Анализ эффективности адаптивных режекторных фильтров

Analysis of the effectiveness of adaptive rejection filters

Попов / Popov D.
Дмитрий Иванович
(adop@mail.ru)
доктор технических наук, профессор.
ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический университет имени В. Ф. Уткина», профессор кафедры радиотехнических систем.
г. Рязань

Ключевые слова: адаптивные фильтры – adaptive filters; анализ – analysis; вобуляция периода повторения – wobbulation of repetition period; обучающая выборка – training sampling; пассивные помехи – passive interference; эффективность режектирования – rejection efficiency.

В статье рассмотрена задача анализа эффективности адаптивных фильтров режектирования пассивных помех при вобуляции периода повторения. Предложен основанный на асимптотических свойствах оценок максимального правдоподобия метод анализа эффективности адаптивных режекторных фильтров в зависимости от объема обучающей выборки. На основе статистического описания свойств оценок неизвестных параметров пассивной помехи выполнено усреднение критерия эффективности алгоритмов адаптивного режектирования. Полученное аналитическое выражение усредненного критерия устанавливает связь эффективности подавления помехи с характеристиками используемых оценок параметров пассивной помехи (доплеровской фазы и коэффициентов межпериодной корреляции) и позволяет сравнительно просто выбирать объем обучающей выборки в зависимости от величины допустимых потерь в эффективности фильтра. Приведены результаты расчета кривых адаптации для фильтров первого, второго и третьего порядков.

The article considers the problem of analyzing the effectiveness of adaptive filters for clutter rejection during the repetition period wobble. A method based on the asymptotic properties of maximum likelihood estimates is proposed to analyze the effectiveness of adaptive rejection filters depending on the size of the training sample. On the basis of a statistical description of the properties of estimates of unknown parameters of clutter, an averaging criterion for the effectiveness of adaptive rejection algorithms was performed. The obtained analytical expression of the averaged criterion establishes a relationship between the effectiveness of clutter suppression and the characteristics of the estimates of clutter parameters used (Doppler phase and interperiod correlation coefficients) and makes it relatively easy to choose the size of the training sample depending on the amount of allowable losses in the filter efficiency. The results of the calculation of adaptation curves for filters of the first, second and third orders are presented.

Введение

При обнаружении радиолокационных целей на фоне пассивных помех априорная неопределенность корреляционных характеристик помех и слепые скорости цели существенно затрудняют реализацию эффективного обнаружения движущихся целей [1–4]. Преодоление априорной неопределенности параметров помехи в соответствии с методологией адаптивного байесовского подхода основывается на замене неизвестных параметров их состоятельными оценками [5], что приводит к построению адаптивных алгоритмов и систем обработки [6], в частности адаптивных режекторных фильтров (АРФ) с комплексными весовыми коэффициентами [7]. Реализация данных АРФ в цифровом виде предполагает использование комплексных перемножителей, число которых равно порядку фильтра, что существенно усложняет структуру АРФ, особенно высоких порядков, и повышает требования к быстродействию выполнения арифметических операций. Избежать указанных трудностей можно путем предварительной компенсации доплеровского сдвига фазы помехи, обусловленного взаимным перемещением источника мешающих отражений и носителя радиолокатора. Синтез алгоритмов оценивания и построение и структурных схем по принципу следящей системы приводит к автокомпенсаторам доплеровской фазы пассивных помех с прямой и обратной связью. Режектирование «остановленной» помехи теперь может быть осуществлено фильтром с действительными весовыми коэффициентами, адаптирующимися или оптимизированными к корреляционным свойствам помехи на выходе автокомпенсатора, что в последнем случае соответствует частичной адаптации.

Одним из способов исключения слепых скоростей является изменение (вобуляция) периода повторения импульсов. В работе [8] синтезированы адаптивные алгоритмы режектирования пассивных помех с априорно неизвестными корреляционными характеристиками, реализующие предельную эффектив-

ность выделения сигналов движущихся целей на фоне помех в условиях параметрической априорной неопределенности при вобуляции периода повторения для заданного порядка фильтра m. При этом эффективность адаптивных алгоритмов обусловлена погрешностями оценивания неизвестных характеристик помехи, что приводит к задаче выбора одного из основных параметров адаптивных алгоритмов – объема обучающей выборки. Целью данной работы является решение задачи анализа эффективности адаптивных алгоритмов режектирования пассивных помех при вобуляции периода повторения в зависимости от объема обучающей выборки.

