Оптимальное непрерывное управление барражированием космического аппарата

Optimal continuous control of barrage spacecraft

Гончаревский / Goncharevsky V.
Вилен Степанович
(vilenstepan@yandex.ru)
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки и техники РФ.
ФГБВОУ ВО «Военно-космическая
академия имени А. Ф. Можайского»
МО РФ, почетный профессор.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: : групповой полет – group flight; барражирование – barrage; относительное движение – relative motion; программа управления – control program.

Рассматривается энергетически оптимальное непрерывное управление барражированием активного космического аппарата относительно пассивного аппарата, строительные оси которого занимают неизменное положение относительно местной вертикали. Это имеет место в том случае, когда в системе ориентации и угловой стабилизации пассивного аппарата в качестве опорной системы отсчета используется орбитальная относительная система координат. В результате решения общей вариационной задачи Лагранжа найдены управляющие воздействия, необходимые для осуществления барражирования активного аппарата при отсутствии ограничений на вид траектории. Определены оптимальные значения начальных скоростей в краевых точках барражирования.

The energetically optimal continuous control of the barrage of an active spacecraft relative to a passive spacecraft, the construction axes of which occupy an unchanged position relative to the local vertical, is considered. This is the case when the orbital relative coordinate system is used as a reference frame in the orientation and angular stabilization system of the passive vehicle. As a result of solving the general Lagrange variational problem, the control actions necessary for the implementation of the active apparatus barrage in the absence of restrictions on the type of trajectory are found. The optimal values of the initial velocities at the edge points of the barrage are determined.

Барражирование одного космического аппарата (КА) относительно другого является одной из разновидностей группового полета (ГП) [1...19]. Под ГП, который является одним из видов взаимного маневра (ВМ), понимается такое управляемое относительное движение (ОД) двух или более КА, в процессе которого относительное расстояние между ними либо не изменяется, либо изменяется по определенному закону в некоторых достаточно ограниченных пределах, и, кроме того, это расстояние остается значительно меньшим их расстояний до центра планеты. Отсюда следует, что основная цель управления ГП состоит в том, чтобы в процессе его осуществления вектор $\vec{q}(\tau)$ относительного состояния центров масс КА либо сохранял свое заданное начальное значение $\vec{q}=\vec{q}_0$, либо изменялся вполне определенным образом в пределах $\vec{q}_{\min} \le q \le \vec{q}_{\max}$. Вектор $\vec{q}(\tau)=[\vec{R}(\tau), \vec{V}(\tau)]$, определяемый тремя компонентами вектора относительного положения $\vec{R}(\tau)$ и тремя компонентами вектора относительной скорости $\vec{V}(\tau)$, полностью описывает в любой момент времени τ относительное положение и относительные скорости КА, участвующих в ГП. Будем полагать, что в его процессе аппарат, относительного которого нужно осуществить барражирование, не изменяет траекторию центра масс, а управляемыми являются другие аппараты, участвующие в данной операции. Поэтому в дальнейшем первый из них называется пассивным аппаратом (ПА), а остальные – активными аппаратами (АА).

Отличительной чертой барражирования как разновидности ГП является то, что здесь АА в процессе его выполнения совершает многократное перемещение в пределах некоторой зоны фазового пространства относительных координат с заданными линейными или угловыми размерами, т.е. $R_{\min} < R < R_{\max}$, $\alpha_{\min} < \alpha < \alpha_{\max}$, $\beta_{\min} < \beta < \beta_{\max}$, где α и β – угловые компоненты вектора $\vec{R}$. Перемещение происходит между заданными точками этой зоны, т. е. должно выполнятся условие $\vec{q}_0 = \vec{q}_{o3}$, $\vec{q}_k = \vec{q}_{k3}$, в течение всего периода времени $T=\tau_к-\tau_o$, где τ_o и $\tau_к$ – моменты начала и окончания ГП, причем $\vec{R}=\vec{R}_0$, а $\vec{V}=0$. В зависимости от того, каким образом происходит это перемещение, различают барражирование при отсутствии ограничений на вид траектории и барражирование, когда такие ограничения имеются. Огра-

ничения на вид траектории вводятся в тех случаях, когда требуется барражирование на заданной дальности или барражирование вдоль заданного направления. Необходимость в различных видах барражирования может возникнуть при решении задач опознавания космических объектов, осуществления стыковки с орбитальными станциями, оборудованными несколькими стыковочными узлами, спасения экипажей пилотируемых КА в аварийных ситуациях и т.д.

