

## Одноканальный алгоритм обнаружения гармонического сигнала с неизвестной несущей частотой

### Single-channel harmonic signal detection algorithm with unknown carrier frequency

#### Рукавишников / Rukavishnikov V.

Виктор Михайлович

(rukavishnikov@polyot.ru)

кандидат технических наук.

АО «Челябинский радиозавод «Полет»,

главный конструктор.

г. Челябинск

#### Синицын / Sinitsyn E.

Евгений Александрович

(esinit@yandex.ru)

доктор технических наук, профессор.

АО «Челябинский радиозавод «Полет»,

заместитель начальника Научно-технического центра по НИР.

г. Челябинск

#### Синицын / Sinitsyn V.

Владимир Александрович

(SinBgtu@yandex.ru)

кандидат технических наук, доцент.

ФГБОУ ВО «Балтийский государственный технический университет «Военмех»

им. Д. Ф. Устинова»,

доцент кафедры радиоэлектронных систем управления.

г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: алгоритм обнаружения – detection algorithm; амплитуда – amplitude; гармонический сигнал – harmonic signal; корреляционная функция – correlation function; отношение правдоподобия – likelihood ratio; спектральная плотность мощности – power spectral density; степенной ряд – power series; частота – frequency; шум – noise.

Предложен одноканальный алгоритм обнаружения гармонического сигнала с неизвестной несущей частотой, имеющий малые потери относительно оптимального многоканального алгоритма обнаружения и позволяющий принять решение о наличии или отсутствии сигнала в приемном тракте радиолокационной станции на фоне шумов или помех по результатам оценки и сравнения одной сигнальной статистики с порогом обнаружения.

A single-channel algorithm for detecting a harmonic signal with an unknown carrier frequency is proposed, which has small losses relative to the optimal multi-channel detection algorithm and allows making a decision about the presence or absence of a signal in the receiving path of a radar station against the background of noise or interference based on the results of evaluation and comparison of one signal statistic with the detection threshold.

#### Введение

Обнаружение сигнала с неизвестной частотой является одной из основных задач, решаемых современными радиотехническими средствами, например,

первичными когерентно-импульсными радиолокационными станциями (РЛС) при обнаружении объектов, движущихся в пространстве с неизвестной радиальной скоростью [1–4]. Существующие алгоритмы обнаружения сигналов с неизвестной частотой обычно реализуются путем многоканальной частотной (доплеровской для первичных РЛС) фильтрации принимаемой реализации сигнала набором параллельных узкополосных фильтров, перекрывающих диапазон измеряемых частот, вычислении модулей сигналов в каждом частотном (доплеровском) канале и сравнении модулей сигналов каналов с порогом обнаружения [5–7]. Такие алгоритмы одновременно с задачей обнаружения сигнала решают задачу измерения частоты или радиальной скорости сближения обнаруживаемого объекта.

Обнаружение после фильтрации сигнала набором из  $M$  доплеровских фильтров нельзя считать одноканальным, т.к. для принятия решения сначала определяется  $M$  статистик, и по совокупности их значений принимается решение о наличии или отсутствии сигнала [8].

В работе рассматриваются особенности построения упрощенного одноканального обнаружителя гармонического сигнала без дополнительной амплитудной, частотной или фазовой модуляции.

Случай обнаружения гармонических сигналов характерен, например, при обнаружении пачек сигналов в первичных импульсно-доплеровских РЛС для последовательности отсчетов отраженных

от объекта сигналов на соседних периодах зондирования, на одной дальности, после внутривнутрипериодной обработки (для пачек сигналов), в системах контроля использования радиочастотного спектра, в автоматических радиопеленгаторах или в любом другом случае, когда на временном интервале наблюдения обнаруживаемый сигнал можно считать гармоническим.

**Одноканальный алгоритм обнаружения гармонического сигнала**

Известно [9, 10], что отношение правдоподобия для случая обнаружения сигнала со случайной фазой и известными несущей частотой  $\omega$  и амплитудой  $A$  на фоне белого шума со спектральной плотностью мощности  $N_0$  с точностью до постоянного множителя имеет вид

$$\Lambda(\omega, q) = I_0\left(\frac{A}{\sqrt{2N_0}} z\right) = I_0(\sqrt{2}qz),$$

где  $I_0(\cdot)$  – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка,

$q = \frac{A}{\sqrt{2N_0}}$  – отношение сигнал/шум по амплитуде на входе обнаружителя,

$z = \frac{1}{\sqrt{N_0}} \left| \int_0^{T_s} \dot{X}(t) \dot{S}^*(t, \omega) dt \right|$  – модуль корреляционного интеграла, нормированный к уровню спектральной плотности мощности шума,

$\dot{X}(t)$  – реализация комплексной огибающей смеси принятого сигнала с шумом,

$\dot{S}(t, \omega)$  – комплексная огибающая ожидаемого сигнала, нормированного относительно амплитуды, на частоте  $\omega$ ,

$T_s$  – длительность сигнала.

