Оптимальное планирование операций информационного взаимодействия космического аппарата с дискретной средой на поверхности Земли в условиях целенаправленных возмущений

Optimum planning of operations of informational interaction of a space vehicle with discrete medium on the Earth's surface under conditions of targeted disturbances

Калинин / Kalinin V.
Владимир Николаевич
(kvn.112@mail.ru)
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки и техники России,
действительный член Российской академии
космонавтики им. К. Э. Циолковского,
член-корреспондент Международной академии
информатизации.
ФГБВОУ ВО «Военно-космическая академия
имени А. Ф. Можайского» МО РФ,
профессор кафедры.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: космическая кибернетика – space cybernetics; космический аппарат – space vehicle; информационный активный подвижный объект – informational active mobile object; операция информационного взаимодействия – information interaction operation; пространство информационных состояний – informational states space; классы допустимых управлений и целенаправленных возмущений – classes of admissible control and targeted disturbances; бесконечная антагонистическая игра – endless antagonistic game; точка равновесия – equilibrium point.

В статье рассматривается задача космической кибернетики, связанная с оптимальным управлением операциями информационного взаимодействия космического аппарата с поверхностью Земли в условиях целенаправленных возмущений. Динамическая модель информационного взаимодействия представлена в виде линейного интегрального оператора Фредгольма. В качестве возмущающего фактора, влияющего на результат взаимодействия, рассматривается распределение коэффициента прозрачности околоземной геофизической среды вдоль трассы полета. Критерием оптимальности управления служит требование максимума линейного терминального функционала, характеризующего относительную ценность получаемой информации. Возмущающая среда носит антагонистический характер и ее цель – минимизация указанного функционала в условиях ограниченности соответствующего ресурса допустимых возмущений, что приводит к рассмотрению соответствующей бесконечной антагонистической игры. Приведен конкретный пример вычисления оптимальной стратегии планирования и соответствующей возмущающей реакции на основе редукции задачи к задаче линейного программирования.

The article includes examination of space cybernetics task related to optimum operations control of informational interaction of space vehicle with the earth's surface under conditions of targeted disturbances. The dynamic model of the informational interaction is presented as linear integral Fredholm operator. Distribution of transparency coefficient of circumterrestrial geophysical environment along the flight course is examined as a disturbing factor, impacting the interaction result. The requirement of maximum linear terminal function, characterizing the relative value of the observed information, serves as the criterion of optimum control. Disturbing medium is of antagonistic nature with a purpose of minimization of the specified function under limitations of the corresponding resource of admissible disturbances, resulting in examination of the corresponding endless antagonistic game. The specific example of calculation of optimum planning strategy and the corresponding disturbing reaction is presented based on task reduction to linear programming task.

Введение

В работах [1–3] изложены концептуальные и математические основы теории управления космическим аппаратом (далее сокращенно КА), основанные на концепции активного подвижного объекта (АПО) [2], под которым понимается сложная подвижная система, перемещающаяся в пространстве и предназначенная для информационного, энергетического или вещественного взаи-

1-2020.indd 44 26.02.2020 15:09:46

модействия с окружающей физической средой или с другими подобными системами и снабженная соответствующей бортовой аппаратурой и необходимым ресурсом. В соответствии с этими взглядами КА наблюдения за поверхностью Земли, совершающий свободный полет по околоземной орбите, может интерпретироваться как информационный активный подвижный объект, предназначенный для осуществления информационного взаимодействия с поверхностью Земли, под которым понимается сбор информации о состоянии объектов на земной поверхности с помощью бортовых оптических и радиоэлектронных средств. При этом целостный акт однородной деятельности по сбору указанной информации будем называть операцией информационного взаимодействия.

В работах [4–6] на основе соответствующих математических моделей рассмотрен ряд задач оптимального программного управления подобными операциями с учетом ограниченности имеющегося на борту КА ресурса, расходуемого в процессе информационного взаимодействия. При этом рассматривались континуальные и дискретные множества информационного взаимодействия на поверхности Земли.

