Применение гибридного ММ-КРВО метода для анализа излучения тонкопроволочных структур

Application of the hybrid MoM-FDTD method for the analysis of radiation of thin-wire structures

Бородулин / Borodulin R.
Роман Юрьевич
(roman.borodulin@scaegroup.com)
кандидат технических наук.
АО «Научный центр прикладной электродинамики»,
старший научный сотрудник.
г. Санкт-Петербург

Щесняк / Shchesnyak S.
Сергей Степанович
(sergey.schesnyak@scaegroup.com)
доктор технических наук, профессор.
АО «Научный центр прикладной электродинамики»,
генеральный директор.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: метод моментов – the method of moments; метод конечных разностей во временной области – the method of finite differences in the time domain; модель возбуждения – the excitation model; дискретное преобразование Фурье – the discrete Fourier transform.

В статье предлагается вариант совместного применения двух различных численных методов электродинамики – метода моментов (ММ) и метода конечных разностей во временной области (КРВО) для взаимного расширения их возможностей. На основе анализа математического аппарата ММ и метода КРВО, имеющего между собой существенные различия, показано, что ток, рассчитанный ММ, можно приближенно аппроксимировать предложенным способом в виде источников магнитного поля, задаваемых в алгоритме КРВО. Для вывода конечных результатов моделирования в методе КРВО предложен разработанный математический аппарат, основанный на дискретном преобразовании Фурье. Данный аппарат позволяет автоматически регулировать точность выводимых комплексных амплитуд путем регулирования числа временных шагов. Проверка предложенных решений производится на примере результата взаимодействия тонкого симметричного вибратора, рассчитанного ММ, с частично перекрывающим его экраном, моделируемым методом КРВО.

The article proposes a variant of joint application of two different numerical methods of electrodynamics – the method of moments (MoM) and the method of finite differences in time domain (FDTD) for mutual expansion of their capabilities. On the basis of an analysis of the mathematical apparatus of the MoM and the FDTD method, which has significant differences, it was shown that the current calculated by the moment method can approximately be approximated by the method proposed in the article in the form of magnetic field sources specified in the FDTD algorithm. To derive the final results of modeling in the FDTD method, a developed mathematical apparatus based on the discrete Fourier transform is proposed. This unit allows to automatically adjust the accuracy of output complex amplitudes by adjusting the number of time steps. Verification of the proposed solutions is made on the example of the result of the interaction of a thin symmetrical vibrator, calculated by the method of moments with a partially overlapping screen, modeled by the FDTD method.

Введение

Современные системы автоматизированного проектирования (САПР) антенн невозможно представить без входящих в их состав численных методов. Основные методы, применяемые в задачах электродинамики, основаны на дискретизации пространства. Это метод моментов (ММ) (method of moments (MoM), англ.) [1], метод конечных элементов (МКЭ) (finite element method (FEM), англ.) [2] и метод конечных разностей во временной области (КРВО) (finite difference time domain method (FDTD), англ.) [3].

Метод моментов основан на решении интегральных уравнений Фредгольма 1-го или 2-го рода. Наибольшее развитие получила тонкопроволочная аппроксимация, которая приводит к интегро-дифференциальным уравнениям Поклингтона или Галлена [4]. Метод конечных элементов основан на решении неоднородного векторного уравнения Гельмгольца для одного из векторов электромагнитного поля. Метод КРВО основан на конечно-разностной аппроксимации уравнений Максвелла в дифференциальной форме. Рассмотрим возможность совместного использования ММ и КРВО.

Любому из перечисленных методов присущи свои достоинства и недостатки. Главным общим недостатком является зависимость точности решения задач от отношения размеров дискретизационных ячеек к длине волны.

Метод КРВО является популярным методом, в силу его наглядности и простоты. К сожалению, недостатком является кубическая аппроксимация анализируемых моделей, что приводит к достаточно грубому представлению исследуемых структур. Это вызвано необходимостью присвоения определенным ячейкам КРВО свойств, например металла, для построения моделей, в то время как сами ячейки имеют конечные размеры, определяемые из условия сходимости Куранта-Фридрихса-Леви [6]. Выходом является построение неэквидистантных сеток, которое большого развития не получило.