В случае сигнала со случайной амплитудой с точностью до постоянного множителя отношение правдоподобия можно записать в виде выражения

$$\Lambda(\omega, q) = e^{\frac{\sigma_s^2}{N_0} z^2} = e^{2q^2 z^2},$$

где  $\sigma_s^2$  – средняя мощность сигнала,

$q^2$  – отношение сигнал/шум по мощности на входе обнаружителя.

В выражениях для отношения правдоподобия обе функции  $I_0(\sqrt{2}qz)$  и  $e^{2q^2 z^2}$  могут быть представлены в виде разложения в степенной ряд [11] соответственно выражениями

$$I_0(\sqrt{2}qz) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{q^2}{2}\right)^i}{(i!)^2} (z^2)^i,$$

$$e^{2q^2 z^2} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(q^2)^i}{i!} (z^2)^i.$$

При обнаружении гармонического сигнала с неизвестной частотой  $\omega$  и постоянной амплитудой нормированный сигнал представим в виде выражения

$$\dot{S}(t, \omega) = e^{j\omega t}.$$

Для нормированного сигнала получим

$$z^2 = \frac{1}{N_0} \left| \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \dot{X}(t) e^{-j\omega t} dt \right|^2 = \frac{1}{N_0} |\dot{X}(\omega)|^2.$$

Из полученного выражения следует

$$\dot{X}(\omega) = \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \dot{X}(t) e^{-j\omega t} dt.$$

Рассматривая выражение  $\dot{X}(\omega)$ , отметим, что величина  $\dot{X}(\omega)$  одновременно является:

- интегралом от произведения принятой реализации смеси сигнала с шумом на комплексно-сопряжённый ожидаемый сигнал;
- комплексным спектром принятой реализации.

В общем случае отношение правдоподобия можно представить в виде степенного ряда

$$\Lambda(\omega) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i (z^2)^i, \tag{1}$$

где  $b_i$  – положительные коэффициенты разложения отношения правдоподобия в степенной ряд, зависящие от амплитуды ожидаемого сигнала и спектральной плотности мощности шума  $N_0$ .

Для реализации одноканального алгоритма обнаружения выполним усреднение отношения правдоподобия (1) по неизвестной частоте.

Полагая плотность распределения неизвестной частоты  $\omega$  равномерной, получим решающее правило в виде выражения

$$\sum_{i=0}^{\infty} b_i \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{X}(\omega)|^{2i} d\omega \ll \eta, \tag{2}$$

где  $\eta$  – порог обнаружения, определяемый требуемыми вероятностными характеристиками правильного обнаружения и ложной тревоги на фоне шума [12, 13].

Пределы интегрирования можно считать бесконечными, т.к. на частотах вне интересующей полосы частот величина  $|\dot{X}(\omega)|$  близка к нулю, что обеспечивается избирательными свойствами приемного устройства, с выхода которого комплексная огибающая сигнала поступает на обнаружитель.

Можно показать, что в общем случае, когда помеха имеет неравномерный спектр  $N(\omega)$ , правило (2) примет вид [10]

$$\sum_{i=0}^{\infty} b_i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\dot{X}(\omega)|^{2i}}{N(\omega)} d\omega \ll \eta. \tag{3}$$

Рассмотрим, что представляют собой частные слагаемые выражения (3), и какой физический смысл они имеют.

В наиболее простом случае практической реализации обнаружителя можно предложить использовать в качестве решающего правила, аппроксимирующего выражение (3), лишь первое слагаемое.

В более сложных случаях для реализации обнаружителей, точнее соответствующих правилу, определяемому выражением (3), можно выполнить линейную комбинацию нескольких первых слагаемых.

Первое слагаемое, определяемое выражением

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{|\dot{X}(\omega)|^2}{N(\omega)} \right) d\omega, \quad (4)$$

является результатом некогерентного накопления сигнала после обеления помехи.