Исследования показывают, что непрерывному управлению свойственны повышенные энергозатраты (ЭЗ) на выполнение взаимного маневра космических аппаратов. Поэтому при разработке программ и алгоритмов данного управления первостепенное значение приобретает критерий минимума этих ЭЗ. В работе [9] получено решение задачи отыскания таких энергетически оптимальных программ и алгоритмов, когда для управления маневром на активном аппарате используются двигатели малой тяги с ограниченной мощностью, а следовательно допустимые функции управляющего ускорения $\vec{u}$ принадлежат к классу непрерывных функций времени. Соотношения, определяющие эти программы и алгоритмы, даны в указанной работе в общем виде и справедливы при линейной динамической модели относительного движения АА для любой относительной системы координат (ОСК), в которой рассматривается это движение, для любой орбиты ПА, с которым связано начало данной ОСК, и для различных видов ВМ.

Рассмотрим, какой вид будут иметь указанные программы и алгоритмы в случае реализации такой разновидности ГП, как барражирование при отсутствии ограничений на вид траектории между краевыми точками 1 и 2 фазового пространства относительных координат.

Предположим, что ПА находится на близкой к круговой орбите, а орбиты ПА и АА компланарны. Тогда динамическая модель ОД в наиболее широко используемой орбитальной ОСК согласно [7] будет описываться следующими линейными дифференциальными уравнениями (ЛДУ) с постоянными коэффициентами:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\dot{y} &= u_x, \\ \ddot{y} - 3y + 2\dot{x} &= u_y, \end{aligned} \tag{1}$$

где $x, y, \dot{x}, \dot{y}, u_x, u_y$ – составляющие вектора относительного состояния центра масс активного аппарата $\vec{q}$ и непрерывного управления $\vec{u}$ в орбитальной ОСК *xyz*. Так как ограничения на вид программной траектории барражирования, а следовательно и кинематические связи между компонентами *x* и *y* вектора $\vec{R}$, отсутствуют, то задача отыскания энергетически оптимального непрерывного управления $\vec{u}$ состоит в том, чтобы найти экстремали, доставляющие минимум функционалу

$$I = \int_{\tau_0}^{\tau_k} (u_x^2 + u_y^2) d\tau, \tag{2}$$

При этом допустимые функции, принадлежащие к классу непрерывных функций, должны удовлетворять краевым условиям

$$\vec{R}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}, \ \vec{R}_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \tag{3}$$

и ограничивающим условиям, накладываемым дифференциальными связями вида (1), описывающими ОД.

Поставленная задача является общей вариационной задачей Лагранжа [20–22], то есть задачей на условный экстремум функционала (2), когда на векторную функцию $\vec{R}$ наложены дифференциальные связи, задаваемые динамической моделью (1).

Подставив в соотношение (2) уравнение (1), можно свести эту задачу к задаче на безусловный экстремум функционала

$$I = \int_{\tau_0}^{\tau_k} [(\ddot{x} - 2\dot{y})^2 + (\ddot{y} - 3y + 2\dot{x})^2] d\tau \tag{4}$$

Для того чтобы функционал (4), определенный на множестве функций $\vec{R} = \vec{R}(\tau)$, имеющих четыре непрерывные производные и удовлетворяющих краевым условиям (3), достигал на данной функции экстремума, необходимо, чтобы эта функция удовлетворяла уравнению Эйлера-Пуассона, которое будет представлять собой в данном случае систему ЛДУ четвертого порядка с постоянными коэффициентами

$$\begin{aligned} x^{IV} - 4\ddot{x} - 4y + 6\dot{y} &= 0, \\ y^{IV} - 10\ddot{y} + 9y + 4x^{III} - 6\dot{x} &= 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Общее решение этой системы, представляющее собой искомую экстремаль $\vec{R}_э$, имеет вид

$$\begin{aligned} x &= C_1 + C_2\tau + C_3\tau^2 + C_4\tau^3 + (C_5 + C_6\tau)\sin\tau + (C_7 + C_8\tau)\cos\tau, \\ y &= 2C_2/3 + C_4(2 + 16/9) + 4C_3\tau/3 + (0.3C_6 - 0.5C_7 - 0.5C_8\tau)\sin\tau + \\ &\quad + (0.5C_5 + 0.3C_8 + 0.5C_6\tau)\cos\tau. \end{aligned} \tag{6}$$

В соотношениях (6) постоянные $C_1 \ldots C_8$ являются функциями краевых условий (3) и полупериода барражирования (времени движения из одной точки в другую) $T = \tau_k - \tau_0$.

