

## Эффективность обработки сигналов с расширенным спектром в условиях сосредоточенных помех с частотной расстройкой

### The efficiency of processing spread spectrum signals in conditions of concentrated interference with the frequency detuning

**Биккенин / Bikkenin R.**

Рафаэль Рифгатович

(tosir@sut.ru)

доктор технических наук, профессор,  
заслуженный работник высшей школы РФ.

Военный институт дополнительного  
профессионального образования ВУНЦ ВМФ  
«Военно-морская академия имени Адмирала Флота  
Советского Союза Н. Г. Кузнецова»  
(ВМА им. Н. Г. Кузнецова) МО РФ,

доцент кафедры боевого применения средств связи.  
г. Санкт-Петербург

**Андрюков / Andrukov A.**

Алексей Анатольевич

(aaa260977@yandex.ru)

Военный институт дополнительного  
профессионального образования ВУНЦ ВМФ  
ВМА им. Н. Г. Кузнецова,  
старший преподаватель кафедры боевого  
применения средств связи.  
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: системы с расширенным спектром – Spread Spectrum System; псевдослучайные сигналы – pseudorandom signals; частотная расстройка – frequency detuning; демодуляция – demodulation; помехоустойчивость приема jamming immunity of the reception; вероятность ошибки – error probability.

Рассмотрена процедура некогерентной обработки сигнала с расширенным спектром и относительной фазовой модуляцией при воздействии сосредоточенной помехи с частотой, не совпадающей с сигналом. Получены расчетные соотношения, позволяющие оценить помехоустойчивость приема в условиях такой помехи. Показано, что данная процедура обработки сохраняет работоспособность в условиях действия помехи с частотной расстройкой.

The article considers the procedure of spread spectrum signal with a differential phase shift keying incoherent processing under the influence of concentrated interference with a frequency not coinciding with the signal. The calculated ratios which allowing to evaluate the noise immunity of the reception under such interference were found. It is shown that this processing procedure remains operational under the conditions of interference with the frequency detuning.

Ранее авторами в публикациях на страницах данного журнала [1, 2] оценивалась эффективность приема псевдослучайных сигналов (ПС) с расширенным спектром (*spread spectrum – SS*), формируемых методом «прямой последовательности» (*direct sequencing – DS*) при их использовании в системах радиосвязи и управления, функционирующих в условиях организованных (преднамеренных) помех. При этом предполагалось, что постановщик помех, обладая достаточной априорной информацией, способен с высокой степенью точности

«попасть» на частоту передаваемого сигнала. Ясно, что такая ситуация, хотя и не исключается, тем не менее является достаточно сложно реализуемой. Поэтому представляет интерес оценить возможности обработки названных сигналов в случаях, когда организованная помеха в точности не совпадает по частоте с сигналом, а имеет место некоторая частотная расстройка.

В настоящей работе, в развитие результатов [1–4], рассматривается процедура некогерентной обработки псевдослучайных (шумоподобных) сигналов с относительной фазовой модуляцией (*differential phase shift keying – DPSK*) [5–7]. При этом мешающим организованным колебанием является сосредоточенная преднамеренная помеха в виде гармонического колебания с частотой, не совпадающей по частоте с передаваемым сигналом, т. е. расстроенной относительно частоты  $\omega_c$

$$J(t) = U_n \cos[(\omega_c + \Omega)t + \varphi_n], \quad (1)$$

где  $U_n$ ,  $\varphi_n$  – амплитуда и фаза помехи,  $\Omega$  – частотное смещение помехи относительно частоты сигнала  $\omega_c$ .

#### Сигнал и процедура его обработки

Считаем, что двоичный источник вырабатывает информационные символы  $x_i \in \{0, 1\}$ ,  $i = 1, 2, \dots$  длительностью  $t \in [0, T_0]$  каждый. Далее посредством псевдослучайной последовательности (ПСП)  $\gamma$  ( $\gamma_k \in \{0, 1\}$ ,  $k = \overline{1, n}$  – элементы ПСП длительности  $T = T_0/n$  на передающей стороне формируется псевдослучайный DPSK-сигнал (ОФМ-сигнал):

$$S(t) = U_c \sum_{k=1}^n \pi_k(t) \text{rect}(t - (k-1)T) \cos(\omega t + \varphi_c), \quad (2)$$