Общей чертой всех указанных задач оптимального управления являлся их детерминированный характер, т. е. предполагалось, что возмущающие воздействия на информационные процессы отсутствуют. Однако в реальных условиях информационного взаимодействия это условие не выполняется – физическим носителем информации в рассматриваемых задачах являются электромагнитные волны, распространение которых в околоземном пространстве сопровождается сложными и априори неопределенными эффектами затухания, дифракции и преломления, что позволяет говорить о случайной природе возмущений (соответствующие задачи рассмотрены в работе [7]). Наряду с этим следует ожидать, что реальные процессы информационного взаимодействия могут сопровождаться также более сложными возмущениями, носящими целенаправленный (как правило, антагонистический) характер, будучи ориентированными на воспрепятствование получению требуемой информации, в этом случае обычно говорят о целенаправленной возмущающей среде.

В настоящей статье рассматривается задача оптимального управления процессом информационного взаимодействия с дискретным множеством точек на

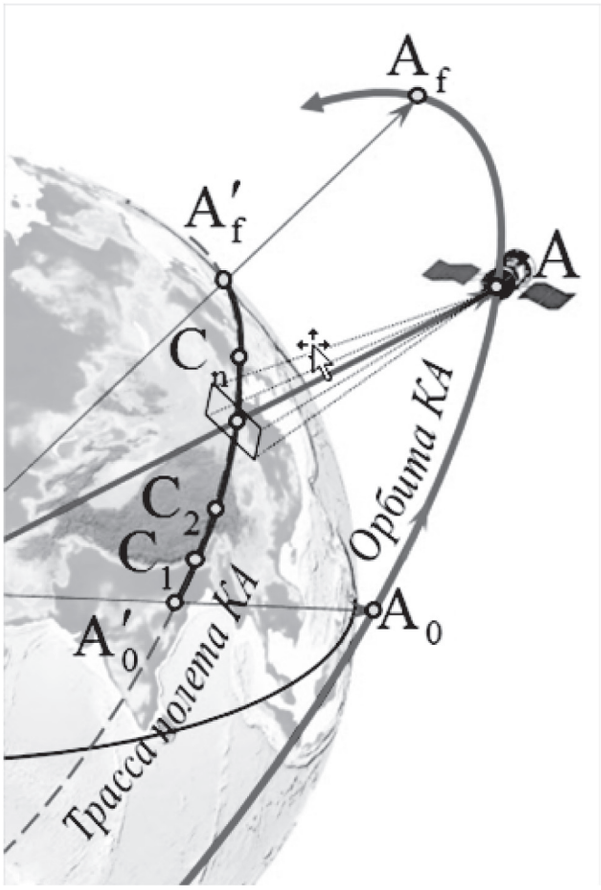


Рис. 1. Информационное взаимодействие КА с дискретной средой на поверхности Земли

1-2020.indd 45 26.02.2020 15:09:46

поверхности Земли в условиях возмущений, которые носят целенаправленный антагонистический характер и проявляются в подавлении полезного сигнала и соответствующем снижении количества принимаемой информации.

Для постановки этой задачи уточним исходные допущения, лежащие в основе используемых моделей и общей характеристики рассматриваемых процессов информационного взаимодействия. А именно примем следующие предположения:

1. КА совершает неуправляемый орбитальный полет в центральном гравитационном поле Земли при отсутствии механических возмущений.

2. Информационное взаимодействие с поверхностью Земли осуществляется с помощью одного прибора, ось диаграммы направленности которого совпадает с местной вертикалью КА.

3. Множество информационного взаимодействия представляет собой упорядоченное конечное множество точек трассы полета КА на поверхности Земли.

4. На борту КА имеется один непополняемый ресурс, расходуемый в процессе информационного взаимодействия.

5. Запаздыванием информационных сигналов вследствие конечной скорости их распространения можно пренебречь.

6. При задании возмущающих воздействий будем предполагать, что их влияние на рассматриваемые информационные процессы характеризуется целенаправленным подавлением сигналов в среде распространения информации и носит антагонистический характер.

Для дальнейшего рассмотрения соответствующих задач управления уточним необходимые математические элементы их постановки.

Основные элементы математической постановки задачи

Детерминированная математическая модель операции информационного взаимодействия КА с дискретной средой на поверхности Земли. Будем рассматривать исследуемые процессы информационного взаимодействия на некотором заданном интервале времени

$$\sigma = [t_0, t_f] \subset [0, \infty),\ t_f > t_0, \tag{1}$$

где t_0 – начальный, t_f – конечный моменты времени.