Подставив соотношения (6) и их производные в уравнения (1) и (2), получим экстремальный показатель энергозатрат $I_э$ и составляющие искомого оптимального управления $\vec{u}_э$

$$\begin{aligned} u_{xэ} &= 0,4(C_6\cos\tau - C_8\sin\tau) - 2C_3/3 - 2C_4\tau, \\ u_{yэ} &= -0,2(C_6\sin\tau + C_8\cos\tau) - 4C_4/3. \end{aligned} \tag{7}$$

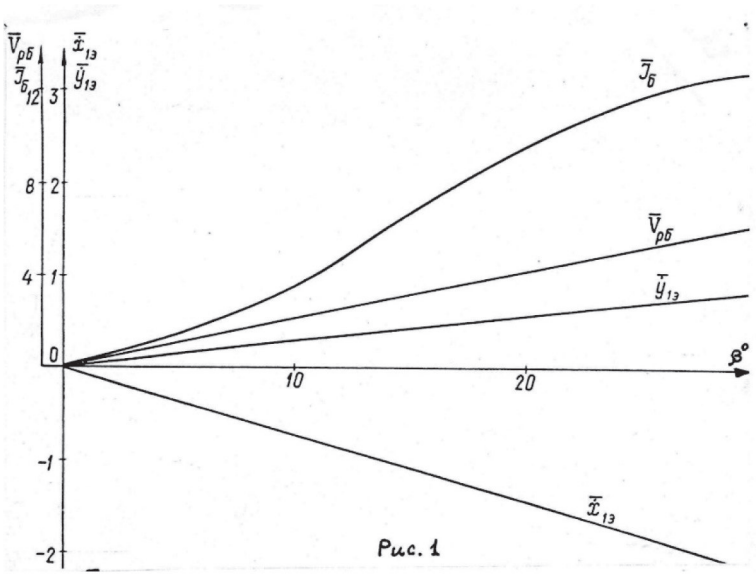
$\bar{V}_{рб}$
$\bar{J}_б$
$\bar{x}_{1э}$
$\bar{y}_{1э}$
12
3
8
2
4
1
0
-1
-2
10
20
β°
Рис. 1

Рис. 1.

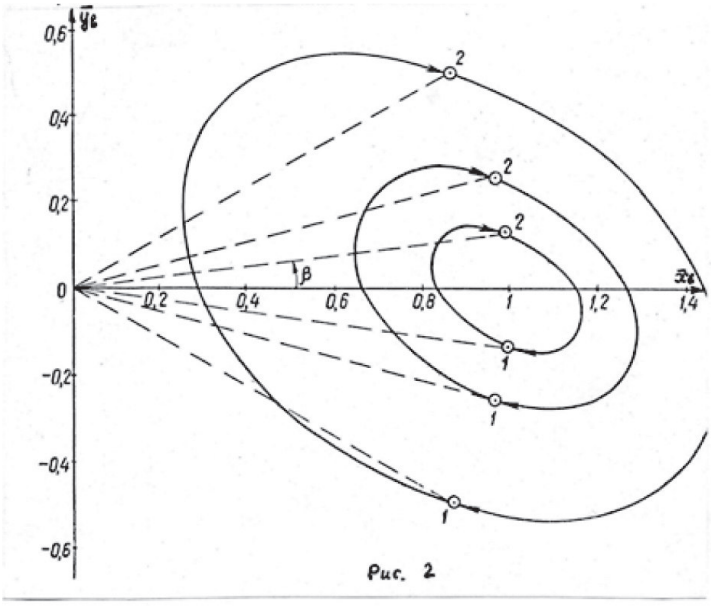
$\bar{y}_б$
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4
-0,6
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
$\bar{x}_б$
β
2
1
Рис. 2

Рис. 2.