где  $U_c$ ,  $\omega$ ,  $\varphi_c$  – амплитуда, частота, фаза сигнала,  $\text{rect}(t - (k-1)T)$  – импульс единичной амплитуды и фиксированной длительности  $T = T_0/n$ , задающий временной интервал субэлемента составного псевдослучайного сигнала,

$$\pi_k(t) = \begin{cases} (-1)^{\varepsilon_k}, & t \in [(k-1)T, kT], \quad k = \overline{1, n}, \\ 0, & t \notin [(k-1)T, kT], \end{cases}$$

$T_0$  – длительность сложного сигнала;  $\varepsilon_k \in \{0, 1\}$  – двоичные величины, которые образуются при помощи ПСП в соответствии с правилом относительной фазовой модуляции (ОФМ);  $\varepsilon_k = \varepsilon_{k-1} + \gamma_k$  (здесь знак «+» означает сложение по модулю два);  $\varphi_c$  – начальная фаза в (2) предполагается случайной и равномерно распределенной с плотностью  $\omega(\varphi_c) = 1/2\pi$ ,  $\varphi_c \in [0, 2\pi]$ .

При появлении на выходе источника сообщений информационного символа  $x_i = 0$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , псевдослучайный сигнал описывается выражением (2). Если источник вырабатывает символ «1»,  $x_i = 1$ , то в (2) величины  $\omega_k(t)$  формируются посредством инвертирования элементов ПСП,  $1 - \gamma_k$ .

Процедуру обработки ПС-ОФМ сигналов представим соотношением, которое получено в развитие некоге-

рентного взаимокорреляционного приема сигналов с относительной фазовой модуляцией, когда при формировании сигналов применяются псевдослучайные последовательности:

$$\text{sign } \lambda = \text{sign} \left[ \sum_{k=1}^n (-1)^{\varepsilon_k} (X_k X_{k-1} + Y_k Y_{k-1}) \right], \quad (3)$$

где

$$X_{k-1} = \int_{(k-1)T}^{kT} u_{k-1}(t) \cos \omega t dt, \quad X_k = \int_{kT}^{(k+1)T} u_k(t) \cos \omega t dt,$$

$$Y_{k-1} = \int_{(k-1)T}^{kT} u_{k-1}(t) \sin \omega t dt, \quad Y_k = \int_{kT}^{(k+1)T} u_k(t) \sin \omega t dt,$$

$u_{k-1}(t)$ ,  $u_k(t)$  – аддитивная смесь сигнала (2) и помехи (1), несовпадающей по частоте с сигналом, на  $(k-1)$ -м и  $k$ -м интервалах анализа.

Полагаем, что  $q = P_c/P_n < P_{ш}/P_n < 1$ , где  $P_c$ ,  $P_n$ ,  $P_{ш}$  – мощности сигнала  $S(t)$ , помехи  $J(t)$  и шума соответственно. В связи с этим без потери общности результатов далее рассмотрим воздействие только организованной (преднамеренной) помехи  $J(t)$ .

В (3)  $\text{sign } \lambda$  – процедура определения знака выходной статистики  $\lambda$ , при этом, когда  $\lambda > 0$  – регистрируется