При указанных выше допущениях центр масс КА в соответствии с законами Кеплера будет совершать движение по эллиптической орбите, один из фокусов которой совпадает с центром Земли. Будем считать это движение заданным и представленным кинематической моделью вида:

$$\vec{r} = \vec{r}(t),\ t \in \sigma, \tag{2}$$

в которой $\vec{r}$ – радиус-вектор, соединяющий центр Земли с центром масс КА, а $\vec{r}(\cdot)$ – соответ-ствующее заданное отображение: $\sigma \to R^3$.

Будем рассматривать этот радиус-вектор в относительной экваториальной геоцентрической декартовой системе координат, вращающейся вместе с Землей. При этом центр масс КА на временном отрезке (1) перемещается из некоторого начального положения A_0 в конечное A_f (рис.1). На поверхности Земли движению КА соответствует трасса полета КА (геометрическое место подспутниковых точек пересечения радиус-вектора центра масс КА с поверхностью Земли) и ее отрезок $A_0' A_f'$.

При рассмотрении в качестве множества информационного взаимодействия множества точек отрезка трассы целесообразно ввести естественную параметризацию этого отрезка, сопоставив каждой его точке длину дуги трассы, отсчитываемую до нее от точки пересечения трассы с плоскостью экватора. Обозначим эту длину через ρ и будем рассматривать ее как координату указанной точки. При этом участку трассы $A_0' A_f'$ взаимно однозначно сопоставляется отрезок вещественной оси $\Delta = [a_0, a_f] \subset \mathrm{R}^1$, где a_0 и a_f – значения параметра ρ, отвечающие начальной и конечной точкам рассматриваемого участка трассы. Так как орбитальное движение КА предполагается заданным, то отрезок $\Delta = [a_0, a_f] \subset \mathrm{R}^1$ можно рассматривать как образ временного интервала (1) в соответствующем заданном биективном отображении:

$$s = s(t),\ t \in \sigma,\ s \in \Delta. \tag{3}$$

В соответствии с общей математической моделью, предложенной в работах [2, 3], текущее состояние информационного взаимодействия (информационное состояние) для каждого момента времени $t \in \sigma$ будем характеризовать неотрицательной вещественной функцией $\gamma(\rho, t)$, представляющей распределение линейной плотности полученной информации вдоль отрезка трассы $\Delta = [a_0, a_f] \subset \mathrm{R}^1$ к этому моменту времени. Как показано в указанных работах, при отсутствии возмущений соответствующее принятым допущениям уравнение операции информационного взаимодействия может быть представлено линейным интегральным оператором следующего вида:

$$\gamma(\rho, t) = \int_{t_0}^{t} K(s(\tau) - \rho) u(\tau) d\tau,\ t \in \sigma = \left[t_0, t_f\right], \tag{4}$$

где $u = u(t)$ – интенсивность информационного взаимодействия (скорость получения информации), рассматриваемая в дальнейшем как соответствующее управляющее воздействие, а $K(x)$ – некоторая финитная неотрицательная четная интегрируемая функция, определенная на отрезке $[-\varepsilon, +\varepsilon]$, удовлетворяющая условию нормировки:

1-2020.indd 46 26.02.2020 15:09:47

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(x)\,dx = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} K(x)\,dx = 1, \tag{5}$$

и соответствующая диаграмме направленности информационного взаимодействия.

Для удобства дальнейшего изложения приведем рассматриваемую задачу к симметричной форме, а именно произведем замену текущего времени на взаимнооднозначно связанную с ним координату подспутниковой точки трассы полета в соответствии с соотношением (3). Входящая в (3) функция $s(\tau)$, определенная на интервале времени $\sigma = [t_0, t_f]$, обладает важным свойством – в соответствии с введенной выше параметризацией трассы она определяет положение подспутниковой точки в момент времени $\tau \in \sigma$ и является строго монотонно возрастающей аналитической (бесконечно дифференцируемой) функцией от τ, т.е. представляет собой биективное отображение $\sigma = [t_0, t_f] \to \Delta = [a_0, a_f]$, поэтому для нее существует единственная и бесконечно дифференцируемая обратная функция $\tau = \tau(s)$. В дальнейшем будем обе указанные функции заданными и удовлетворяющими указанным условиям.

