Обратная теорема кодирования дискретного широковещательного канала связи

Discrete broadcast channel converse coding theorem

Синюк / Sinyuk A.
Александр Демьянович
(eentrop@rambler.ru)
доктор технических наук, доцент.
ФГКВОУ ВО «Военная академия связи имени Маршала Советского Союза С. М. Буденного» МО РФ (ВАС им. С. М. Буденного), профессор.
г. Санкт-Петербург

Остроумов / Ostroumov O.
Олег Александрович
(oleg-26@mail.ru)
кандидат технических наук.
ВАС им. С. М. Буденного, преподаватель.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: широковещательный канал связи – broadcast channel; оценка информационной эффективности передачи – broadcasting information efficiency evaluation; пропускная способность – traffic capability; совместная информация – shared information; информационная емкость – information capacity; неопределенность – ambiguity; обратная теорема кодирования – converse coding theorem.

В предшествующих работах введены модель широковещательного канала, совместная информация, исследованы ее свойства. Вводится понятие информационной емкости канала посредством строгих математических доказательств теорем о максимизации средней совместной информации и информационной емкости. Путем введенной неопределенности исследуемого канала доказательно сформулирована обратная теорема кодирования. Полученные результаты развивают известные исследования различных моделей широковещательных каналов и создают условия для достижения цели исследования, связанной с оценкой информационной эффективности.

The previous works represented a model of the broadcasting channel, shared information and an analysis of its properties. We introduce the concept of channel information capacity by means of accurate mathematical arguments to support the theorems related to the maximization of the average shared information and information capacity. The converse coding theorem is conclusively defined through the introduced ambiguity of the channel under study. The achieved results allow developing known studies of various broadcasting channel models and ensuring the necessary conditions to achieve the goal of the study related to the information capacity evaluation.

Введение

В ходе проведенных исследований [1, 2] для получения точных оценок информационной эффективности дискретного широковещательного канала (ШВК) без памяти приведено описание постановки задачи кодирования, введена информационная мера совместной информации (СИ) [1, 2], описывающая передачу сообщения, и выполнено всестороннее исследование ее свойств [1]. В работе вводится понятие информационной емкости канала посредством строгих математических доказательств теорем о максимизации средней совместной информации и информационной емкости. Определяется понятие неопределенности, используемое в ходе формулировки и доказательства обратной теоремы кодирования. Полученные результаты углубляют известные исследования информационной эффективности моделей ухудшающегося [1, 2], релеевского [3] и Гауссовского [4, 5] ШВК и обеспечивают условия для доказательства прямой теоремы кодирования, необходимые для точного оценивания пропускной способности ШВК в рамках разрабатываемой оптимальной системы связи.

Основная часть

В [1, 2] показано, что передача сигналов по ДШВК определяется двумя каналами с общим входным алфавитом X, выходными алфавитами Y, M, которые представляются тремя дискретными множествами с сообщениями $x \in X$, $y \in Y$, $m \in M$. На основе ансамбля $\{XYM, p(x,y,m)\}$, который образован всеми тройками $(x,y,m) \in XYM$ и ансамблей $\{X, p(x)\}$, $\{Y, p(y)\}$, $\{M, p(m)\}$, $\{XY, p(x,y)\}$, $\{XM, p(x,m)\}$ в [1, 2] введено понятие среднего количества СИ $F(X;Y;M)$. В случае, если добавлен еще один канал $\{Z, p(z)\}$ с ансамблем $\{XZ, p(x,z)\}$, в [1, 2] определено понятие условной средней СИ $F(X;Y;M/Z)$.