Отметим, что решающее правило, построенное на основе выражения (4), учитывает только энергию принятой реализации.

В дискретном варианте слагаемое (4) определяется суммой квадратов модулей выходных сигналов доплеровских фильтров, нормированных мощностью помехи в фильтре.

Для случая белого шума подынтегральное выражение (4) можно представить интегралом по времени от квадрата модуля принятой реализации, деленного на величину оценки спектральной плотности мощности шума  $N_0$ . Для доказательства этого достаточно заменить  $\dot{X}(\omega)$  ее преобразованием Фурье

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{|\dot{X}(\omega)|^2}{N_0} \right) d\omega &= \frac{1}{N_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \dot{X}(t) e^{-j\omega t} \dot{X}(\tau) e^{j\omega \tau} d\omega dt d\tau = \\ &= \frac{1}{N_0} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \dot{X}(t) \dot{X}^*(\tau) \delta(t-\tau) dt d\tau = \frac{1}{N_0} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} |\dot{X}(t)|^2 dt, \end{aligned}$$

где  $\tau$  – текущий временной сдвиг (задержка) в пределах удвоенной длительности сигнала,

$\delta(t)$  – дельта-функция Дирака.

Во втором слагаемом выражений (2) и (3)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{|\dot{X}(\omega)|^2}{N(\omega)} \right)^2 d\omega, \quad (5)$$

как и в выражении (4), квадраты модулей выходных сигналов фильтров нормируются спектральной плотностью помехи, но перед интегрированием предварительно возводятся в квадрат.

Для случая белого шума тем же способом можно показать, что

$$\frac{1}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} \left( |\dot{X}(\omega)|^2 \right)^2 d\omega = \frac{1}{N_0} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \left| \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \dot{X}(t) \dot{X}^*(t-\tau) dt \right|^2 d\tau. \quad (6)$$

Физический смысл решающего правила, построенного на сравнении с порогом статистики (6), можно пояснить следующим образом.

Когда сигнал отсутствует, то внутренний интеграл выражения (6) является корреляционной функцией реализации шума. Т.к. шум белый, то площадь квадрата реализации шума (внешний интеграл) мала.

Если шума нет, то внутренний интеграл выражения (6) является корреляционной функцией гармонического сигнала длительностью  $T_s$ . Модуль корреляционной функции  $R(t)$  сигнала  $\dot{s}(t, \omega) = Ae^{j\omega t}$  имеет известный вид (рис. 1), и не зависит от несущей частоты сигнала.

Из рис. 1 следует, что с ростом амплитуды сигнала растет площадь под кривой квадрата модуля корреляционной функции принятой реализации, благодаря чему растет и вероятность обнаружения сигнала с неизвестным доплеровским сдвигом частоты (или, что то же самое, сигнала с неизвестной несущей частотой).

Выражение (6) в дискретном виде можно записать следующим образом

$$\frac{1}{N_0} \sum_{k=0}^{M-1} \left| \sum_{i=k+1}^M \dot{X}_i \dot{X}_{i-k}^* \Delta t \right|^2 \Delta t, \quad (7)$$

где  $M$  – количество дискретных выборок сигнала в пределах временного интервала обработки сигнала – размер пачки сигнала,

$\Delta t$  – период дискретизации сигнала.

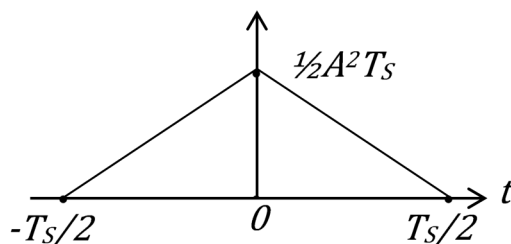


Рис. 1. Модуль корреляционной функции гармонического сигнала длительностью  $T_s$

Структурная схема алгоритма (7) при обработке выборок смеси дискретных сигналов  $\dot{s}_i$  и шумов  $\dot{n}_i$  предусматривает оценку суммы корреляционных функций  $M$  частотных каналов с последующим сравнением результата суммирования с заданным порогом (рис. 2).

Выражение (7) практически полностью повторяет известный фазовый алгоритм обнаружения [14]

$$\sum_{k=1}^{M-1} |\dot{G}_k|^2 \ll \eta, \tag{8}$$

где  $\dot{G}_k = \sum_{i=k+1}^{M-1} \dot{X}_i \dot{X}_{i-k}^*$ .