Из этого следует, что финальное информационное состояние в соответствии с (4) можно представить в следующем виде:

$$\gamma_1(\rho, a_f) = \int_{a_0}^{a_f} K(s-\rho)\frac{\tilde{u}(s)}{w(s)}ds = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} K(x)\frac{\tilde{u}(\rho+x)}{w(\rho+x)}dx,\ \rho \in \Delta, \tag{6}$$

где $\tilde{u}(s) = u(\tau(s))$, а $w(s)$ – скорость движения по трассе подспутниковой точки с координатой s, равная

$$w(s) = \dot{s}(\tau(s)) = \left.\frac{ds}{d\tau}\right|_{\tau=\tau(s)}. \tag{7}$$

При этом очевидно, $w(s) > 0$ всюду на Δ.

Уточним множество информационного взаимодействия, а именно в данной работе будем предполагать, что оно представляет собой упорядоченное конечное множество точек (объектов) $C_1, C_2, ..., C_n$, расположенных на указанном отрезке $A_0'A_f'$ трассы полета КА (рис. 1), которому соответствует совокупность вещественных чисел $Q = \{\rho_1, \rho_2, ..., \rho_n\} \subset \Delta$, представляющих собой естественные координаты этих точек.

Сопоставим каждой из указанных точек C_i симметричный отрезок трассы полета $\Delta_i = [\rho_i - \varepsilon, \rho_i + \varepsilon]$ длины 2ε и будем предполагать, что информационное взаимодействие КА с объектом C_i возможно только при условии попадания подспутниковой точки КА в пределы этого отрезка, который будем называть отрезком информационного контакта. Для дальнейшего примем следующие два дополнительных предположения.

Во-первых, уточняя рассматриваемую задачу, будем предполагать, что все отрезки информационного контакта дизъюнктны (т.е. не имеют общих точек) и в пределах каждого из них управляющее воздействие $\tilde{u}(s)$ постоянно и соответственно равно

$$u_i = \tilde{u}(\rho_i),\quad i = 0, 1, ..., n. \tag{8}$$

При этом финальное состояние информационного взаимодействия с объектом C_i в соответствии с (6) можно представить в следующем виде:

$$\gamma_{1i}(\rho, a_f) = u_i\alpha_i(\rho),\ \text{где}\ \ \alpha_i(\rho) = \int_{\rho_i-\varepsilon}^{\rho_i+\varepsilon} \frac{K(s-\rho)}{w(s)}ds =$$

$$= \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{K(x)}{w(\rho+x)}dx,\ \rho \in \Delta_i,\ i = 1, 2, ..., n. \tag{9}$$

Общее количество информации, полученное от объекта C_i при перемещении подспутниковой точки в пределах соответствующего отрезка информационного контакта, будет равно:

$$q_i = q_i(t_f) = \int_{\Delta_i} \gamma_{1i}(\rho, a_f)d\rho = u_i \int_{\rho_i-\varepsilon}^{\rho_i+\varepsilon} \alpha_i(\rho)d\rho,\ i = 1, 2, ..., n. \tag{10}$$

Во-вторых, будем считать отрезки информационного контакта достаточно малыми, чтобы можно было считать скорость подспутниковой точки на каждом постоянной величиной, равной

$$w_i = w(\rho_i),\quad i = 0, 1, ..., n. \tag{11}$$

В этом случае выражение (10) с учетом (9) приобретает более простой вид:

$$q_i = \frac{2\varepsilon}{w_i}u_i = T_i u_i,\ i = 1, 2, ..., n. \tag{12}$$

где T_i – длительность соответствующего информационного контакта.

Класс допустимых управляющих воздействий. В рассматриваемой математической модели операции информационного взаимодействия роль управляющего воздействия играет n-мерный вектор, образованный величинами (8). Множество допустимых значений этого вектора зададим в виде:

$$U = \left\{\vec{u} = \left\|u_1\ u_2\ ...\ u_n\right\|^T \middle| (\forall i \in \{1, 2, ..., n\}\,(0 \le u_i \le 1)\right\} \subset R^n \tag{13}$$

Математическая модель операции информационного взаимодействия КА с поверхностью Земли с учетом возмущений. Перейдем теперь к варианту рассмотренной математической модели, учитывающему наличие возмущений в процессе информационного взаимодействия. С этой целью (по аналогии с [6]) введем в состав описанной выше детерминированной модели (9–10) характеризующий возмущения мультипликативный параметр

1-2020.indd 47 26.02.2020 15:09:48

$$v = v(\rho), \tag{14}$$

который будем называть коэффициентом прозрачности околоземной геофизической среды, и будем рассматривать его как возмущающий фактор. В этом случае соответствующие уравнения финального информационного состояния информационного взаимодействия (9) и (10) можно представить в следующем виде:

$$\vec{q}_c = \left\| q_{c1}\ \mathrm{q}_{c2}\ \dots\ \mathrm{q}_{cn} \right\|^T, \mathrm{q}_{ci} = \mathrm{v}_i \mathrm{q}_i, \text{ где } v_i = v(\rho_i),\ i = 1, 2, \dots, n, \tag{15}$$

где q_{ci} – объем принятой информации об объекте C_i при наличии возмущений.