3-2018.indd 49 26.09.2018 10:03:34

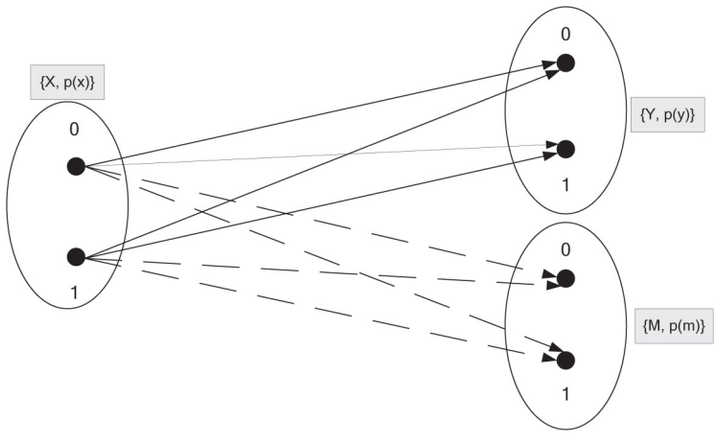

Рис. 1. Модель ШВК – ДСК без памяти

Теорема 1. Пусть каждая составляющая ШВК описывается моделью дискретного симметричного канала (ДСК) [8]. Тогда равномерное входное распределение вероятностей ШВК обеспечит максимальную величину средней СИ

$$F^*(X;Y;M) = \max_{\{p(x)\}} \quad F(X;Y;M) \tag{1}$$

Доказательство. Для доказательства теоремы достаточно показать, что «виртуальный» канал связи (вход которого описывается ансамблем $\{Y, p(y)\}$, а выход – $\{M, p(m)\}$) описывается моделью дискретного канала (ДСК). Для этого необходимо доказать, что столбцы и строки матрицы переходных вероятностей «виртуального» канала связи образованы перестановками одного и того же набора чисел [8].

Пусть составляющие ШВК образованы каналами, модели которых описываются двоичными ДСК без памяти (ДСКБП). Случай ШВК – ДСКБП может быть обобщен на другие ШВК. Рассмотрим модель ШВК – ДСКБП, представленную на рис. 1. На вход ШВК – ДСКБП объект связи (ОС) А подает сигналы, описываемые ансамблем $\{X, p(x)\}$, $X = \{0,1\}$, и

$$p(x=0) = p(x=1) = \frac{1}{2}. \tag{2}$$

На выходе первой составляющей ОС В принимает сигналы, описываемые ансамблем $\{Y, p(y)\}$, $Y = \{0,1\}$. На выходе второй ОС С принимает сигналы $\{M, p(m)\}$, $M = \{0,1\}$. Для ДСК выходные сигналы равновероятны, если входное распределение ДСК равновероятно [8]. Тогда

$$p(y=0) = p(y=1) = \frac{1}{2},\ p(m=0) = p(m=1) = \frac{1}{2}.$$

Обозначим переходные вероятности:

$$p(y=1/x=0) = p(y=0/x=1) = p_y,$$
$$p(y=0/x=0) = p(y=1/x=1) = 1-p_y,$$
$$p(m=1/x=0) = p(m=0/x=1) = p_m,$$
$$p(m=0/x=0) = p(m=1/x=1) = 1-p_m.$$

Найдем $p(m/y)$

$$p(m/y) = \frac{p(m,y)}{p(y)} = \frac{\sum_{x\in X} p(x)p(m,y/x)}{\sum_{x\in X} p(x)p(y/x)}.$$

т.к. составляющие ШВК независимы [1, 2] и с учетом (2) запишем

$$p(m/y) = \frac{0{,}5\sum_{x\in X} p(y/x)p(m/x)}{0{,}5\sum_{x\in X} p(y/x)} = \sum_{x\in X} p(y/x)p(m/x).$$

Используя (3) найдем

$$p(m=0/y=0) = (1-p_m)(1-p_y) + p_y p_m,$$
$$p(m=1/y=1) = (1-p_m)(1-p_y) + p_y p_m,$$
$$p(m=1/y=0) = (1-p_y)p_m + (1-p_m)p_y,$$
$$p(m=0/x=0) = (1-p_y)p_m + (1-p_m)p_y. \tag{4}$$