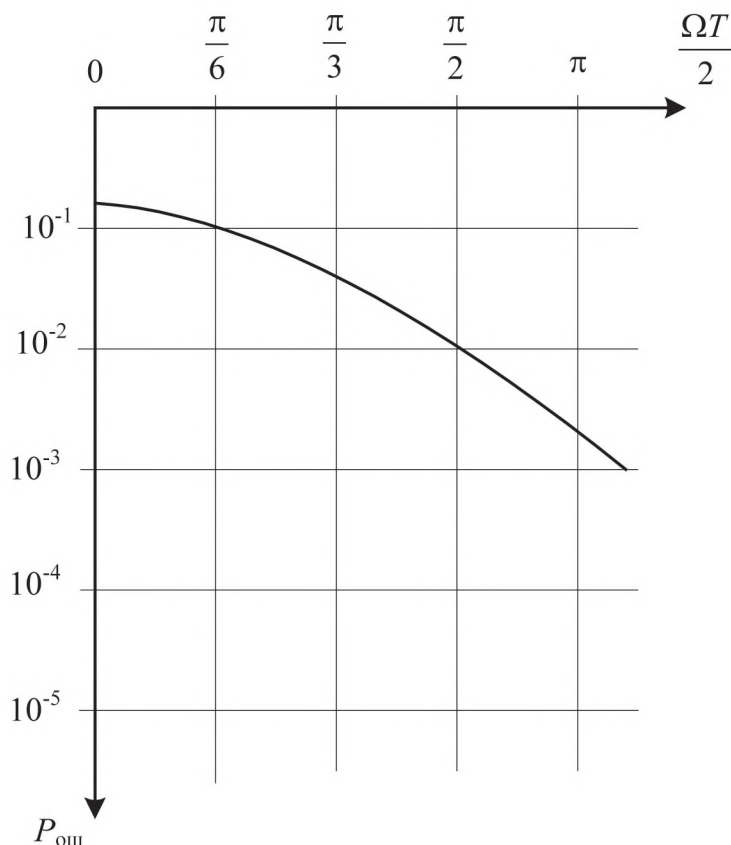


Рис. 1. Зависимость вероятности ошибки ПС-ОФМ сигнала от величины расстройки частоты между сигналом и сосредоточенной помехой

информационный символ  $x_i = 0$ , в противном случае, если  $\lambda < 0$ , принимается решение о регистрации  $x_i = 1$ ,  $i = 1, 2, \dots$

## Вероятность ошибки

Для нахождения вероятности ошибки при обработке сигнала (2) на основе процедуры (3) в условиях действия организованной помехи (1) определим вероятность того, что при передаче символа  $x_i = 0$  выходная статистика  $\lambda < 0$ .

Подставляя (1) и (2) в (3), после несложных преобразований получим выражения для величин  $X_k, Y_k, k = 1, n$ :

$$X_k = (-1)^{k-1} \sqrt{q} \cos \varphi_c + \ell \cos \varphi'_n,$$

$$Y_k = (-1)^{k-1} \sqrt{q} \sin \varphi_c + \ell \sin \varphi'_n,$$

$$X_{k-1} = (-1)^{k-1} \sqrt{q} \cos \varphi_c + \ell \cos \varphi'_n,$$

$$Y_{k-1} = (-1)^{k-1} \sqrt{q} \sin \varphi_c + \ell \sin \varphi'_n,$$

$\ell$  и  $\varphi'_n$  – параметры, учитывающие частотную расстройку  $\Omega$  помехи (1) относительно сигнала (2):

$$\ell = \frac{\sin(\Omega T/2)}{\Omega T/2}, \varphi'_n = \varphi_n + \Omega T/2,$$

