АВИАЦИОННАЯ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА

Комбинированное управление взаимным маневром космических аппаратов при использовании метода инерциального параллельного сближения

Combined control of mutual maneuver of space vehicles with the use of the inertial constant-bearing navigation method

Гончаревский / Goncharevsky V.

Вилен Степанович (vilenstepan@yandex.ru) доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники РФ. ФГБВОУ ВО «Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского» МО РФ,

почетный профессор. г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: взаимный маневр — mutual maneuver; относительная система координат — relative coordinate system; линия визирования — line of sight; энергетические затраты — power consumption.

В статье анализируется возможность применения комбинированного управления для осуществления взаимного маневра космических аппаратов по методу инерциального параллельного сближения. Предлагается использовать для корректирования продольного относительного движения вдоль линии визирования дискретный вид, а для управления поперечным относительным движением по нормали к этой линии — непрерывный вид управляющих воздействий. Моделирование полученных программ управления позволило сформулировать рекомендации по выбору направления и времени выполнения маневра.

The article analyses an option for application of the combined control to enable mutual maneuver of space vehicles based on the inertial constant-bearing navigation method. To correct the longitudinal relative motion along the line of sight, the discrete action has been proposed; to control the lateral relative motion perpendicular to the line of sight, the continuous action has been proposed. Modeling the obtained control programs allows to develop recommendations for selecting the direction and time of maneuver.

Для решения задачи управления взаимным маневром космических аппаратов (КА) разработано большое число различных методов. Из них в настоящее время наибольшее практическое применение получили две группы:

- 1. Методы свободных траекторий (МСТ),
- 2. Методы управления относительно линии визи-

рования (ЛВ), соединяющей центры масс пассивного аппарата (ПА) и маневрирующего (активного) аппарата (АА).

В методах управления первой группы никаких ограничений на вид программной траектории взаимного маневра (ВМ) не накладывается. Поэтому они позволяют выполнить его с минимальными энергетическими затратами (ЭЗ).

В методах управления второй группы на кинематику относительного движения (ОД) аппаратов, участвующих в операции ВМ, накладываются ограничения в виде заданных линейных или нелинейных связей между параметрами ОД. Введение этих ограничений превращает траекторию ОД в вынужденную, что увеличивает ЭЗ по сравнению с МСТ. Однако в противоположность последним методы управления относительно ЛВ характеризуются более простой технической реализацией. При их использовании на точность выполнения ВМ в меньшей степени влияют погрешности навигационных устройств и другие возмущения. Эти методы также позволяют осуществить ВМ даже без знания перед его началом орбитальных характеристик ПА или когда они изменяются в процессе его выполнения по неизвестному закону.

Заметим, что ограничения на вид траектории ОД, вводимые в методах управления относительно ЛВ, представляют собой фактически ограничения лишь на одну из двух его составляющих, т.е. на продольное (вдоль ЛВ) или на поперечное (по нормали к ЛВ) движение. Поэтому здесь принципиально вынужденным в процессе ВМ является только одно из этих движений, второе может быть свободным. Так, при выполнении маневров сближения или удаления с использованием методов управления вдоль ЛВ ограничения накладываются лишь на траекторию поперечного движения, и, следо-

152

вательно, только этот вид движения является принципиально вынужденным. Продольное движение может быть свободным. В связи с этим с целью снижения ЭЗ на выполнение маневра представляется целесообразным применить для корректирования этого движения дискретное управление, соответствующее МСТ, сохранив непрерывный вид управляющих воздействий только для поперечного ОД. Метод управления в таком варианте будет представлять в определенном смысле некоторую комбинацию МСТ и методов движения вдоль стабилизированной ЛВ.

Рассмотрим задачу отыскания управляющих функций при таком комбинированном управлении для случая, когда ВМ выполняется с помощью одного из методов движения вдоль ЛВ — метода инерциального параллельного сближения (ИПС).

При решении задачи примем следующие исходные условия:

- ПА вращается вокруг планеты по круговой орбите с постоянной угловой скоростью ω . АА выведен на компланарную орбиту, близкую к орбите ПА;
- ВМ рассматривается в визирной относительной системе координат (ОСК) *ху* с началом в центре масс ПА. Угловая скорость вращения осей ОСК в инерциальном пространстве равна нулю, что соответствует управлению по методу ИПС;
- задается время движения AA вдоль стабилизированной линии визирования T, а для реализации дискретного управления вдоль нее используется двигательная установка (ДУ) большой тяги, позволяющая практически мгновенно сообщать требуемые приращения скорости \dot{x} .