Анализ (4) показывает, что

$$p(m=0/y=0) = p(m=1/y=1) = a,$$
$$p(m=1/y=0) = p(m=0/y=1) = b.$$

Матрица переходных вероятностей «виртуального» канала M_{ym} имеет вид

$$M_{ym} = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}. \tag{5}$$

3-2018.indd 50 26.09.2018 10:03:39

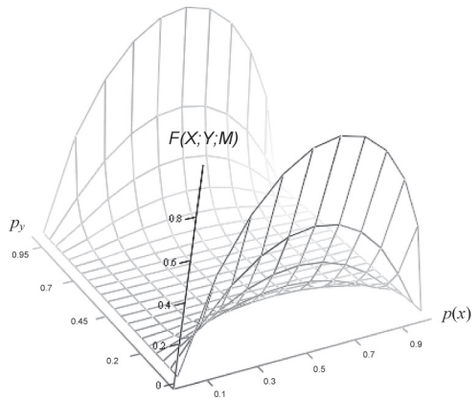

Рис. 2. График зависимости $F(X;Y;M)$ от $p(x)$ и p_y для модели ШВК – ДСКБП

Анализ (5) показывает, что столбцы и строки матрицы M_{ym} образованы перестановками одного и того же набора чисел [8]. Таким образом «виртуальный» канал связи описывается моделью ДСК (подобным образом можно доказать, что «виртуальный» канал связи с входным $\{M, p(m)\}$ и выходным $\{Y, p(y)\}$ описывается моделью ДСК). С учетом (2) и утверждения [1], в котором определено, что $F(X;Y;M) = I(Y;M)$, доказывается истинность (1). Теорема доказана.

На рис. 2 показан график зависимости $F(X;Y;M)$ от $p(x) \in [0;1]$ и $p_y \in [0;1]$ (при $p_y = p_m$) для модели ШВК – ДСКБП. Из анализа рисунка видно, что $F(X;Y;M)$ достигает своего максимума при $p(x) = 0.5$ и минимума при $p_y = 0.5$. График напоминает «седло для езды на лошади». Такое же седло напоминает подобный график для средней взаимной информации [2, 8]. Схожесть объясняется тем, что $F(X;Y;M)$ зависит от средней взаимной информации.

Пусть для любых последовательностей $\overline{x} \in X^n$, $\overline{y} \in Y^n$, $\overline{m} \in M^n$, где X^n – декартова n-я степень множества X (т.е. совокупность последовательностей длины n элементов множества (алфавита) X), Y^n – декартова n-я степень множества Y, M^n – декартова n-я степень множества M, задано распределение $p(\overline{x})$ на входных последовательностях ШВК $\overline{x} \in X^n$. Оно совместно с условными вероятностями, посредством которых задается ШВК $\{X^nY^nM^n, p(\overline{y}/\overline{x}), p(\overline{m}/\overline{x})\}$, определяет $\{X^nY^nM^n, p(\overline{y}/\overline{x}), p(\overline{m}/\overline{x}), p(\overline{x})\}$. Пусть $F(X^n;Y^n;M^n)$ – средняя СИ последовательностей длины n

$$F(X^n;Y^n;M^n) = \sum_{X^n}\sum_{Y^n}\sum_{M^n} p(\overline{x})\, p(\overline{y}/\overline{x})\, p(\overline{m}/\overline{x})\, \log\left\{\frac{p(\overline{x}/\overline{y})\, p(\overline{x}/\overline{m})}{p(\overline{x})\, p(\overline{x}/\overline{y},\overline{m})}\right\}. \quad (6)$$

где

$$p(\overline{x}/\overline{y}) = \frac{p(\overline{x},\overline{y})}{p(\overline{y})} = \frac{p(\overline{x})\, p(\overline{y}/\overline{x})}{\sum_{X^n} p(\overline{x})\, p(\overline{y}/\overline{x})},$$

$$p(\overline{x}/\overline{m}) = \frac{p(\overline{x},\overline{m})}{p(\overline{m})} = \frac{p(\overline{x})\, p(\overline{m}/\overline{x})}{\sum_{X^n} p(\overline{x})\, p(\overline{m}/\overline{x})},$$

$$p(\overline{x}/\overline{y},\overline{m}) = \frac{p(\overline{x},\overline{y},\overline{m})}{p(\overline{y},\overline{m})} = \frac{p(\overline{x})\, p(\overline{y}/\overline{x})\, p(\overline{m}/\overline{x})}{\sum_{X^n} p(\overline{x})\, p(\overline{y}/\overline{x})\, p(\overline{m}/\overline{x})}.$$

Обозначим через C^* максимальное значение средней СИ в единицу времени

$$C^* = \sup_{n,\{p(\overline{x})\}} \frac{1}{n} F(X^n;Y^n;M^n), \quad (7)$$

где верхняя грань берется по всем n и всевозможным $p(\overline{x})$. Назовем (7) информационной емкостью ШВК. Покажем, что в случае ШВК (7) может быть упрощена, а именно можно всегда полагать $n = 1$.