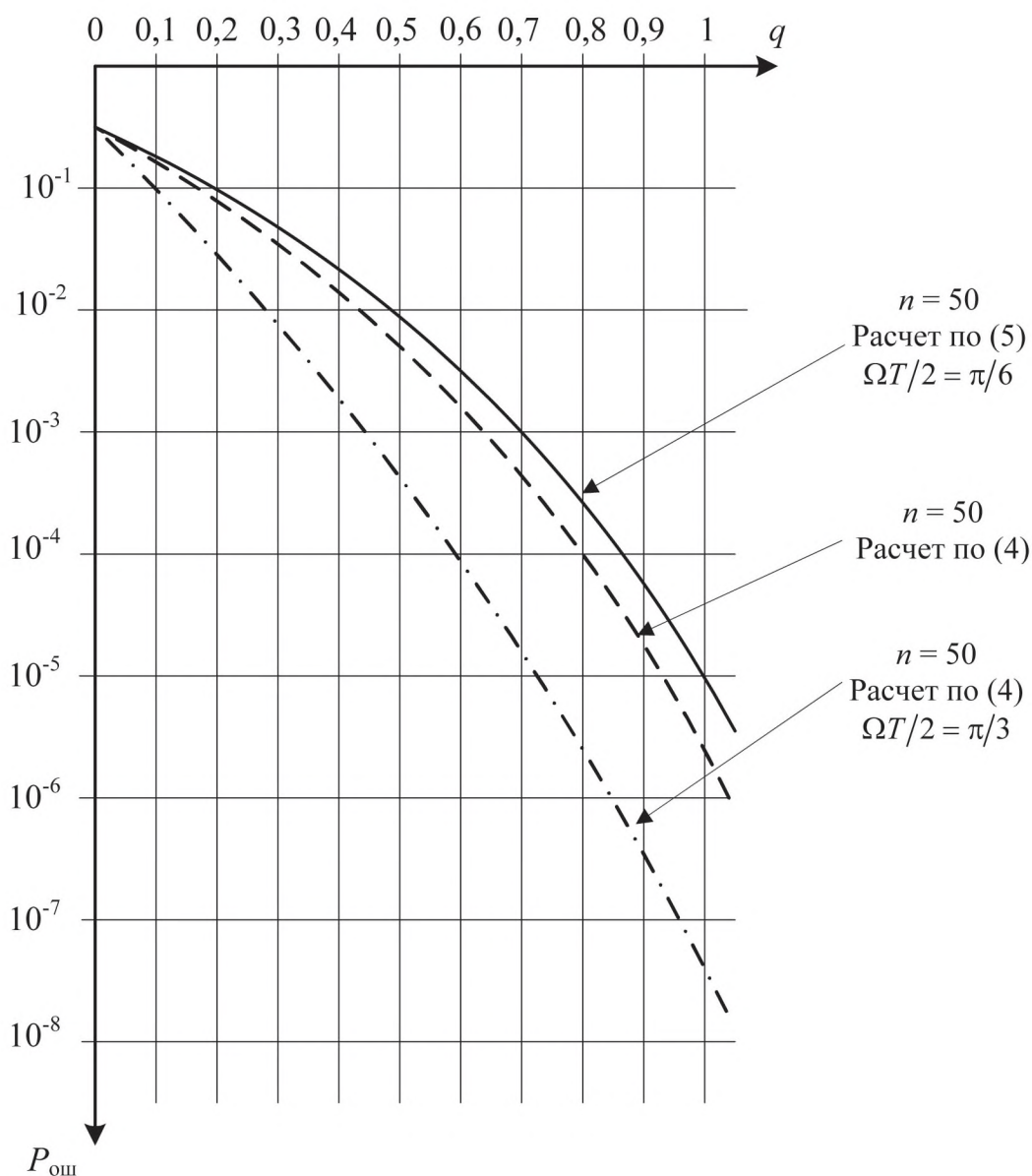


Рис. 2. Зависимости вероятностей ошибок ПС-ОФМ сигнала при различных значениях расстройки частоты сосредоточенной помехи

$T$  – длительность каждого элемента сложного псевдослучайного сигнала,  $\varphi_{\text{п}}$  – случайная, равномерно распределенная на интервале от 0 до  $2\pi$  фаза помехи,  $q$  – отношение мощности сигнала  $P_c$  к мощности преднамеренной помехи  $P_{\text{п}}$ .

С учетом представленных соотношений для  $X_k, Y_k, k = \overline{1, n}$ , выборка на выходе демодулятора принимает вид:

$$\lambda = nq + \sum_{k=1}^n \lambda_k,$$

где  $\lambda_k = \sqrt{q}\ell \cos \theta' (a_k + b_k) + \ell^2 a_k b_k$ ,  $\theta' = \varphi_c - \varphi_{\text{п}}$  – разность фаз сигнала и помехи, случайная и равномерно распределенная на интервале от 0 до  $2\pi$ ,  $a_k = (-1)^{k-1}$ ,  $b_k = (-1)^{k-1}$ ,

$$\lambda_k = \begin{cases} 2\sqrt{q}\ell \cos \theta + \ell^2, & a_k = b_k = +1, & p = 1/4 \\ -2\sqrt{q}\ell \cos \theta + \ell^2, & a_k = b_k = -1, & p = 1/4 \\ -\ell^2, & a_k \neq b_k = +1, & p = 1/4 \\ -\ell^2, & a_k \neq b_k = -1, & p = 1/4 \end{cases}$$

Отсюда легко находятся значения математического ожидания и дисперсии величины выборки  $\lambda$

$$M\{\lambda\} = nq, \quad D\{\lambda\} = 2q\ell^2 \cos^2 \theta + \ell^4.$$

Наконец, получаем соотношение для вероятности ошибочного приема псевдослучайных сигналов с ОФМ в условиях воздействия сосредоточенной преднамеренной помехи, расстроенной по частоте относительно частоты сигнала

$$P_{\text{ом}} \approx 1 - F \left[ q\sqrt{n} \left( 2q\ell^2 \cos^2 \theta' + \ell^4 \right)^{1/2} \right], \quad (4)$$

где  $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \ell^{-t^2/2} dt$  – интеграл вероятностей.

В частном случае, когда частотная расстройка сигнала и помехи отсутствует, т. е. их частоты совпадают  $\omega_c = \omega_{\text{п}}$ , а сдвиг фаз  $\theta = \varphi_c - \varphi_{\text{п}} = 0$ , параметр  $\ell$  принимает предельное значение  $\lim_{\Omega \rightarrow \infty} \ell = 1$ . Тогда вероятность ошибки будет определяться известным выражением [4]

$$P'_{\text{ом}} \approx 1 - F \left( \sqrt{\frac{nq^2}{2q+1}} \right), \quad (5)$$

где  $F(x)$  определено в (4).