Такая постановка задачи предоставляет возможность воспользоваться для разработки программ комбинированного управления общей методикой, изложенной в работе [1].

Система уравнений, описывающая ОД аппаратов в визирной невращающейся ОСК с учетом ограничений, накладываемых на кинематику этого движения методом ИПС, имеет вид [1]:

$$\ddot{x} + a_{11}x = u_x,$$

$$a_{21}x = u_y,$$
(1)

гле

$$a_{11} = 1 - 3\sin^2 \tau_{\beta}$$
, $a_{21} = 1, 5\sin 2\tau_{\beta}$, $\tau_{\beta} = \tau - \beta$,

 $\tau = \omega t$ — независимая переменная;

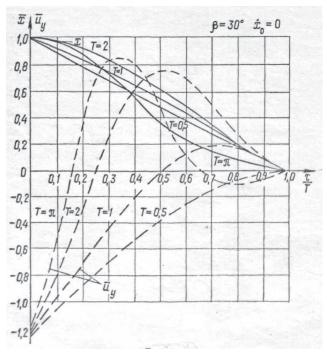
 β — угол, определяющий направление стабилизированной ЛВ относительно местной вертикали;

 $u_{\scriptscriptstyle x}, u_{\scriptscriptstyle y}$ — составляющие управления \vec{u} по соответствующим осям координат.

Для отыскания программы дискретного управления движением вдоль стабилизированной ЛВ необходимо найти решение первого уравнения системы (1), которое при $u_{\scriptscriptstyle x}=0$ характеризует свободное движение АА вдоль этой линии, т.е. найти решение уравнения

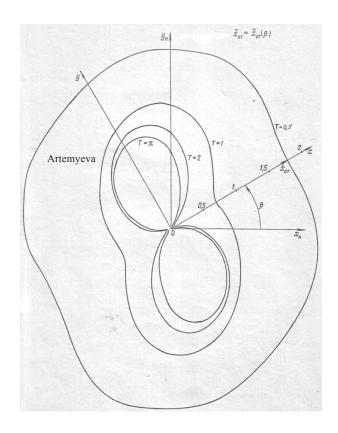
$$\ddot{x} + a_{11}x = 0. {2}$$

Оно представляет собой линейное дифференциальное уравнение (ЛДУ) второго порядка, коэффициент которого при x является периодической функцией текущего времени сближения τ и может быть записан в виде

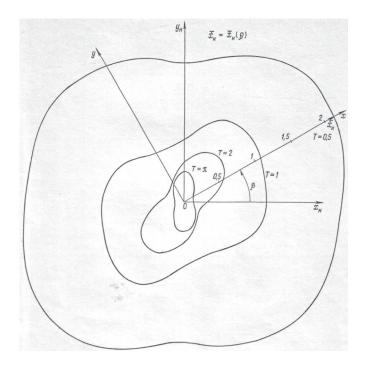


Puc. 1

АВИАЦИОННАЯ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА



Puc. 2



Puc. 3

154

$$a_{11} = -0.5 + 1.5\cos 2\tau_{\beta}$$
 (3)

Уравнение (2) с коэффициентом a_{11} вида (3) известно в теории ЛДУ как уравнение Матье, каноническая форма которого имеет вид

$$\ddot{x} + (\lambda - 2q\cos 2\eta)x = 0, \qquad (4)$$

где период по переменной η равен π , а q — вещественное положительное число.

Решение этого уравнения в замкнутой форме выражается через функции Матье, и, следовательно, через них будут выражены алгоритмы комбинированного управления, однако значительно большую практическую ценность будет иметь это решение, а значит и алгоритмы управления, выраженные в элементарных функциях.