Управляющая функция $\vec{u}$ и траектория $\vec{R}$ на участке перехода из т.1 в т.2 будут определяться соотношениями (7), (6), если подставить туда краевые условия $\vec{R}_0 = \vec{R}_1$ и $\vec{R}_k = \vec{R}_2$, а управляющая функция $\vec{u}^*$ и траектория $\vec{R}^*$ на участке обратного движения – если подставить краевые условия $\vec{R}_0 = \vec{R}_2$ и $\vec{R}_k = \vec{R}_1$. В качестве скоростей в краевых точках для уменьшения ЭЗ целесообразно брать оптимальные начальные скорости

$$\dot{x}_1 = 1.5y_1 + C_5/4 + 19C_8/20, \quad \dot{y}_1 = 8C_6/5 - C_7/2,$$

$$\dot{x}_2 = 1.5y_2 + C_5^*/4 + 19C_8^*/20, \quad \dot{y}_2 = 8C_6^*/5 - C_7^*/2, \qquad (8)$$

полученные в работе [10] в результате решения вариационной задачи Лагранжа с подвижными концами. Однако анализ формул (8) показывает, что скорости в т.1 являются функциями скоростей в т.2 и наоборот. Поэтому для отыскания оптимальных скоростей необходимо совместное решение уравнений системы (8). Выполнив это и найдя значения $\dot{x}_{1э}$, $\dot{y}_{1э}$, $\dot{x}_{2'э}$, $\dot{y}_{2э}$, можно рассчитать постоянные $C_1 \ldots C_8$ и $C_1^* \ldots C_8^*$ для заданных координат краевых точек и выбранной величины полупериода T. Подставив затем полученные таким образом значения постоянных в соотношения (6, 7), получим оптимальные управляющие функции и траектории барражирования из т.1 в т.2 и обратно

$$u_x = C_8(0.3\tau - 0.4\sin\tau) - 0.4C_6(1 - \cos\tau),$$
$$u_y = 0.2[C_8(1 - \cos\tau) - C_6\sin\tau)],$$
$$u_x^* = C_8^*(0.3\tau - 0.4\sin\tau) - 0.4C_6^*(1 - \cos\tau),$$
$$u_y^* = 0.2[C_8^*(1 - \cos\tau) - C_6^*\sin\tau)]. \qquad (9)$$

ЭЗ на цикл барражирования $T_б = 2T$ будут здесь определяться величинами

$$Y_б = Y_1 + Y_1^* \text{ и } V_{рб} = V_{p1} + V_{p1}^*,$$

где

$$Y_1,\ Y_1^*,\ V_{p1} \text{ и } V_{p1}^*$$

рассчитываются по соотношениям

$$Y = \int_0^T u^2(\tau)d\tau,\ V_p = \int_O^T u(\tau)d\tau.$$

Соответственно, ЭЗ на один виток ПА

$$Y_в = Y_б\pi/\mathrm{T} \text{ и } V_{рв} = V_{рб}\pi/\mathrm{T},$$

Для иллюстрации полученных результатов рассмотрим несколько численных примеров. Предположим, что краевые точки барражирования расположены на одинаковой дальности R от начала координат и симметрично относительно оси $x_в$ (углы β_1 и β_2 равны по величине, но противоположны по знаку, т.е. $\beta_1 = -\beta_2 = \beta_в$. Тогда из соотношений (8) следует, что $\dot{x}_{1э} = -\dot{x}_{2э}$, $\dot{y}_{1э} = -\dot{y}_{2э}$. Результаты расчета оптимальных начальных скоростей и величины ЭЗ в этом случае для ряда значений угла β при неизменных значениях дальности $\overline{R} = R/R_0 = 1$ и полупериода T=1 представлены на рис. 1.

Видно, что ЭЗ и оптимальные скорости увеличиваются пропорционально величине углового сектора барражирования β.

На рис. 2 изображен вид траекторий с оптимальными скоростями в краевых точках для трех значений углового сектора 7,5°, 1,5° и 30°.

Литература

1. Алексеев, К. Б. Маневрирование космических аппаратов / К.Б. Алексеев, Г.Г. Бебенин, В.А. Ярошевский. – Москва : Машиностроение, 1970. – 416 с.