Класс допустимых возмущающих воздействий. Уточним класс допустимых возмущающих воздействий, а именно, зададим его в следующем виде:

$$V = \left\{ \vec{v} = \left\| v_1\ v_2\ \dots\ \mathrm{v}_n \right\|^T \middle| (\forall i \in \{1, 2, \dots, n\})(0 \le v_i \le 1) \right\} \subset R^n. \tag{16}$$

Показатель качества процесса управления информационным взаимодействием.

В качестве показателя качества процесса информационного взаимодействия рассмотрим терминальную функцию

$$J = \vec{\xi}^T \vec{q}_c \left(t_f \right) = \sum_{i=1}^{n} \xi_i q_{ci}, \tag{17}$$

где

$$\vec{\xi} = \left\| \xi_1\ \xi_2\ \dots\ \xi_n \right\|^T,\ \xi_i > 0,\ i = 1, 2, \dots, n, \tag{18}$$

– вектор, составляющие которого представляют собой принимающие значения в диапазоне от 0 до 10 коэффициенты относительной важности (ценности) информации, получаемой от отдельных дискретных источников на поверхности Земли.

С учетом принятых выше допущений указанная целевая функция (17) может быть представлена в виде билинейной формы следующего вида

$$J(\vec{u}, \vec{v}) = \sum_{i=1}^{n} u_i a_i v_i, \text{ где } \mathrm{a}_i = \frac{2\varepsilon}{w_i} \xi_i,\ i = 1, 2, \dots, n. \tag{19}$$

Математическая модель ресурсных ограничений для управляющей стороны. Будем предполагать, что на борту космического аппарата имеется один расходуемый ресурс (объем носителя информации, запас энергии или т. п.), скорость расходования которого линейно зависит от величины управляющего воздействия, а имеющийся объем ограничен. Эти условия математически могут быть представлены в виде интегрального ограничения следующего вида:

$$\int_{t_0}^{t_f} u(\tau) d\tau = \sum_{i=1}^{n} q_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{2\varepsilon}{w_i} u_i = \sum_{i=1}^{n} T_i u_i \le b,\ 0 < b < \sum_{i=1}^{n} T_i, \tag{20}$$

в котором b – заданная положительная величина.

Математическая модель ресурсных ограничений для возмущающей среды.

Примем во внимание, что возможности среды по реализации соответствующего возмущающего воздействия $\vec{v}$ также ограничены. А именно будем предполагать, что допустимые возмущающие воздействия удовлетворяют следующему интегральному ресурсному ограничению:

$$\sum_{i=1}^{n} v_i \ge d,\quad 0 < d < n, \tag{21}$$

в котором d – заданная величина, характеризующая потенциальные возможности среды по воспрепятствованию процессу информационного взаимодействия.

Теперь всего готово для постановки рассматриваемой проблемы. Перейдем к соответствующим формулировкам.

Общая постановка и решение задачи

Общая математическая постановка задачи

При рассмотрении задач управления информационным взаимодействием в детерминированных условиях требуется найти такое допустимое управляющее воздействие, которое доставляет заданному показателю качества максимальное из всех возможных значений. Если такое управляющее воздействие существует, то оно называется оптимальным управлением. Примеры решения соответствующих задач приведены в работах [2, 5, 6].

Однако при наличии возмущений подобная постановка задачи выбора управляющего воздействия теряет смысл, поскольку значение показателя качества процесса зависит от двух аргументов $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$, второй из которых лицу, принимающему решение, принципиально неизвестен. Оптимальное управление в каждом конкретном случае, возможно, существует, но не может быть найдено, так как соответствующая реализация возмущений принципиально неизвестна.