Теорема 2. C^* определяется соотношением

$$C^* = \max_{\{p(x)\}} F(X;Y;M),$$

где максимум разыскивается по всем распределениям вероятностей $p(x)$ на X.

Доказательство. Пусть $p(y/x)$, $p(m/x)$, $x \in X$, $y \in Y$, $m \in M$ переходные вероятности, задающие составляющие ШВК. Ансамбли X^n, Y^n и M^n можно представить как произведение ансамблей $X_1,...,X_n$ и $Y_1,...,Y_n$, $M_1,...,M_n$ (или произведение совместных ансамблей $Y_1M_1,...,Y_nM_n$), соответственно, где X_i, Y_i, M_i ансамбли входных и выходных сигналов каналов ШВК в момент времени i.

Пусть $p(\overline{x})$ произвольное распределение вероятностей. Рассмотрим $F(X^n;Y^n;M^n)$ определенную в (6). Имеем

$$\begin{aligned} F(X^n;Y^n;M^n) &= I(X^n;Y^n) - I(X^n;Y^n/M^n) = \\ &= H(Y^n) + \left[H(X^n/Y^n,M^n) - \right. \\ &\left. - H(X^n/M^n) - H(Y^n/X^n)\right] = \\ &= H(Y^n) + \sum_{X^n}\sum_{Y^n}\sum_{M^n} p(\overline{x})\, p(\overline{y}/ \\ &/\overline{x})\, p(\overline{m}/\overline{x}) \log\left\{\frac{p(\overline{y}/\overline{x})\, p(\overline{x}/\overline{m})}{p(\overline{x}/\overline{y},\overline{m})}\right\} = H(Y^n) + \\ &+ \sum_{i=1}^{n}\sum_{X_i}\sum_{Y_i}\sum_{M_i} p_i\left(x^{(i)}\right) p\left(y^{(i)}/x^{(i)}\right) p\left(m^{(i)}/ \right. \\ &\left. /x^{(i)}\right) \log\left\{\frac{p\left(y^{(i)}/x^{(i)}\right) p\left(x^{(i)}/m^{(i)}\right)}{p\left(x^{(i)}/y^{(i)},m^{(i)}\right)}\right\}, \end{aligned}$$

где $I(\bullet;\bullet)$ взаимная информация ансамблей, $I(\bullet;\bullet/\bullet)$ условная взаимная информация, $H(\bullet)$ энтропия ансамбля, $H(\bullet/\bullet)$ условная энтропия [8], $x^{(i)}$, $y^{(i)}$, $m^{(i)}$ – i-й элемент последовательности $\overline{x},\overline{y},\overline{m}$, соответственно. Обозначим:

3-2018.indd 51 26.09.2018 10:00:41

$$HF(X_i,Y_i,M_i)=\sum_{X_i}\sum_{Y_i}\sum_{M_i}p_i\left(x^{(i)}\right)p\left(y^{(i)}/\right.$$

$$\left./x^{(i)}\right)p\left(m^{(i)}/x^{(i)}\right)\log\left\{\frac{p\left(x^{(i)}/y^{(i)},m^{(i)}\right)}{p\left(y^{(i)}/x^{(i)}\right)p\left(x^{(i)}/m^{(i)}\right)}\right\}.$$

Тогда

$$F\left(X^n;Y^n;M^n\right)=H\left(Y^n\right)-\sum_{i=1}^{n}HF(X_i,Y_i,M_i)\le$$
$$\le\sum_{i=1}^{n}H(Y_i)-\sum_{i=1}^{n}HF(X_i,Y_i,M_i)=$$
$$=\sum_{i=1}^{n}F(X_i;Y_i;M_i),\qquad(8)$$

где $F(X_i;Y_i;M_i)$ средняя СИ между ансамблями X_i, Y_i, M_i в момент времени i, определяемая переходными вероятностями составляющих ШВК (см. (6)) и распределением вероятностей $p_i\left(x^{(i)}\right)$ на входе в момент времени i:

$$p_i\left(x^{(i)}\right)=\sum_{X_1}\ldots\sum_{X_{i-1}}\sum_{X_{i+1}}\ldots\sum_{X_n}p(\overline{x}),\quad i=1,\ldots,n.$$