Разница лишь в том, что у фазового обнаружителя слагаемое при  $k=0$  бесполезно, т.к. его модуль всегда равен  $M$ . Т.к. подынтегральная функция в (3) неотрицательная, то с ростом степени  $i$  значение интеграла стремится к  $i$ -ой степени максимума функции по  $\omega$  [15]  $\frac{|\dot{X}(\omega)|^2}{N(\omega)}$ . Поэтому

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \left( \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{|\dot{X}(\omega)|^2}{N(\omega)} \right)^i d\omega \right)^{\frac{1}{i}} = \max_{\omega} \frac{|\dot{X}(\omega)|^2}{N(\omega)}. \tag{9}$$

Результат вполне ожидаемый и соответствует данным, приведенным в других публикациях [16, 17]. В качестве сравниваемой с порогом величины выражение (9) предписывает взять квадрат максимум модуля спектра принятой реализации после обеления помехи. Структурная схема дискретного варианта обнаружителя по выражению (9) включает выполнение процедуры дискретного преобразования Фурье (ДПФ), построение пространственных карт помех с оценкой величины  $N_k$ , поиска максимума отношения

и сравнения результата с порогом  $\frac{|\dot{W}_k|^2}{N_k}$  (рис. 3).

Если в таком обнаружителе реализовать постоянное слежение за уровнем помех в каждом элементе разрешения по дальности, углу и доплеровскому смещению частоты, то он становится адаптивным. Для этого в схему добавлена передача данных с выхода блока ДПФ на блок карты помех (штриховая линия).

С целью оценки количественных результатов проведено математическое моделирование решающих правил, построенных на выражениях (4), (6) и (9), для случая помехи в виде белого шума.

Объем пачки  $M=16$  комплексных отсчетов. Спектр пачки вычислялся при помощи процедуры быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Результаты моделирования представлены для статистики, включающей 50000 независимых испытаний, в виде зависимостей вероятности правиль-

ного обнаружения от отношения сигнал/шум при фиксированной величине вероятности ложных тревог  $F=0,001$  для сигналов с известной постоянной амплитудой и амплитудой, флуктуирующей по закону Релея (рис. 4).

Из рисунка 4 можно сделать следующие основные выводы:

1. Сравнение с порогом максимума спектра принятой реализации практически эквивалентно сравнению с порогом интеграла от квадрата ее энергетического спектра (кривые, обозначенные символом  $\infty$  и цифрой 2).

2. По сравнению с некогерентным накоплением (кривые 1) одноканальный алгоритм обнаружения гармонического сигнала с неизвестной несущей выигрывает примерно 2,2 дБ как в случае обнаружения сигнала с известной амплитудой, так и в случае Релеевской амплитуды (рассматривался лишь случай «дружных» флуктуаций амплитуды от реализации к реализации).

3. Моделированием были проверены и различные комбинации (взвешенные суммы) нескольких слагаемых из выражения (3) с различными  $i$ . Здесь результат однозначный. Если в сумме есть несколько слагаемых с различными  $i$ , то такое решающее правило всегда хуже правила, построенного на одном слагаемом, на том, которое имеет максимальное значение  $i$ .

Таким образом, наилучшим обнаружителем когерентного сигнала с неизвестной частотой является обнаружитель, построенный на основании выражения (9) и сравнивающий с порогом максимум спектра обеленной принятой реализации. Данный вывод подтверждается результатами моделирования, приведенными на рис. 4.

Моделирование показало, что упрощенный обнаружитель с решающим правилом

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{|\dot{X}(\omega)|^2}{N(\omega)} \right)^i d\omega \ll \eta$$

при  $i \geq 3$  по характеристикам обнаружения практически не отличим от оптимального обнаружителя с решающим правилом согласно выражению (9).

Следует отметить, что алгоритм (9) лишь условно можно назвать одноканальным, т.к. для его реализации требуется вычислить спектр принятой реализации, а далее отбросить все результаты вычислений, кроме максимального по модулю. Однако, это далеко не всегда оправдано, т.к. это отказ от информации о несущей частоте, а в области радиолокации еще и отказ от имеющейся реальной возможности отдельного обнаружения (т.е. разрешения) двух и более объектов с разными радиальными скоростями в одном элементе разрешения по дальности и углу.