Однако при этом, как уже указывалось выше, предполагается, что известна цель возмущающей среды, которая носит антагонистический характер, т.е. в данном случае заключается в минимизации целевой функции (19). Это обстоятельство дает основание представить рассматриваемую задачу оптимального управления как бесконечную антагонистическую игру [8] и воспользоваться для ее решения соответствующей теоретико-игровой методологией.

С учетом ограничений (20) и (21) сузим соответствующие классы допустимых управлений и возмущений, представив их в следующем виде:

$$U_1(b) = \left\{ \vec{u} = \left\| u_1\ \mathrm{u}_2\ \dots\ \mathrm{u}_n \right\|^T \middle| (\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}\ (0 \le u_i \le 1) \wedge \left(\sum_{i=1}^{n} T_i u_i \le \right.\right.$$
$$\left.\left. \le b,\ 0 < b < \sum_{i=1}^{n} T_i \right) \right\} \subset R^n \tag{22}$$

1-2020.indd 48 26.02.2020 15:09:50

и $$V_1(d)=\left\{\vec{v}=\|v_1\ v_2\ \dots\ v_n\|^T \middle| (\forall i\in\{1,2,\dots,n\})(0\le v_i\le 1)\wedge\left(\sum_{i=1}^{n} v_i\ge d,\ \ 0<\mathrm{d}<n\right)\right\}\subset R^n. \quad (23)$$

С учетом введенных обозначений рассматриваемую задачу можно представить, как бесконечную антагонистическую игру в нормальной форме [8] следующего вида:

$$\Gamma=\left\langle\ U_1(b),\ \mathrm{V}_1(d), J\left(\vec{u},\vec{v}\right)\right\rangle. \quad (24)$$

Для нахождения в поставленной задаче разумного решения целесообразно воспользоваться принципом гарантированного результата А. Вальда, который заключается в нахождении наилучшего результата в предположении, что возмущения будут носить наиболее неблагоприятный характер (принцип крайнего пессимизма), т.е. в определении максимина

$$J_н=\max_{\vec{u}\in U_1(b)}\left[\min_{\vec{v}\in V_1(d)} J_1\left(\vec{u},\vec{v}\right)\right], \quad (25)$$

называемого нижней ценой игры, и (исходя из предположения, что источник возмущений также руководствуется аналогичным принципом) минимакса

$$J_в=\min_{\vec{v}\in V_1(d)}\left[\max_{\vec{u}\in U_1(b)} J_1\left(\vec{u},\vec{v}\right)\right], \quad (26)$$

называемого верхней ценой игры. В теории игр принято считать, что оптимальное управление в подобной задаче существует тогда и только тогда, когда указанные максимум и минимум достигаются и более того, совпадают.

$$J_н=\max_{\vec{u}\in U_1(b)}\left[\min_{\vec{v}\in V_1(d)} J_1\left(\vec{u},\vec{v}\right)\right]=J_в=\min_{\vec{v}\in V_1(d)}\left[\max_{\vec{u}\in U_1(b)} J_1\left(\vec{u},\vec{v}\right)\right]=J^*. \quad (27)$$

Их общее значение называется ценой игры, а соответствующая ситуация – ситуацией равновесия. При этом точка равновесия – характеризуется парой $\left\langle\vec{u}^*,\vec{v}^*\right\rangle$, которая называется оптимальной стратегией в целом и определяет искомое оптимальное управление $\vec{u}^*$.

Алгоритм решения поставленной теоретико-игровой задачи

Известно [8], что для того чтобы имела место ситуация равновесия, необходимо и достаточно, чтобы целевая функция игры на произведении базисных множеств $U_1(b)\times V_1(d)$ имела седловую точку. В рассматриваемом случае образующие множества представляют собой выпуклые компакты в конечномерном пространстве R^n, а целевая функция является билинейной на их произведении. В этом случае [9, с. 16, 98] седловая точка указанной функции, а следовательно и ситуация равновесия, в рассматриваемой игре существует и равенство (27) заведомо выполняется. Рассмотрим вопрос о практическом нахождении искомого решения – параметров ситуации равновесия – аргументов максимина (минимакса), характеризующих оптимальную стратегию игры в целом, т.е. соответствующий оптимальный вектор $\vec{u}^*$ и антагонистическую реакцию среды – вектор $\vec{v}^*$.