В (8) имеет место знак равенства, если $Y_1,\ldots,Y_n$ независимы и $p(\overline{y})=\sum_{i=1}^{n}p_i\left(y^{(i)}\right)$ для всех $\overline{y}\in Y^n$. Видно, что для составляющих ШВК, описываемых ДСК, условие выполняется, если $p(\overline{x})=\sum_{i=1}^{n}p_i\left(x^{(i)}\right)$. Действительно, в этом случае

$$p(\overline{y})=\sum_{X^n}p(\overline{x})p(\overline{y}/\overline{x})=\sum_{X_1}\ldots\sum_{X_n}\prod_{i=1}^{n}p_i\left(x^{(i)}\right)p\left(y^{(i)}/x^{(i)}\right)=$$
$$=\prod_{i=1}^{n}\sum_{X_i}p_i\left(x^{(i)}\right)p\left(y^{(i)}/x^{(i)}\right)=\prod_{i=1}^{n}p_i\left(y^{(i)}\right).$$

Неравенство (8) также можно показать для M^n, если $M_1,\ldots,M_n$ независимы.

Далее, для произвольного входного распределения $p(\overline{x})$, $\overline{x}\in X^n$ из (8) имеем

$$F\left(X^n;Y^n;M^n\right)\le\sum_{i=1}^{n}\max_{\left\{p_i\left(x^{(i)}\right)\right\}}$$
$$F(X_i;Y_i;M_i)=n\max_{\{p(x)\}}F(X;Y;M),\qquad(9)$$

где последнее равенство имеет место в силу стационарности составляющих ШВК. Таким образом, показано, что для произвольного $p(\overline{x})$ на входе ШВК имеет место неравенство (9). В силу теоремы 1 равенство в (9) может быть достигнуто при $p(\overline{x})=\prod_{i=1}^{n}p\left(x^{(i)}\right)$, т. е. когда входные сигналы статистически независимы и одинаково распределены. Отсюда следует, что

$$\sup_{n,\{p(\overline{x})\}}\frac{1}{n}F\left(X^n;Y^n;M^n\right)=\max_{\{p(x)\}}F(X;Y;M)=F^*(X;Y;M).\qquad(10)$$

В правой части (10) стоит знак max, а не sup, так как множество всех распределений $\{p(x)\}$ на конечном множестве X замкнуто. Теорема доказана.

Средняя неопределенность составляющего канала ШВК $\{XY,p(y/x)\}$ относительного входа при заданном выходе равна [8]

$$H(X/Y)=H(X)-I(X;Y).\qquad(11)$$

Составляющий канал ШВК $\{XY,p(y/x)\}$ описывается моделью ДСК без памяти. Тогда выражение (11) можно записать в виде, представленном на рис. 3.

Передача символа по ШВК на выходах составляющих ДСК вызывает при известных выходах среднюю неопределенность относительно входа. Обозначим ее $HF(X/Y,M)$ и определим. В соответствии с определением из [1, 2] запишем

$$F(X;Y;M)=I(X;Y)-F(X;Y/M)=$$
$$=\left[H(X)-F(X/Y)\right]-\left[H(X/M)-H(X/M,Y)\right]=$$
$$-H(X)-\left[H(X/Y)+H(X/M)-H(X/M,Y)\right].\qquad(12)$$

Перепишем (12)

$$\left[H(X/Y)+H(X/M)-H(X/M,Y)\right]=$$
$$=H(X)-F(X;Y;M).\qquad(13)$$

Проводя аналогию с ситуацией для ДСК (см. рис. 3) видим, что правая часть (13) почти совпадает с (11) с разницей, что вместо $I(X;Y)$ используется $F(X;Y;M)$. Роль $I(X;Y)$ идентична роли $F(X;Y;M)$. Тогда в левой части (13) и будет искомая $HF(X/Y,M)$.