Критерий эффективности адаптивных алгоритмов

Анализ проведем по критерию эффективности адаптивных алгоритмов, в качестве которого используем величину η_l, обратную коэффициенту подавления помехи в l-м периоде повторения, которую с учетом обозначений работы [8] можно представить в виде

$$\eta_l = \hat{\mathbf{G}}_l^{*\mathrm{T}} \mathbf{R}_l \hat{\mathbf{G}}_l, \qquad (1)$$

где

$\hat{\mathbf{G}}_l = \{\hat{G}_k^{(l)}\} = \left\{ \hat{g}_k^{(l)} \exp\left(\mathrm{i} \sum_{i=1}^{k} \hat{\psi}_{l-i} \right) \right\}$ – вектор комплексных весовых коэффициентов АРФ,

$$\mathbf{R}_l = \| \rho_{jk}^{(l)} \exp(\mathrm{i}\psi_{jk}^{(l)}) + \lambda \delta_{jk} \|$$

– корреляционная матрица помехи, λ – отношение шум/помеха, δ_{jk} – символ Кронекера, $j, k = \overline{0, m}$, $l = m, m+1, \ldots$

Здесь и далее нижняя граница изменения величины l смещена на m, чтобы не учитывать влияние переходного процесса в фильтре.

Для стационарной унимодальной помехи при вобуляции периода повторения эрмитова корреляционная матрица помехи перестает быть теплицевой, тогда с учетом четности тригонометрической функции cos выражение (1) запишем в виде

$$\eta_l = \sum_{j,k=0}^{m} g_j(\{\hat{\rho}_i\}) g_k(\{\hat{\rho}_i\}) \rho_{jk} \cos\left[\sum_{a=r}^{s-1} (\hat{\psi}_a - \psi_a) \right] + \lambda \sum_{j=0}^{m} g_j^2(\{\hat{\rho}_i\}), \qquad (2)$$

где $g_j(\{\hat{\rho}_i\})$ – зависимости весовых коэффициентов от совокупности оценок коэффициентов межпериодной корреляции $\{\hat{\rho}_i\}$, определяемые алгоритмами работы [8]; индексы $i = P(j,k) = P(k,j)$, $P(\cdot)$ – преобразование, ставящее в соответствие паре неравных друг другу индексов единственный порядковый номер; ψ_a и $\hat{\psi}_a$ – доплеровский сдвиг фазы помехи и его оценка за период T_{l-a-1}; здесь $r = \min(j,k)$ и $s = \max(j,k)$, а индекс «l» в правой части выражения (2) и при последующем анализе для упрощения записи опущен.

Таким образом, как видно из (2), для полной адаптации АРФ m-го порядка в условиях априорной неопределенности при вобуляции периода повторения необходимо оценивать $N_1 = m$ значений ψ_a и $N_2 = (m+1)m/2$ модулей коэффициентов межпериодной корреляции ρ_i.

В предположении использования в процессе адаптации оценок максимального правдоподобия (ОМП) названных параметров и с учетом асимптотических свойств ОМП произведем раздельное усреднение (2) по множеству возможных значений $\hat{\psi}_a$ и $\hat{\rho}_i$ и определим усредненный критерий эффективности алгоритмов адаптивного режектирования помех.

Усредненный критерий эффективности алгоритмов

Усреднение косинуса в выражении (2) с учетом N_1-мерного нормального закона распределения оценок фазы с вектором средних $\{\psi_0, \ldots, \psi_{N_1-1}\}^{\mathrm{T}}$ и ковариационной матрицей $\mathbf{F}$ с элементами $F_{ab} = \overline{(\hat{\psi}_a - \psi_a)(\hat{\psi}_b - \psi_b)}$ дает

$$\overline{\cos\left[\sum_{a=r}^{s-1} (\hat{\psi}_a - \psi_a) \right]} = \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{a,\, b=r}^{s-1} F_{ab} \right), \qquad (3)$$