4 2017.indd 32 12.12.2017 11:24:39

Метод моментов позволяет анализировать замкнутые электродинамические структуры, например поверхность проволочных антенн. К сожалению, влияние на излучение произвольных объектов, находящихся в ближней зоне моделируемых излучателей, в ММ невозможно, поскольку требует постоянной модификации ядра, что недопустимо.

Предлагается использовать сильные стороны ММ и КРВО путем объединения электродинамических моделей рассматриваемым ниже способом.

Метод моментов и тонкопроволочная аппроксимация

Принцип действия ММ основан на общем для всех сеточных методов процессе дискретизации излучающей структуры, применении систем базисных и пробных функций различного вида с целью приведения исходного интегрального уравнения к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Базовой частью метода является формирование «матрицы взаимных сопротивлений» (матрицы импедансов), учитывающей взаимное расположение взаимодействующих сегментов, на которые разбивается излучающая система (ИС). Производится учет граничных условий (ГУ) для касательных составляющих вектора электрического поля на идеальном проводнике в зависимости от ориентации ИС в пространстве. Вектор правых частей СЛАУ учитывает влияние источника (модели возбуждения) на один или несколько сегментов.

Подробно ММ описан в [7], а также в других источниках. Обобщение, новые подходы для реализации лучшей сходимости метода имеются в монографии [6].

Основой решения уравнений ММ является выбор специальных базисных функций (БФ), от которых зависит как скорость сходимости, так и потребляемый ресурс ЭВМ. Моделируемая проволочная структура представляется совокупностью взаимодействующих сегментов, взаимные сопротивления между которыми формируют матрицу взаимных импедансов. Данная матрица является основой СЛАУ вида

$$\begin{bmatrix} f(z_1,z') & f(z_1,z_2') & \cdots & f(z_1,z_N') \\ f(z_2,z_1') & f(z_2,z_2') & \cdots & f(z_2,z_N') \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f(z_N,z_1') & f(z_N,z_2') & \cdots & f(z_N,z_N') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_z^i(z_1) \\ E_z^i(z_2) \\ \vdots \\ E_z^i(z_N) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

Решение СЛАУ в символьном записывается как

$$[I_n] = [Z_{mn}]^{-1}[V_m]. \quad (2)$$

Кусочно-синусоидальный базис более корректно передает истинное распределение тока $I(l)$ вдоль длины l симметричного проволочного вибратора, в сравнении с кусочно-постоянным, за счет равенства нулю тока на концах проводника, т.е. корректных граничных условиях (рис. 1).

Таким образом, в ММ находятся комплексные амплитуды токов с учетом геометрии исследуемой структуры. Зная их, можно находить различные электрические характеристики антенн, такие как входное сопротивление и диаграмма направленности, но без учета возможных неоднородностей, находящихся вблизи исследуемой модели.

Метод КРВО и разностное представление токов

Метод КРВО является одним из немногих методов, позволяющих моделировать процесс дифракции, разворачивающийся во времени [3]. В последнее время был развит математический аппарат идеально-согла-

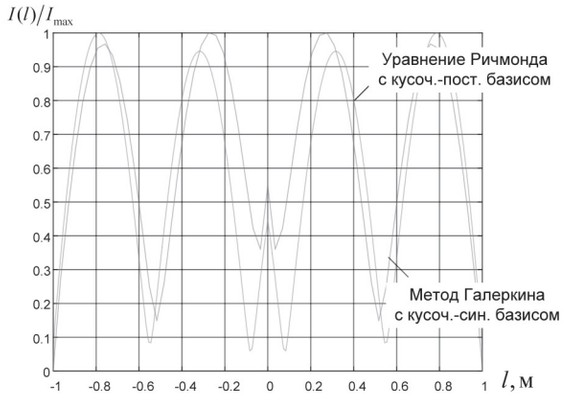

Рис. 1. Распределения токов вдоль симметричного вибратора общей длиной l = 1 на частоте 300 МГц, полученные на основе уравнения Поклингтона [6, 7, 10]

4 2017.indd 33 12.12.2017 11:24:40

сованных слоев (perfectly matched layers, PML [8]), который позволил существенно уменьшить размеры расчетной области, увеличив скорость прохождения алгоритмов.