В то же время решающее правило, определяемое выражением (6), является действительно одноканальным.

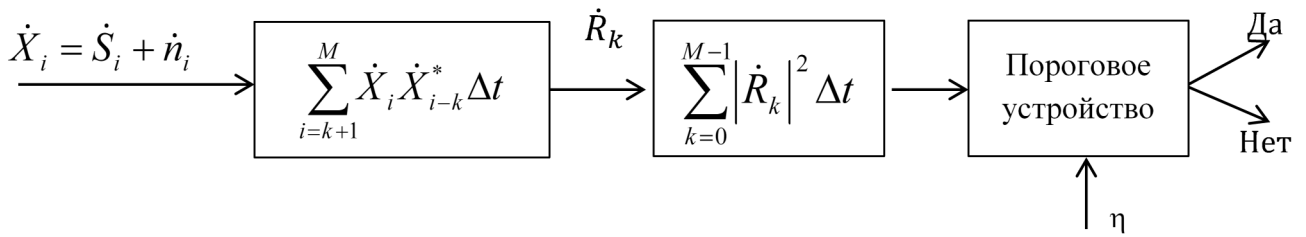


Рис. 2. Структурная схема одноканального обнаружителя

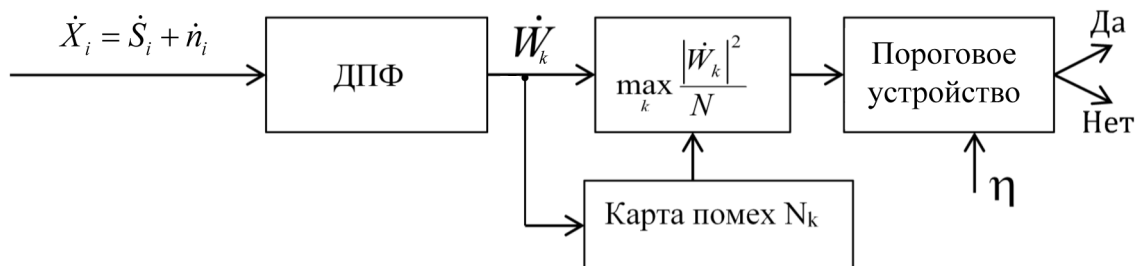


Рис. 3. Структурная схема многоканального обнаружителя для дискретных сигналов

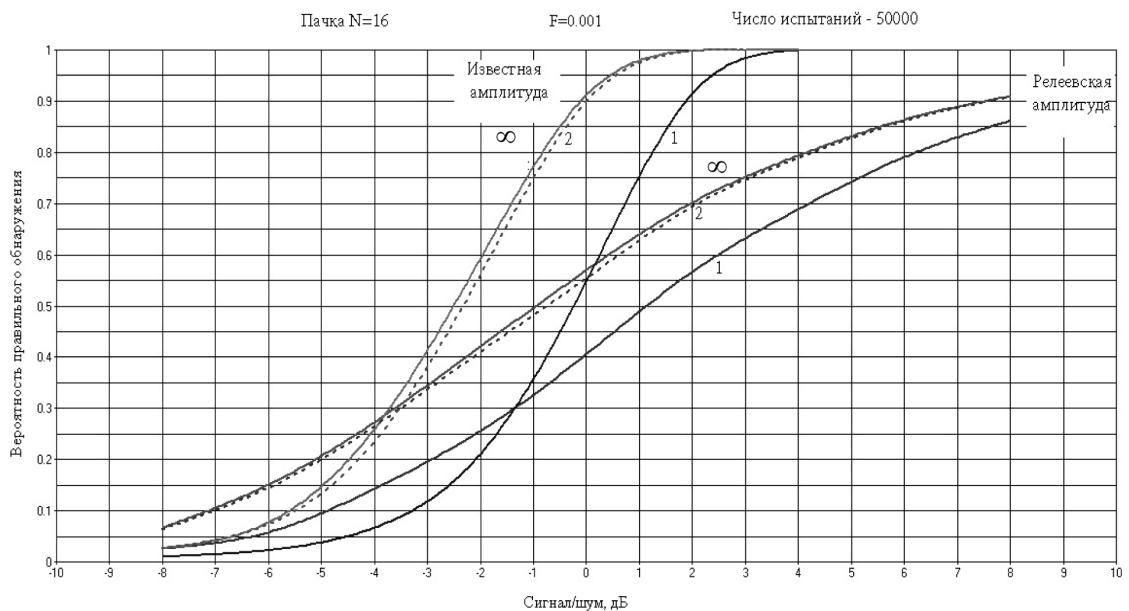


Рис. 4. Зависимости вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал/шум при фиксированной величине вероятности ложных тревог  $F=0,001$



нальным, и при этом по характеристикам обнаружения незначительно проигрывает оптимальному решающему правилу (9).

