поднесущих.

При оценке помехоустойчивости многотональных групповых сигналов необходимо также производить поправку на пик-фактор, который значительно снижает реальную излучаемую мощность передающего устройства.

В результате проведенного исследования выявлено, что сигнальная конструкция ПЧМ-7/3 выигрывает по энергетической эффективности относительно группового сигнала изделия АТ-3104 в 12-канальном режиме работы на 6,12 Дб за счет низкого значения пик-фактора.

Литература

1. Изделие АТ-3104 // Техническое описание. Устройство и принцип работы изделия и его составных частей. − Л. 5−13.

2. Балыков, А. А. Алгоритм адаптивного управления параметрами сигналов перестановочной частотной модуляции / А.А. Балыков // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. − 2020. − № 2 − С. 99−106.

3. Помехоустойчивость сигналов с перестановочной частотной модуляцией в каналах с постоянными параметрами при некогерентном приеме / С.В. Дворников,

4 2023.indd 53 13.12.2023 15:55:36

Е.А. Попов, А.А. Балыков, С.С. Дворников // Радиотехника. – 2019. – № 12 (20). – С. 24–31.

4. Скляр, Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр. – 2-е издание ; перевод с английского. – Москва : Вильямс, 2003. – 1104 с.

5. Финк, Л. М. Теория передачи дискретных сообщений / Л.М. Финк. – Москва : Советское радио, 1970. – 728 с.

6. Маковий, В. А. Сигналы с перестановочной модуляцией и их свойства / В.А. Маковий, С.А. Чупеев // Теория и техника радиосвязи. – 2010. – № 1 – С. 13–24.

7. Быховский, М. А. Помехоустойчивости приема сигналов при перестановочной модуляции / М.А. Быховский // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2015. – Т. 9, № 4. – С. 12–16.

8. Savischenko, N. V. Special Integral Functions Used in Wireless Communications Theory / N.V. Savischenko. – Singapore : World Scientific, 2014. – 640 p.

9. Savischenko, N. V. Handbook of Mellin trasforms / N.V. Savischenko, Yu.A. Brychkov, O.I. Marichev. – Boca Raton : Chapman & Hall/CRC, 2018. – 587 p.

10. Brychkov, Yu. A. A special function of communication theory / N.V. Savischenko, Yu.A. Brychkov // Integral Transforms and Special Functions. – 2015. – No. 26 (6). – P. 470–484.

11. Brychkov, Yu. A. Application of Hypergeometric Functions of Several Variables in the Mathematical Theory of Communication: Evaluation of Error Probability in Fading Singlechannel System / N.V. Savischenko, Yu.A. Brychkov // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2020. – Vol. 41, No.10. – P. 1971–1991.

12. Brychkov, Yu. A. Hypergeometric Functions of Several Variables and Evaluation of Error Probability in Fading Multichannel System / N.V. Savischenko, Yu.A. Brychkov // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2021. – Vol. 42, No. 1. – P. 70–83.

13. Differential spatial modulation / Y. Bian, X. Cheng, M. Wen [et al.] // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2015. – Vol. 64, No. 7. – P. 3262–3268.

14. Ishikawa, N. 50 Years of Permutation, Spatial and Index Modulation: From Classic RF to Visible Light Communications and Data Storage / N. Ishikawa, S. Sugiura, L. Hanzo // IEEE communications surveys & tutorials. – 2018. – Vol. 20, No. 3. – P. 1–32.

15. Ishikawa, N. Space-, time-, and frequency-domain permutation modulation designed for microwave and optical wireless communications / N. Ishikawa. – Ph.D. dissertation, Tokyo University of Agriculture and Technology, 2017. – 263 p.

16. Generalized spatial modulation based Reduced-RF Chain Millimeter-Wave communications / N. Ishikawa, R. Rajashekar, S. Sugiura, L. Hanzo // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2017. – Vol. 66, No. 1. – P. 879–883.

4 2023.indd 54 13.12.2023 15:55:36