Поскольку метод КРВО моделирует разворачивающийся во времени процесс, для него характерно пространственно-временное представление векторов электромагнитного поля. Векторные компоненты образуют систему шести скалярных уравнений в трехмерной декартовой системе координат:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t}=\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_y}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial y}-\rho' H_x\right);$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t}=\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial z}-\rho' H_y\right);$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t}=\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_x}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial x}-\rho' H_z\right);$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial z}-\sigma E_x\right);$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_x}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial x}-\sigma E_y\right);$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}-\sigma E_z\right). \quad (3)$$

Система дифференциальных уравнений в частных производных (3) является основой алгоритма КРВО (алгоритма Йи) [9]. В случае рассмотрения двумерного или одномерного пространства система (3) лишается части членов и значительно упрощается.

Центральной частью алгоритма является расчет компонент поля во времени. Так, каждая компонента для поля E вычисляется из рассчитанных перед этим компонент поля H, хранящихся в памяти компьютера, а все компоненты поля H – из компонент поля E, также хранящихся в оперативной памяти. Данный процесс повторяется в течение заданного числа шагов вплоть до некоторого желаемого времени отклика системы, пока не будет достигнуто, например, устойчивое состояние.

Для обеспечения стабильности и устойчивости алгоритма КРВО требуется выбирать временной шаг, исходя из следующего условия:

$$\Delta t \le \left(c\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2}+\frac{1}{(\Delta y)^2}+\frac{1}{(\Delta z)^2}} \right)^{-1}. \quad (4)$$

Условие (4) получено Курантом и др. [9]. При таком подходе сначала решается задача выбора временного шага, а уже после этого формируется сетка разбиения. Для трехмерного случая неравенство (4) можно привести к виду

$$\Delta t \le \frac{\Delta s}{c\sqrt{3}}. \quad (5)$$

В методе КРВО источники могут зависеть от значений составляющих окружающего поля (мягкие источники), либо не зависеть от них (жесткие источники). Источник гармонического поля, используемый, например, в качестве модели возбуждения антенны задается выражением

$$f(t)=E_0\sin(2\pi f\Delta tn), \quad (6)$$

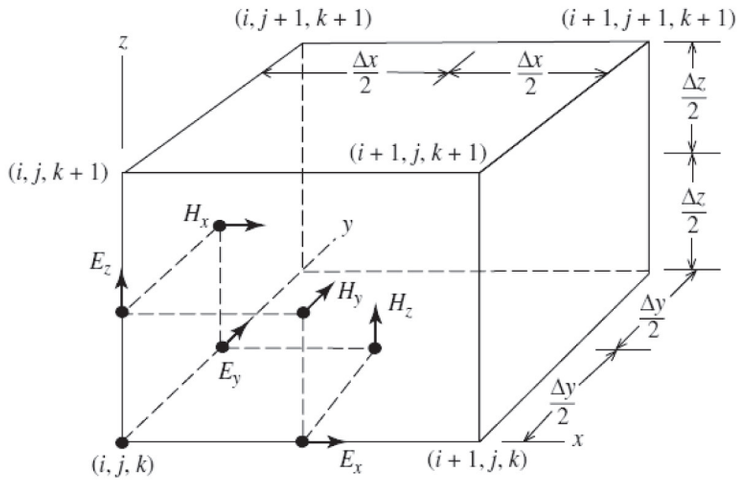

Рис. 2. Позиции компонент электрического и магнитного полей в кубической КРВО-ячейке размером Δx, Δy, Δz

4 2017.indd 34 12.12.2017 11:24:41

где E_0 – амплитуда гармонического сигнала.

Данный источник является самым простым и причисляется к разряду «жестких», так как возбуждение производится без учета значений поля, полученных на предыдущих шагах. В отличие от выражения (6) формула «мягкого» источника гармонических колебаний выглядит

$$E_z^n(x_0, y_0, z') = E_z^n(x_0, y_0, z') + E_0 \sin(2\pi f n), \qquad (7)$$

где x_0, y_0, z' – координаты области возбуждения антенны.