Определение 1. Средней неопределенностью ШВК относительного входа при заданных выходах составляющих $HF(X/Y,M)$ называется величина:

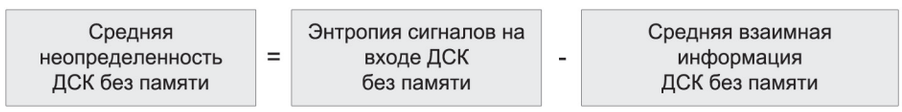

Рис. 3. Средняя неопределенность ДСК без памяти

0-2018.indd 52 26.09.2018 10:00:46

$$HF(X/Y,M)=H(X/Y)+H(X/M)-H(X/M,Y). \quad (14)$$

$HF(X/Y,M)$ можно дать следующую интерпретацию. Для одновременного снятия неопределенности необходимо одновременно передать объем информации равный $H(X/Y)+H(X/M)$. Однако это не так, т. к. $H(X/Y)=I(X;M/Y)+H(X/M,Y)$ и $H(X/M)=I(X;Y/M)+H(X/M,Y)$. Видно, что $H(X/Y)$и $H(X/M)$содержат информацию $H(X/M,Y)$,которую при одновременном снятии неопределенности на выходах двух составляющих каналов ШВК одновременно передавать не требуется. В итоге получаем (14).

Теорема 3. (обратная теорема кодирования для ШВК). Пусть C^* – информационная емкость канала ШВК и $R = C^* + \varepsilon$, где ε – произвольное положительное число. Тогда существует положительное число δ, зависящее от R, такое, что для всякого кода $G(n, R)$ выполняется условие: $\lambda \geq \delta$, где n – длина кода, R – скорость кода [8].

Доказательство. Пусть для передачи сообщений используется код $G(n, R)$с $M_0 = 2^{nR}$кодовыми словами $\{u_1,...,u_{M_0}\}$.Зафиксируем некоторое n. Зададим распределение вероятностей на X^n, положим

$$p(\overline{x})=\begin{cases}1/M_0, & \text{для всех } \overline{x}\in\{u_1,...,u_{M_0}\},\\ 0, & \text{для всех остальных } \overline{x}\in X^n.\end{cases} \quad (15)$$

Пусть $F(X^n;Y^n;M^n)$ определена для (15). Тогда $F(X^n;Y^n;M^n)=F(U;Y^n;M^n)$, где U – ансамбль слов рассматриваемого кода, и из (7) следует, что

$$nC^*\geq F(X^n;Y^n;M^n)=F(U;Y^n;M^n). \quad (16)$$

Пусть V – ансамбль решений. Его можно рассматривать как результат отображения Y^n в множество решений. Отображение задается посредством набора решающих областей $S_i,..., S_{M_0}$.Каждая последовательность $\overline{y}\in Y^n$ однозначно определяет решение $v\in V$ по следующему правилу:

$$v=\begin{cases}v_i, & \text{если } \overline{y}\in S_i,\ i=1,...,M_0,\\ v_{M_0+1}, & \text{если } \overline{y}\notin\cup S_i.\end{cases}$$

Пусть W – ансамбль решений. Его можно рассматривать как результат отображения M^n в множество решений, которое задается посредством набора решающих областей $Q_i,..., Q_{M_0}$.Каждая последовательность $\overline{m}\in M^n$однозначно определяет решение $w \in W$по следующему правилу:

$$w=\begin{cases}w_i, & \text{если } \overline{m}\in Q_i,\ i=1,...,M_0,\\ w_{M_0+1}, & \text{если } \overline{m}\notin\cup Q_i.\end{cases}$$

Однако V и W описывают решения каждого составляющего канала ШВК по отдельности. Введем совместный ансамбль решений. Для каждого u_i, $i=1,...,M_0$определим совместную решающую область L_i, которая объединяет в себе $S_i\subseteq Y^n, Q_i\subseteq M^n$, т.е. $L_i=S_i\cup Q_i$. Пусть J – совместный ансамбль решений, это результат отображения совместного ансамбля Y^nM^nвсех пар последовательностей на выходах составляющих каналов ШВК в множество решений. Отображение задается посредством набора $L_i,..., L_{M_0}$.Каждая пара $(\overline{y},\overline{m})\in Y^nM^n$однозначно определяет решение $j\in J$ по правилу:

$$j=\begin{cases}j_i, & \text{если } (\overline{y},\overline{m})\in L_i,\ i=1,...,M_0,\\ j_{M_0+1}, & \text{если } (\overline{y},\overline{m})\notin\cup L_i.\end{cases}$$