Правомочность использования гауссовской аппроксимации для оценки вероятностей ошибок при обработке псевдослучайных сигналов ранее подтверждалось путем имитационного моделирования [4].

Для уточнения полученных соотношений (4) и (5) удобно воспользоваться границей для дополнительной функции интеграла вероятностей  $Q(x) = 1 - F(x)$ ,  $x \geq 0$ .

$$Q(x) < \frac{1}{2} \exp(-x^2/2). \quad (6)$$

Тогда можно записать:

$$P_{\text{ом1}} < \frac{1}{2} \exp \left( -\frac{nq^2}{2q\ell^2 \cos^2 \theta' + \ell^4} \right), \quad (7)$$

$$P_{\text{ом2}} < \frac{1}{2} \exp \left( -\frac{nq^2}{2q+1} \right). \quad (8)$$

## Анализ результатов

Результаты вычислений вероятностей ошибок по (4) в виде графической зависимости от величины частотной расстройки  $\Omega$  между сигналом и организованной сосредоточенной по спектру помехой при базе  $n = 50$ , соотношении сигнал-помеха  $q = 0,2$  и сдвиге фаз  $\theta = \varphi_c - \varphi_{\text{п}} = 0$  представлена на рис. 1 (для удобства графическая зависимость показана в виде функций  $P_{\text{ом}}$  от величины  $\Omega T/2$ ). Видно, что наихудшие условия обработки псевдослучайного сигнала оказывают при практически совпадающей по частоте помехе. При некоторых ситуациях это может привести к обрыву канала, т. е. к невозможности достоверного приема сообщений. С увеличением расстройки  $\Omega$  степень негативного воздействия сосредоточенной преднамеренной помехи монотонно уменьшается и приводит к снижению вероятности ошибки.

Сказанное выше также подтверждается графическими зависимостями  $P_{\text{ом}} = f(q = P_c/P_{\text{п}})$ , представленными на рис. 2. При сравнительно небольшой величине базы псевдослучайного сигнала  $n = 50$  и  $q < (q \approx 0,6 \dots 0,8)$  вероятность ошибочного приема оценивается величиной  $10^{-3} \dots 10^{-5}$ . При этом различие в достоверности приема при указанных значениях расстройки частоты составляет один-полтора порядка.

На рис. 2 также представлена граничная оценка вероятности ошибки, вычисленная по (5). Видно, что ее отличие от расчетов по (4), где использовалась гауссовская аппроксимация, не превышает величины половины порядка.

В целом можно констатировать, что при некогерентной обработке сигналов с расширенным спектром, использующих относительную фазовую модуляцию, в условиях воздействия энергоемких сосредоточенных преднамеренных помех, имеющих некоторую частотную расстройку, возможно обеспечить заданную достоверность обработки информации.

## Литература

1. Биккенин, Р. Р. Подавление помех в автокорреляционном демодуляторе псевдослучайных сигналов с относительной фазовой модуляцией / Р. Р. Биккенин, А. В. Евстратов // Информация и Космос. – 2006. – № 4. – С. 21–25.

2. Биккенин, Р. Р. Оценка эффективности обработки шумоподобных сигналов с относительной фазовой модуляцией на удлинённом интервале в условиях наихудших помех / Р.Р. Биккенин, А.А. Андрюков // Информация и Космос. – 2015. – № 3. – С. 6–12.

3. Скрыпник, О. Н. Подавление помех в широкополосных радиоканалах диапазона УВЧ / О.Н. Скрыпник, О.В. Патрикеев, Н.Г. Астраханцева // Научный вестник МГТУ ГА. – 2014. – 209. – С. 129–135.

4. Оценка влияния частотной расстройки на вероятность битовой ошибки в OFDMA системах связи / С. А. Гоголева [и др.] // Доклады ТУСУР. – 2011. – № 2 (24). – С. 45–48.

5. Скляр, Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр; пер. с англ. под ред. А.В. Назаренко. – Изд. 2-е, испр. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2003. – 1104 с.

6. Голдсмит, А. Беспроводные коммуникации / А. Голдсмит; пер. с англ. под ред. В. А. Березовского – М.: Техносфера, 2011. – 904 с.

7. Журавлев, В. И. Цифровая фазовая модуляция / В. И. Журавлев, А. Н. Руднев – М.: Радиотехника, 2012. – 208 с.

8. Биккенин, Р. Р. Помехоустойчивость некогерентного приема шумоподобных сигналов с фазоразностной модуляцией / Р.Р. Биккенин // Радиоэлектроника и связь. – 1992. – № 1 (3). – С. 23–31.