Ковариационная матрица совместно эффективных несмещенных оценок $\hat{\psi}_a$ определяется как $\mathbf{F} = \mathbf{J}^{-1}$, где $\mathbf{J}$ – информационная матрица Фишера [5], элементы которой, в свою очередь, могут быть определены с помощью функции правдоподобия $L_n(\{\psi_i\})$ в виде

$$J_{ab} = J_{ba} = -\overline{\partial^2 \ln L_n(\{\psi_i\}) / \partial\psi_a \partial\psi_b}.$$

Тогда при гауссовской статистике входных данных, описываемых корреляционной матрицей $\mathbf{R}$, элементы матрицы Фишера определяются выражением

$$J_{ab} = J_{ba} = -2n \sum_{c=0}^{a} \sum_{d=b+1}^{m} R_{cd}^* W_{cd}, \quad a \le b,$$

где n – объем обучающей выборки, определяемый числом независимых отсчетов со смежных элементов разрешения по дальности, усредняемых при вычислении оценок параметров помехи; W_{cd} – элементы матрицы $\mathbf{W} = \mathbf{R}^{-1}$.

Например, для фильтров первого и второго порядков имеем

$$m=1:\quad J_{00}=2n\rho_{01}^2/[(1+\lambda)^2-\rho_{01}^2];$$

$$m=2:\ J_{00}=2n[(1+\lambda)(\rho_{01}^2+\rho_{02}^2)-2\rho_{01}\rho_{02}\rho_{12}]\ D$$

$$J_{01}=J_{10}=2n[(1+\lambda)\rho_{02}^2-\rho_{01}\rho_{02}\rho_{12}]\ D,$$

$$J_{11}=2n[(1+\lambda)(\rho_{02}^2+\rho_{12}^2)-2\rho_{01}\rho_{02}\rho_{12}]\ D,$$

$$D=(1+\lambda)^3-(1+\lambda)(\rho_{01}^2+\rho_{02}^2+\rho_{03}^2)+2\rho_{01}\rho_{02}\rho_{12}.$$

Аналогичные выражения для элементов информационной матрицы Фишера для третьего порядка фильтра ($m=3$) не приведены из-за их громоздкости.

Для усреднения выражения (2) по множеству возможных значений коэффициентов межпериодной корреляции воспользуемся асимптотическими свойствами ОМП $\hat{\rho}_i$ и линейной аппроксимацией зависимостей

$$\hat{g}_j=g_j(\{\hat{\rho}_i\})=g_j+\sum_{i=0}^{N_2-1}\frac{\partial g_j}{\partial\rho_i}(\hat{\rho}_i-\rho_i),$$

где $g_j=g_j(\{\rho_i\})$.

Учитывая, что N_2-мерный нормальный закон распределения оценок $\hat{\rho}_i$ характеризуется вектором средних $\{\rho_i\}$ и ковариационной матрицей $\mathbf{M}$ с элементами $M_{cd}=\overline{(\hat{\rho}_c-\rho_c)(\hat{\rho}_d-\rho_d)}$, найдем

$$\overline{\hat{g}_j\hat{g}_k}=g_jg_k+\sum_{c,d=0}^{N_2-1}\frac{\partial g_j}{\partial\rho_c}M_{cd}\frac{\partial g_k}{\partial\rho_d},\qquad(4)$$

Ковариационная матрица $\mathbf{M}$ определяется путем обращения соответствующей информационной матрицы Фишера $\mathbf{K}$, элементы которой, в свою очередь, определяются функцией правдоподобия $L_n(\{\rho_i\})$ в виде [5]

$$K_{cd}=K_{dc}=-\overline{\partial^2\ln L_n(\{\rho_i\})/\partial\rho_c\partial\rho_d}.$$

При этом

$$K_{cd}=\frac{n}{\det^2\mathbf{R}}\left(\frac{\partial\det\mathbf{R}}{\partial\rho_c}\cdot\frac{\partial\det\mathbf{R}}{\partial\rho_d}-\det\mathbf{R}\cdot\frac{\partial^2\det\mathbf{R}}{\partial\rho_c\partial\rho_d}\right),$$

где $\det\mathbf{R}$ – детерминант матрицы $\mathbf{R}$.