Таким образом, рассмотренные выше модели возбуждения содержат переменную шага по времени, которая, исходя из условия сходимости Куранта (4), напрямую влияет на величину ячейки дискретизации. Также эти модели не позволяют гарантировано «попасть» на нужную частоту в спектре после дискретного преобразования Фурье (ДПФ), требуемого для получения комплексных амплитуд векторов поля, что приводит к неточностям интерпретации получаемых результатов.

Предлагается разработанная специально для КРВО модель возбуждения, представляющая собой сложный многочастотный сигнал, подаваемый в область возбуждения антенны. Сигнал формируется согласно выражению:

$$\mathbf{U}(t) = \left(U_0 \sum_{i=1}^{M-1} \sin\left\{ 2\pi \left[f_{\min} + (i-1)\frac{\Delta\omega}{2\pi} \right] \right\} \right) \left[t_0 \quad \ldots \quad t_{N-1} \right], \qquad (8)$$

где U_0 – амплитуда сигнала; M – число значимых частотных выборок; t – элементы вектора времени.

Исходными данными, позволяющими получить искомые комплексные амплитуды (КА) электромагнитного поля (ЭМП), является наличие массива с временными отсчетами в виде дискретных значений пройденного времени процесса (вектора времени) и массива с временными отсчетами составляющей ЭМП (вектора ЭМП).

Для идентификации КА воспользуемся понятием критической частоты Найквиста ν_n, известной из теории цифровой связи, которая может быть найдена как [11]

$$\nu_n = \frac{1}{2\Delta t}. \qquad (9)$$

Данную частоту целесообразно ввести для определения максимальной частоты полученного после ДПФ спектра КА. Чем меньшее значение имеет временной шаг, тем выше будет данная частота. Поскольку после ДПФ формируется вектор КА, число элементов которого равно числу временных отсчетов N, необходимо из них взять те, которые соответствуют интересующему нас интервалу частот, при заданном шаге по частоте $\Delta\omega$.

Метод КРВО обладает тем ценным свойством, что позволяет получить решение в широкой полосе частот «сразу» после прохождения всего вектора времени. Получаемый спектр тогда лежит в пределах отрезка частотной оси $[-\nu_n; \nu_n]$.

Требуется получить вектор КА, каждый элемент которого соответствует строго той частоте, для которой он рассчитывается. Другими словами, необходимо получить рассчитанные КА искомой величины внутри отрезка частотной оси $[f_{\min}; f_{\max}]$. Это говорит о том, что целесообразно привязать частоту дискретизации к одной из частот данного отрезка, например минимальной частоте $f_{\min}$.

Тогда частота дискретизации f_s может быть получена:

$$f_s = f_{\min} n, \qquad (10)$$

где n – число выборок дискретизации.

С другой стороны, в соответствии с теоремой Котельникова и выражением (9), критическая частота Найквиста равна:

$$\nu_n = f_s / 2 = f_{\min} n / 2. \qquad (11)$$

Таким образом, исходя из минимальной частоты $f_{\min}$ интересующего интервала, можно рассчитать фиксированный временной шаг:

$$\Delta t = \left(f_{\min} n \right)^{-1}. \qquad (12)$$

Регулируя число выборок дискретизации в выражении (12) можно зафиксировать минимальную частоту $f_{\min}$, а также управлять размером ячейки КРВО (*dx, dy, dz*), например для улучшения аппроксимации конструкции исследуемой антенны (требуется для КС), исходя из модифицированного условия сходимости Куранта (4):

$$dx = c\left(f_{\min} n \right)^{-1} \sqrt{3}. \qquad (13)$$

Точность получения электрической характеристики антенны теперь четко зависит от числа значимых частотных выборок в получаемом после ДПФ спектре.