В работах [2, 3], посвященных исследованию уравнения (4), показано, что найти точное решение в элементарных функциях уравнений данного класса в общем случае чрезвычайно сложно. Степень сложности сильно зависит от соотношения коэффициентов λ и q, называемых параметрами уравнения Матье. При определенных значениях этих параметров можно получить сравнительно простые периодические решения, выражающиеся через функции Матье целого порядка Ce_m и Se_m , где m=0,1,2,...,n- целое число. Данные функции табулированы, и найти решение уравнения (4) в таком случае не представляет собой сложности. Положение существенно усложняется, если λ и q такие, что решение

(3) выражается через функции Матье дробного порядка $Ce_{m+\phi}$ и $Se_{m+\phi}$, где $0<\phi<1$. Именно такое положение наблютно дается в рассматриваемом случае. Приведя уравнение скому виду (4), получим $\lambda=0,5$ и q=0,75, т.е. параметрическая точка [-0,5;0,75] лежит на плоскости параметров λ и q в области неустойчивости ниже характеристической кривой собственного значения λ_0 функции Матье нулевого порядка $Ce_0(\eta;0,75)$. Поэтому решение уравнения (1) является неустойчивым и выражается через функции Матье дробного порядка $Ceu_{\mu}(\pm\eta;0,75)$, где μ — характеристическая экспонента.

Таким образом, точное решение уравнения (4) в замкнутой форме для рассматриваемого случая может быть найдено в виде

$$x(\eta) = C_1 Ceu_{\mu}(\eta, q) + C_2 Ceu_{\mu}(-\eta, q), \qquad (5)$$

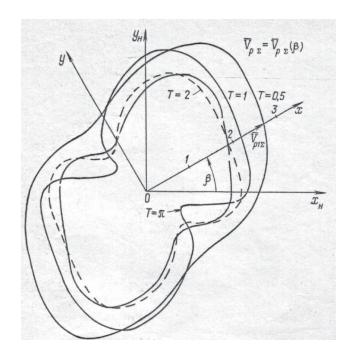
где C_1 , C_2 – произвольные постоянные.

Это решение можно записать в элементарных функциях, если выразить функции *Ceu* через тригонометрические ряды. В результате получим

$$x(\eta) = C_1 e^{\mu \eta} \sum_{r=-\infty}^{\infty} C_{2r} e^{2r \eta i} + C_2 e^{-\mu \eta} \sum_{r=-\infty}^{\infty} C_{2r} e^{-2r \eta i} ,$$

где коэффициенты C_{2r} определяются параметрами уравнения Матье.

После ряда преобразований результирующие соотношения для x и \dot{x} как функций времени и начальных условий $x(0)=x_0$, $\dot{x}(0)=\dot{x}_0$ имеют вид



Puc. 4

АВИАЦИОННАЯ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА

$$x(\tau) = [K_0 e^{-\mu \tau} A(\tau) + L_0 e^{\mu \tau} B(\tau)] / \Delta_0,$$

$$\dot{x}(\tau) = [K_0 e^{-\mu \tau} C(\tau) + L_0 e^{\mu \tau} D(\tau)] / \Delta_0,$$
(6)

где

$$K_0 = x_0 D_0 - \dot{x}_0 B_0$$
, $L_0 = \dot{x}_0 A_0 - x_0 C_0$,
 $\Delta_0 = A_0 D_0 - B_0 C_0$,

 $A_0...D_0$ — значения определяемых параметрами уравнения Матье функций $A(\tau)...D(\tau)$ при $\tau=0$.

Используя соотношения (6), можно найти искомые программы комбинированного управления ВМ вдоль ЛВ. Дискретная программа управления продольным ОД в общем случае будет состоять из начального и конечного импульсов.

$$\Delta \dot{x}_0 = \dot{x}_{0T} - \dot{x}_0, \ \Delta \dot{x}_k = -\dot{x}_k,$$
 (7)

где

$$\dot{x}_{0T} = \left[x_k A_0 + x_0 (C_0 e^{\mu T} B_k - D_0 e^{-\mu T} A_k) \right] / (A_0 e^{\mu T} B_k - B_0 e^{-\mu T} A_k),$$

$$\dot{x}_{k} = \left[(x_{0}D_{0} - \dot{x}_{0T}B_{0})e^{-\mu T}C_{k} + (\dot{x}_{0T}A_{0} - x_{0}C_{0})e^{\mu T}D_{k} \right]/\Delta_{0},$$