Таким образом, можно получить конкретные выражения для K_{cd}, которые для фильтров первого и второго порядков имеют вид

$$m=1:\ K_{00}=2n[(1+\lambda)^2+\rho_0^2]\ [(1+\lambda)^2-\rho_0^2]^2;$$

$$m=2:\ K_{aa}=2n[(1+\lambda)^4-(1+\lambda)^2(\rho_b^2+\rho_c^2-\rho_a^2)-$$

$$-2(1+\lambda)\rho_a\rho_b\rho_c+2\rho_b^2\rho_c^2]\ D,$$

$$K_{ab}=-2n(1+\lambda)[(1+\lambda)^2\rho_c-(1+\lambda)\rho_a\rho_b-\rho_c^3]/D,$$

где; $a,b,c=\overline{0,2}$ – неравные друг другу числа ($a\neq b$, $b\neq c$, $c\neq a$);

$$D=[(1+\lambda)^3-(1+\lambda)(\rho_0^2+\rho_1^2+\rho_2^2)+2\rho_0\rho_1\rho_2]^2.$$

Окончательно с учетом выражений (3) и (4) получаем

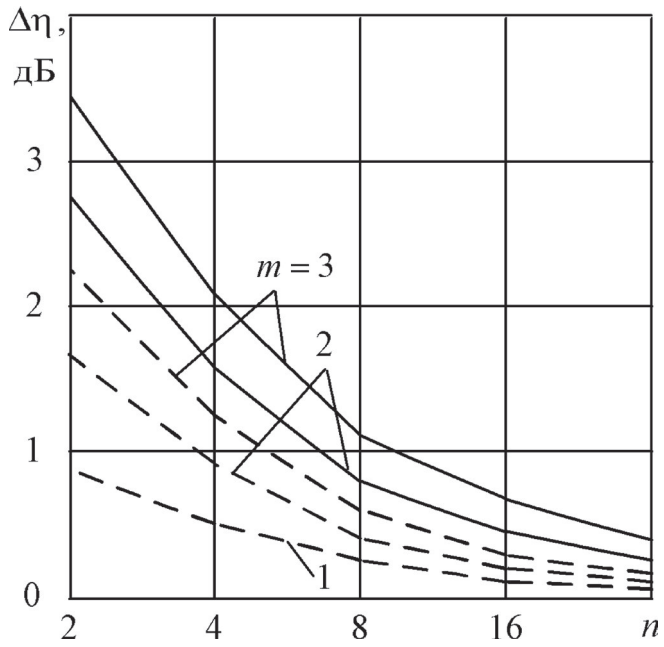

Рис. 1. Зависимости потерь в эффективности режек-тирования помехи от объема обучающей выборки

$$\overline{\eta_l} = \sum_{j,k=0}^{m} g_j g_k (\rho_{jk} + \lambda\delta_{jk}) \exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{a,b=r}^{s-1} F_{ab}\right) +$$

$$+ \sum_{j,k=0}^{m} (\rho_{jk} + \lambda\delta_{jk}) \exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{a,b=r}^{s-1} F_{ab}\right) \times$$

$$\times \sum_{c,d=0}^{N_2-1} \frac{\partial g_j}{\partial \rho_c} M_{cd} \frac{\partial g_k}{\partial \rho_d} = \mathbf{g}^{\mathrm{T}}\mathbf{r}\mathbf{g} + \mathrm{sp}(\mathbf{d}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}\mathbf{d}\mathbf{r}), \qquad (5)$$

где $\mathbf{g} = \{g_j\}$ – вектор вещественных весовых коэффициентов; $\mathbf{r} = \| \rho_{jk} \overline{\cos(\cdot)} \|$ – вещественная корреляционная матрица помехи со скомпенсированным доплеровским сдвигом фазы, элементы которой рассчитываются с использованием выражения (3); $\mathbf{d} = \| \partial g_j / \partial \rho_i \|$ – матрица производных вектора весовых коэффициентов; символ «sp» означает след матрицы.

Следует отметить, что потери в эффективности за счет ошибок оценивания модулей коэффициентов межпериодной корреляции $\{\rho_i\}$, представленные в выражении (5) величиной $\mathrm{sp}(\mathbf{d}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}\mathbf{d}\mathbf{r})$, в силу положительной определенности матриц $\mathbf{M}$ и $\mathbf{r}$ будут всегда неотрицательны.