Для одновременного снятия неопределенности необходима информация $H(U/J)$. Используя определение 1, можно записать следующее

$$H(U/J)=HF(U/V,W)=$$
$$=H(U/V)+H(U/W)-H(U/M,W).$$

Поскольку средняя СИ не возрастает в результате преобразований [1], то

$$F(U;Y^n;M^n)\geq F(U;V;W).$$

Так как согласно (13) $HF(U/V,W)=H(U)-F(U;V;W)$ и (15) $H(U)=\log(M_0)$, используя неравенство (16), получим, что

$$H(U/J)=HF(U/V,W)=$$
$$=\log(M_0)-F(U;V;W)\geq\log(M_0)-nC^*,$$

или

$$H(U/J)=HF(U/V,W)\geq n(R-C^*)=n\varepsilon. \quad (17)$$

Теперь можно воспользоваться неравенством Фано [8]

$$H(U/J)\leq h(\lambda)+\lambda\log(M_0),$$

где

$$h(p)=-p\log p-(1-p)\log(1-p).$$

Неравенство Фано выполняется для любых кода и $p(x)$ на кодовых словах [8] и, в частности, для кода $G(n, R)$ и распределения вероятностей (15). Обозначим λ_{0n} как наименьший корень уравнения $h(\lambda)+\lambda\log(M_0)=n\varepsilon$. Тогда из неравенства Фано и (17) следует, что средняя вероятность ошибки λ кода $G(n, R)$ удовлетворяет $\lambda\geq\lambda_{0n}$. Легко увидеть, что λ_{0n} стремится к ε/R при $n\to\infty$. Из свойств функции $\phi(\lambda)=h(\lambda)+\lambda\log(M_0)$ [8] следует, что при $M_0\geq 1$ число λ_{0n} остается положительным при всех n и $\lambda_{0n}\geq\lambda_{01}>0$. Полагая $\lambda_{01}=\delta$, получим, что $\lambda\geq\delta$ для любого кода $G(n, R)$. Теорема доказана.

3-2018.indd 53 26.09.2018 10:03:49

Заключение

Основные результаты статьи заключаются в доказательном определении информационной емкости канала посредством четких формулировок и строгих математических доказательств теорем о максимизации средней совместной информации и информационной емкости. Вместе с этим введенное понятие неопределенности исследуемого канала позволило сформулировать и доказать обратную теорему кодирования, которая представляет собой одну из двух важнейших теорем формирующих основу получения точных оценок пропускной способности канала. Полученные результаты развивают известные исследования различных моделей широковещательных каналов [3, 4, 5, 6, 7]. Цель дальнейшего исследования состоит в том, чтобы показать, что для ШВК информационная емкость и пропускная способность совпадают посредством изложения доказательства второй теоремы – прямой теоремы кодирования исследуемого канала.

Литература

1. Синюк, А. Д. Исследование совместной информации / А.Д. Синюк, О.А. Остроумов // Информация и Космос. – 2017. – № 3. – С. 55–58.

2. Синюк, А. Д. Формирование трехстороннего шифрключа по открытым каналам связи с ошибками: монография / А.Д. Синюк. – СПб.: Военная Академия связи, 2009. – 360 с.

3. Bergmans, P. P. Random coding theorems for Broadcast channels with degraded components / P.P. Bergmans // IEEE–IT 19, 1973. – P. 197–207.

4. Nair, Ch. The capacity region of a class of three-receiver Broadcast channels with degraded message sets / Chandra Nair, Abbas El Gamal // IEEE–IT 55(10), 2009. – P. 4479–4493.

5. Liang, Y. Rate regions for Relay Broadcast channels / Yingbin Liang, Gerhard Kramer // IEEE–IT 53(10), 2007. – P. 3517–3535.

6. Yu, W. Sum Capacity of Gaussian vector Broadcast channels / Wei Yu, John M. Cioffi // IEEE–IT 50(9), 2004. – P. 1875–1892.

7. Gohary, R. H. The capacity region of a product of two unmatched physically degraded Gaussian Broadcast channels with three individual messages and a common message / Ramy H. Gohary, Timothy N. Davidson // IEEE–IT 54(1), 2013. – P. 76–103.

8. Колесник, В. Д. Курс теории информации / В.Д. Колесник, Г.Ш. Полтырев. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 416 с.

3-2018.indd – 54 26.09.2018 10:03:50