В математическом отношении алгоритм решения поставленной задачи общеизвестен (см., напр., [10, с. 82]) и заключается в следующем. На основании данных исходной задачи формулируются две вспомогательные $2n+1$-мерные стандартные задачи линейного программи-рования и двойственные к ним. Доказывается, что решения этих двойственных задач определяют решение рассматриваемой игровой задачи, т.е. позволяют найти искомые векторы $\vec{u}^*$ и $\vec{v}^*$. Опуская промежуточные преобразования, приведем формулировки указанных двойственных задач (в скалярной форме).

Первая двойственная задача (для определения вектора оптимального управления).

$$\left.\begin{array}{c} -z_1-z_2-\dots-z_n+dz_{n+1}\to\max;\\ -z_i+z_{n+1}\le a_iu_i,\ i=1,2,\dots,n;\\ 0\le u_i\le 1,\ i=1,2,\dots,n;\\ \sum_{i=1}^{n}T_iu_i\le b.\end{array}\right\},\quad \vec{x}^*=\left\|\begin{array}{c}\vec{z}^*\\ \vec{u}^*\end{array}\right\|, \quad (28)$$

Здесь $\vec{z}$ – вспомогательный $(n+1)$-мерный вектор, $\vec{x}^*$ – решение этой задачи, вторая составляющая которого и представляет собой искомое оптимальное управление $\vec{u}^*$. Вторая двойственная задача (для определения вектора возмущений).

$$\left.\begin{array}{c} z_1+z_2+\dots+z_n+bz_{n+1}\to\min;\\ z_i+z_{n+1}\ge a_iv_i,\ i=1,2,\dots,n;\\ 0\le v_i\le 1,\ i=1,2,\dots,n;\\ \sum_{i=1}^{n}v_i\le d.\end{array}\right\},\quad \vec{y}^*=\left\|\begin{array}{c}\vec{z}^*\\ \vec{v}^*\end{array}\right\|. \quad (29)$$

Здесь также $\vec{z}$ – вспомогательный $(n+1)$-мерный вектор, $\vec{y}^*$– решение этой задачи, вторая составляющая которого и представляет собой искомую реакцию антагонистической среды $\vec{v}^*$.

Таким образом, искомая оптимальная стратегия в рассматриваемой антагонистической игре (23) может быть получено как решение двух стандартных задач (28–29) с помощью стандартных математических инструментов линейного программирования. В заключение рассмотрим конкретный пример решения рассматриваемой задачи.

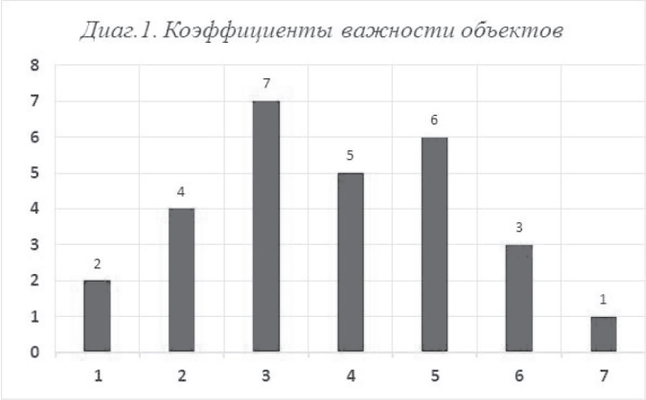
Пример.

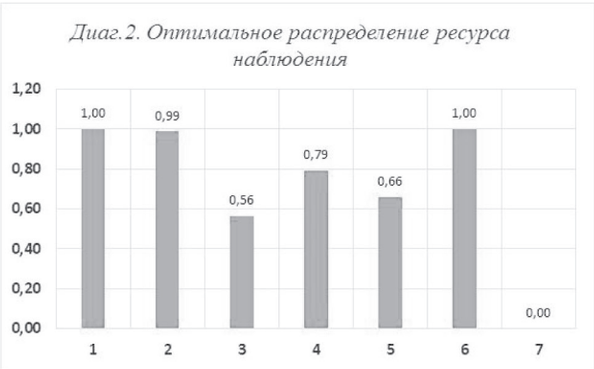
Рассмотрим пример решения обсуждаемой задачи при следующих значениях ее параметров:

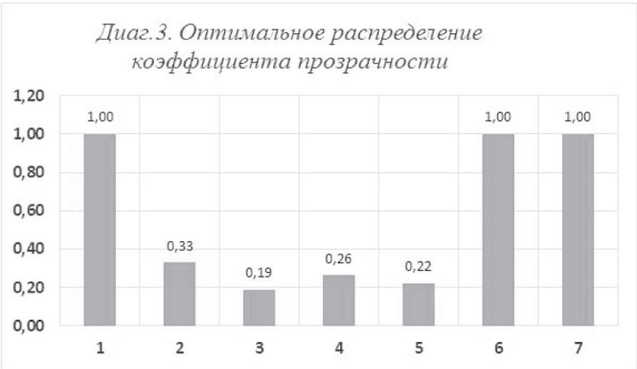
1-2020.indd 49 26.02.2020 15:09:51

Таблица 1

№№	a_i*	u_i*	v_i*	J*
1	2	1,00	1,00	8,95
2	4	0,99	0,33	
3	7	0,56	0,19	
4	5	0,79	0,26	
5	6	0,66	0,22	
6	3	1,00	1,00	
7	1	0,00	1,00	
Σ		5,00	4,00	







1-2020.indd 50 26.02.2020 15:09:51

$$n = 7, a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = 7, a_4 = 5, a_5 = 6, a_6 = 3, a_7 = \\ = 1; b = 5, d = 4, T_1 = T_2 = ... = T_7 = 1. \quad (30)$$

Результаты решения соответствующих вариантов задач (28–29) с помощью симплекс-метода приведены в таблице 1 и на диаграммах 1–3.

Заключение

В статье рассмотрена задача оптимального управления операцией информационного взаимодействия космического аппарата с дискретной средой на поверхности Земли в условиях целенаправленных возмущающих воздействий. Приведена общая математическая формулировка этой задачи для линейного терминального функционала качества процесса управления в предположении, что возмущающее воздействие носит мультипликативный характер и возмущающая среда является антагонистической. Показано, что задача сводится к исследованию бесконечной антагонистической игры на классах допустимых управлений и возмущений с билинейной целевой функцией. Задача сведена к рассмотрению стандартных задач линейного программирования, определяющих параметры соответствующей седловой точки целевой функции, т.е. оптимальную стратегию в целом. Приведен пример нахождения подобного решения. Полученные результаты могут быть использованы при решении практических задач оптимального планирования работы бортовой аппаратуры КА, предназначенной для информационного взаимодействия с окружающей физической средой.

Литература

1. Калинин, В. Н. Современная космическая кибернетика – методологические основы и направления исследований / В.Н. Калинин // Информация и Космос. – 2007. – № 3. – С. 7–16.

2. Калинин, В. Н. Теория управления космическим аппаратом: на основе концепции активного подвижного объекта: монография / В.Н. Калинин. – СПб.: ВКА им. А.Ф. Можайского, 2014. – 188 с.

3. Калинин, В. Н. Математическая модель информационного взаимодействия космического аппарата с поверхностью Земли / В.Н. Калинин // Труды СПИИРАН. – 2014. – Вып. 3 (34). – С. 33–56.

4. Калинин, В. Н. Морфологический анализ проблематики математического моделирования процессов информационного взаимодействия космического аппарата с окружающей физической средой / В.Н. Калинин // Информация и Космос. – 2014. – № 1. – С. 94–104.

5. Калинин, В. Н. О некоторых задачах оптимального управления информационным взаимодействием космического аппарата с поверхностью Земли / В.Н. Калинин // Труды СПИИРАН. – 2015. – Вып. 4 (41). – С. 34–56.

6. Калинин, В. Н. Оптимальное планирование информационного взаимодействия космического аппарата с дискретной средой на поверхности Земли / В.Н. Калинин // Информация и Космос. – 2015. – № 3. – С. 150–157.

7. Калинин, В. Н. Оптимальное управление информационным взаимодействием космического аппарата с поверхностью Земли в условиях случайных возмущений / В.Н. Калинин // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. – 2018. – Вып. 660. – С. 6–18.

8. Петросян, Л. А. Теория игр / Л.А. Петросян, Н.А. Зенкевич, Е.В. Шевкопляс. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012. – 424 с.

9. Васин, А. А. Введение в теорию игр / А.А. Васин, В.В. Морозов. – М.: Изд. МГУ, 2003. – 278 с.

10. Оуэн, Г. Теория игр / Г. Оуэн. – М.: Мир, 1971. – 230 с.

1-2020.indd 51 26.02.2020 15:09:51