Заметим, что в случае частичной адаптации – только к аргументу ψ_a коэффициентов межпериодной корреляции – выражение (5) принимает вид

$$\overline{\eta} = \mathbf{g}^{\mathrm{T}}\mathbf{r}\mathbf{g}, \qquad (6)$$

Результаты анализа эффективности алгоритмов

В качестве результатов анализа эффективности адаптивных алгоритмов режектирования пассивных помех представляют интерес обусловленные конечным объемом обучающей выборки n потери $\Delta\eta_l(n)$ усредненного коэффициента $\overline{\eta_l(n)}$ по отношению к его предельной величине:

$$\Delta\eta_l(n) = \overline{\eta_l(n)} / \lim_{n\to\infty} \overline{\eta_l(n)}.$$

При вобуляции периода повторения обычно рассматривается величина

$$\Delta\eta(n) = \frac{1}{p}\sum_{l=m}^{p+m-1} \Delta\eta_l(n),$$

где p – ядро вобуляции (число различных периодов повторения в группе) [8].

График зависимости $\Delta\eta(n) = \Delta\eta$ – кривая адаптации (сходимости) – позволяет выбирать объем обучающей выборки в зависимости от заданной величины потерь адаптации. На рис. 1 представлены результаты расчета кривых адаптации, соответствующие фильтрам 1-го, 2-го и 3-го порядков с полной (сплошные кривые) и частичной (штриховые кривые) адаптацией. Кривые рассчитаны для гауссовской аппроксимации спектра помехи с нормированной шириной ($\beta = \Delta f T_{\min} = 0{,}05$ ($T_{\min}$ – минимальный период повторения), $\lambda \le 10^{-6}$ и линейного закона вобуляции с ядром вобуляции $p = 8$ и глубиной вобуляции $\mathrm{mod} = 25\%$.

Как видим, величина потерь зависит от объема обучающей выборки, порядка фильтра и типа адаптации (полная или частичная). Как и следовало ожидать, потери растут с увеличением порядка фильтра, а при одинаковом объеме обучающей выборки АРФ с полной адаптацией характеризуется большими потерями по сравнению с АРФ с частичной адаптацией за счет ошибок, обусловленных оцениванием совокупности коэффициентов межпериодной корреляции помехи. Потери не более 1 дБ достигаются для рассматриваемых порядков АРФ соответственно при $n = 7, 10$ (для полной адаптации) и при $n = 2, 4, 5$ (для частичной адаптации).

Заключение

Полученные в результате проведенного анализа на основе асимптотических свойств оценок максимального правдоподобия аналитические выражения (5), (6) устанавливают связь коэффициента подавления помехи АРФ с характеристиками используемых оценок параметров пассивной помехи (доплеровской фазы и коэффициентов межпериодной корреляции) и позволяют сравнительно просто выбирать объем обучающей выборки в зависимости от величины допустимых потерь в эффективности режектирования. Достоинством предложенного метода анализа является отсутствие каких-либо ограничений на форму огибающей корреляционной функции помехи и закон вобуляции межимпульсных интервалов.

Литература

1. Skolnik, M. I. Radar Handbook / M.I. Skolnik. – 3rd ed. – New York : McGraw-Hill, 2008. – 1352 p.

2. Richards, M. A. Principles of Modern Radar. Basic Principles / M.A. Rich-ards, J.A. Scheer, W.A. Holm. – New York : SciTech Publishing, 2010. – 924 p.

3. Melvin, W. L. Principles of Modern Radar. Advanced Techniques / W.L. Melvin, J.A. Scheer. – New York : SciTech Publishing, 2013. – 846 p.

4. Richards, M. A. Fundamentals of Radar Signal Processing, Second Edition / M.A. Richards. – New York : McGraw–Hill Education, 2014. – 618 p.

5. Репин, В. Г. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем / В.Г. Репин, Г.П. Тартаковский. – Москва : Советское радио, 1977. – 432 с.

6. Ширман, Я. Д. Теория и техника обработки радиолокационной информации / Я.Д. Ширман, В.Н. Манжос. – Москва : Радио и связь, 1981. – 416 с.

7. Кузьмин, С З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию / С.З. Кузьмин. – Киев : КВіЦ, 2000. – 428 с.

8. Попов, Д. И. Адаптивное режектирование неэквидистантных отсчетов пассивных помех / Д.И. Попов // Информация и Космос. – 2022. – № 2. – С. 35–40.