2. Балахонцев, В. Г. Сближение в космосе / В.Г. Балахонцев, В.А. Иванов, В.И. Шабанов. – Москва : Воениздат, 1973. – 240 с.

3. Бебенин, Г. Г. Системы управления полетом космических аппаратов / Г.Г. Бебенин, Б.С. Скребушевский, Г.А. Соколов. – Москва : Машиностроение, 1978. – 272 с.

4. Власов, С. А. Теория полета космических аппаратов / С.А. Власов, А.В. Кульвиц, А.Н. Скрипников. – Санкт-Петербург : ВКА имени А.Ф. Можайского, 2018. – 412 с.

5. Гончаревский, В. С. Основы теории управления встречей на орбите / В.С. Гончаревский. – Москва : Изд-во МО СССР, 1973. – 229 с.

6. Гончаревский, В. С. Радиоуправление сближением космических аппаратов / В.С. Гончаревский. – Москва : Советское радио, 1976. – 240 с.

7. Гончаревский, В. С. Методы и алгоритмы управления относительным движением космических аппаратов / В.С. Гончаревский. – Москва : Изд-во МО РФ, 1998. – 87 с.

8. Гончаревский, В. С. Групповой полет космических аппаратов / В.С. Гончаревский. – Москва : Изд-во МО РФ, 2006. – 81 с.

9. Гончаревский, В. С. Энергетически оптимальное управление взаимным маневром космических аппаратов при отсутствии ограничений на вид программной траектории / В.С. Гончаревский // Информация и Космос. – 2004. – № 4. – С. 57–58.

10. Гончаревский, В. С. Оптимальное непрерывное управление взаимным маневром космических аппаратов без ограничений на вид траектории в орбитальной относительной системе координат / В.С. Гончаревский // Информация и Космос. – 2016. – № 1. – С. 143–147.

11. Ермилов, Ю. А. Управление сближением космических аппаратов / Ю.А. Ермилов, Е.Е. Иванова, С.В. Пантюшин. – Москва : Наука, 1977. – 448 с.

12. Иванов, Н. М. Баллистика и навигация космических аппаратов / Н.М. Иванов, Л.Н. Лысенко. – Москва : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. – 523 с.

13. Калинин, В. Н. Теория управления космическим аппаратом (на основе концепции активного объекта) / В.Н. Калинин. – Санкт-Петербург : ВКА им. А.Ф. Можайского, 2014. – 182 с.

14. Кубасов, В. Н. Методы сближения на орбите / В.Н. Кубасов, Г.Ю. Данков, Ю.П. Яблонько. – Москва : Машиностроение, 1985. – 184 с.

15. Лебедев, А. А. Встреча на орбите / А.А. Лебедев, В.Б. Соколов. – Москва : Машиностроение, 1969. – 368 с.

16. Моделирование управляемого движения космических аппаратов / В.С. Гончаревский [и др.]. – Санкт-Петербург : ВКА им. А.Ф. Можайского, 2011. – 334 с.

17. Пономарев, В. М. Теория управления движением космических аппаратов / В.М. Пономарев. – Москва : Наука, 1965. – 456 с.

18. Разыграев, А. П. Основы управления полетом космических аппаратов и кораблей / А.П. Разыграев. – Москва : Машиностроение, 1977. – 472 с.

19. Титов, Г. С. Межорбитальные локальные маневры космических аппаратов / Г.С. Титов, В.А. Иванов, В.Л. Горьков. – Москва : Машиностроение, 1982. – 246 с.

20. Буслаев, В. С. Вариационное исчисление / В.С. Буслаев. – Ленинград : Изд-во Ленинградского университета, 1980. – 288 с.

20. Гельфанд, И. М. Вариационное исчисление / И.М. Гельфанд, С.В. Фомин. – Москва : Физматлит, 1961. – 228 с.

21. Карташев, А. П. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления / А.П. Карташев, Б.Л. Рождественский. – Москва : Наука, 1976. – 256 с.

22. Петров, Ю. П. Вариационные методы теории оптимального управления / Ю.П. Петров. – Ленинград : Энергия, 1977. – 280 с.

23. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л.Э. Эльсгольц. – Москва : Наука, 1969. – 424 с.