 $A_k...C_k$ — значения функций $A(\tau)...D(\tau)$ в момент $\tau=T$. Непрерывная программа управления поперечным ОД будет найдена, если подставить выражение (6) во второе уравнение системы (1). Получим

$$u_y = a_{21} [K_0 e^{-\mu \tau} A(\tau) + L_0 e^{\mu \tau} B(\tau)] / \Delta_0.$$
 (8)

ЭЗ на реализацию дискретной программы $V_{px} = \left| \Delta \dot{x}_0 \right| + \left| \Delta \dot{x}_k \right|$, а на реализацию непрерывной $V_{py} = \int\limits_0^T \left| u_y \right| d au$. Суммарные ЭЗ на выполнение маневра

$$V_{p\Sigma} = V_{px} + V_{py} + \left| \dot{y}_0 \right|, \tag{9}$$

где $\dot{y}_0 = x_0 \, \beta_0$ — начальная скорость поперечного ОД.

Отметим, что практическое применение алгоритмов комбинированного управления, полученного на основе использования точного решения уравнения (2), затруднительно, так как входящие в их состав функции $A(\tau)...D(\tau)$ выражены через тригонометрические ряды с бесконечно большим числом членов r. Поэтому более приемлемым может оказаться использование приближенного решения с конечным числом r. Проведенные исследования показали, что с достаточной для практики точностью можно использовать только первые тригонометрические члены рядов и функции $A(\tau)...D(\tau)$ представить в виде

$$A(\tau) = 1 - a\cos 2\tau_{\beta} - b\sin 2\tau_{\beta},$$

$$B(\tau) = 1 - a\cos 2\tau_{\beta} + b\sin 2\tau_{\beta},$$

$$C(\tau) = \mu - a_1 \cos 2\tau_{\beta} - b_1 \sin 2\tau_{\beta},$$

$$D(\tau) = -\mu + a_1 \cos 2\tau_{\beta} - b_1 \sin 2\tau_{\beta},$$
(10)

где a,b,a_1,b_1,μ определяются параметрами уравнения Матье (2) и имеют в данном случае следующие числовые значения a=-0.28; b=-0.148; $a_1=0.145$; $b_1=-0.043$; $\mu=0.537$.

Некоторые результаты моделирования программ управления в случае использования в них функций вида (10) при сближении с мягким и жестким контактом представлены на рис. 1...4. Графики на рис.1 иллюстрируют влияние T на вид траектории $\overline{x} = x/x_0$, а также на характер изменения и численные значения непрерывного управления $\overline{u}_{v}=u_{v}/x_{0}$. На рис. 2 изображена зависимость скорости $\overline{\dot{x}}_{0T}$ от направления сближения при различных T. Видно, что модуль $\bar{\dot{x}}_{0T}$ уменьшается с ростом T, а его максимумы и минимумы наблюдаются соответственно при $\beta = 30^{\circ}(210^{\circ})$ и $\beta = 105^{\circ}(285^{\circ})$. Такая же зависимость скорости $ar{\dot{x}}_{\scriptscriptstyle k}$ представлена на рис. 3. Ее модуль также уменьшается с ростом T, а положение минимума изменяется от $\beta \pm 90^{\circ}$ при T=0.5 до $\beta=0^{\circ}(180^{\circ})$ при $T = \pi$. Графики на рис. 4, 5 дают представление о величине ЭЗ, которые присущи рассматриваемому методу при начальных орбитах аппаратов, близких к круговым. Они также позволяют оценить влияние времени и направления сближения на суммарные ЭЗ, требуемые для осуществления жесткого (рис. 4) и мягкого контакта (рис. 5). Видно, что оптимальное направление в обоих случаях соответствуют β=135°-157°, причем величина ЭЗ для этих углов в отличие от других направлений, довольно значительно уменьшается с ростом T.

Литература

- 1. Гончаревский, В. С. Методы и алгоритмы управления относительным движением космических аппаратов / В.С. Гончаревский. МО РФ, 1998. 87 с.
- 2. Каннингхэм, В. Введение в теорию нелинейных систем / В. Каннингхэм. М. Л.: Госэнергоиздат, 1962. 456 с.
- 3. Мак-Лахлан, Н. В. Теория и приложения функций Матье / Н.В. Мак-Лахлан. М.: ИИЛ, 1953. 475 с.