### Литература

1. Мазин, А. В. Особенности радиолокационного наблюдения целей / А.В. Мазин, М.Ю. Алиев // Вопросы радиоэлектроники. – 2017. – № 6. – С. 25–28.

2. Радиолокационные системы авиационно-космического мониторинга земной поверхности и воздушного пространства. Монография / Под ред. В.С. Вербы, Б.Г. Татарского. – Москва : Радиотехника, 2014. – 574 с.

3. Верба, В. С. Разработка перспективных бортовых РЛС: возможности и ограничения / В.С. Верба // Радиотехника. – 2019. – Т. 83, № 5-1. – С. 11–24.

4. Справочник по радиолокации / Под ред. М.И. Скольника. Пер. с англ. под общей ред. В.С. Вербы. В 2 книгах. Книга 1. – Москва : Техносфера, 2014. – 680 с.

5. Жураковский, В. Н. Синтез адаптивного обнаружителя в спектральной области / В.Н. Жураковский, С.И. Силин // Радиотехника и электроника. – 2018. – Т. 63, № 12. – С. 1277–1284.

6. Частотная селекция сигналов в многоканальной системе радиомониторинга с учетом ограниченной пропускной способности линии передачи данных / М.Л. Артёмов, О.В. Афанасьев, Д.И. Воропаев [и др.] // Радиотехника. – 2022. – Т. 86, № 1. – С. 93–99.

7. Порсев, В. И. Многоканальное накопление радиолокационных сигналов, отраженных от высокоскоростных целей, движущихся с ускорением / В.И. Порсев, А.П. Николаев, И.С. Кривоножко // Вестник концерна ВКО "Алмаз – Антей". – 2018. – № 1 (24). – С. 23–34.

8. Зайцев, Г. В. Класс весовых функций для спектрального анализа сигналов с минимизацией уровня боковых лепестков спектра на отрезке частотной оси / Г.В. Зайцев, А.Д. Хзмалян // Радиотехника и электроника. – 2022. – Т. 67, № 3. – С. 275–285.

9. Prabhu, K.M.M. Window Functions and Their Applications in Signal Processing / K.M.M. Prabhu. – Boca Raton : CRC Press, 2013. – 382 p.

10. Белоус, А. И. СВЧ-электроника в системах радиолокации и связи. Техническая энциклопедия. В 2 книгах. Книга 1 / А.И. Белоус, М.К. Мерданов, С.В. Шведов. – Москва : Техносфера, 2016. – 688 с.

11. Высшая математика : учебное пособие. Часть 1 / В.И. Белоусова, Г.М. Ермакова, М.М. Михалева [и др.]. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2016. – 296 с.

12. Оппенгейм, А. В. Цифровая обработка сигналов / А.В. Оппенгейм, Р.В. Шафер. – Москва : Техносфера, 2006. – 856 с.

13. Общая теория радиолокации и радионавигации. Распространение радиоволн: учебник / А.Н. Фомин, В.А. Копылов, А.А. Филонов [и др.]; под общ. ред. А.Н. Фомина. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2017. – 318 с.

14. Аврамчук, В. С. Определение наличия гармонических составляющих и их частот в дискретных сигналах на основе автокорреляционной функции / В.С. Аврамчук //

Известия Томского политехнического университета. – 2012. – Т. 321, № 5. – С. 113–117.

15. Выгодский, М. Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский. – Москва : АСТ, 2021. – 704 с.

16. Сидоркина, Ю. А. Обнаружение сигнала с неизвестным временным положением и частотой / Ю.А. Сидоркина, В.В. Антипов // Научный вестник МГТУ ГА. – 2015. – № 222. – С. 67–71.

17. Сидоров, Ю. Е. Оптимальный обнаружитель узкополосного сигнала с неизвестной несущей частотой / Ю.Е. Сидоров, Ю.Г. Бельченко // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2009. – № 3. – С. 74–80.