Дискретное прямое преобразование Фурье находится в N узлах частотной равномерной сетки, выбираемых произвольным образом:

$$F(\omega_k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(t_n) \exp(-2\pi i k n / N), \quad k = 0, \ldots, N-1. \qquad (14)$$

Непрерывная функция времени одной из составляющих ЭМП, например $E_z(t_n)$, полученная после прохождения N временных шагов представляется в дискретной форме в виде вектора с мгновенными амплитудами данной величины, соответствующими определенному номеру временного шага, например: $\left[E_z(t_0) \quad E_z(t_1) \quad \ldots \quad E_z(t_{N-1}) \right]$. Общее время T процесса распространения ЭМВ, моделируемого КРВО, рассчитывается исходя из временного шага Δt и общего числа временных шагов N:

$$T = \Delta t (N-1). \qquad (15)$$

4 2017.indd 35 12.12.2017 11:24:42

Величина шага по частоте должна быть строго согласована с временным шагом Δt как

$$\Delta\omega = \left(\Delta t N\right)^{-1} = \frac{f_{\min} n}{N}. \quad (16)$$

Если не трогать величину временного шага Δt, для получения более подробного спектра КА необходимо увеличить число временных шагов N, кратно числу выборок дискретизации n:

$$N = n n_t, \quad (17)$$

где число $n_t > 1$ должно быть целым положительным, так как N дробным быть не может по определению.

Выражение (16) перепишется как

$$\Delta\omega = \left(\Delta t N\right)^{-1} = \frac{f_{\min}}{n_t} \quad (18)$$

или

$$n_t = \frac{f_{\min}}{\Delta\omega}. \quad (19)$$

Таким образом, применяя формулу (19), можно автоматически получать число временных шагов N, исходя из заданных минимальной частоты и шага по частоте, либо кратно уменьшать величину шага по частоте $\Delta\omega$, увеличивая точность нахождения КА ДПФ также за счет увеличения общего времени T наблюдаемого процесса.

Разработанная модель возбуждения позволяет автоматически регулировать точность определения комплексных амплитуд составляющих векторов ЭМП, рассчитываемых КРВО, и точность аппроксимации моделируемой геометрии антенны за счет изменения числа пройденных временных шагов N.

Применение возбуждения (8) обладает неоспоримым преимуществом, по сравнению с обычным нестационарным источником, поскольку позволяет получать необходимые спектральные составляющие КА через задаваемый фиксированный шаг по частоте $\Delta\omega$ в требуемой полосе частот.

Токи в КРВО находятся через касательные составляющие к некоторой поверхности (провода, например) векторы магнитного поля за счет разностной аппроксимации обхода контура. Она основана на сумме разностей величин составляющих магнитного поля, лежащих в плоскости, перпендикулярной оси провода:

$$I_n(y) = \left(H_{x1(n_z+1)} - H_{x2(n_z-1)}\right)dz + (H_{z1(n_x+1)} - H_{z2(n_x-1)})dx, \quad (20)$$

где n – порядковый номер ячейки с электрическими параметрами металла провода вдоль его оси (вдоль y); n_z, n_x – номера тех же ячеек вдоль осей z и x, соответственно; $H_{x1,x2,z1,z2}$ – составляющие магнитного поля, касательные к контуру интегрирования.

Гибридный метод

Составляющие H_{x1}, H_{x2} и H_{z1}, H_{z2} в выражении (20) имеют разное направление, но практически равные амплитуды и фазы, поскольку находятся по разные стороны от идеально проводящей поверхности на одинаковых расстояниях. Данный факт позволяет устанавливать их приближенные значения, исходя из известной комплексной амплитуды тока I_n, выбрав соответствующее направление векторов по касательной к контуру интегрирования, а амплитуды разделив на 4.

Полученные комплексные амплитуды составляющих вектора H подставляются в алгоритм КРВО в виде «мягких» источников гармонического колебания для соответствующих составляющих поля. Они порождают остальные составляющие электромагнитного поля и запускают процесс распространения электромагнитной волны. Полученная волна дифрагирует на различных вносимых неоднородностях, накапливая изменения ближнего поля излучателя.

Дальнейшее нахождение диаграммы направленности возможно, например путем применения метода Стреттона-Чу [10].

Справедливость предлагаемого подхода оценим на примере численного решения задачи излучения тонкого симметричного вибратора, расположенного в электрической близости от идеально проводящей полуплоскости (экрана), перекрывающей его на 60%.

Симметричный вибратор: длина плеча L=0.25 м, толщина (в МоМ) – 0.001 м, без оболочки в свободном пространстве. Частота 300е6 Гц.

Параметры КРВО: длина плеча 72 ячейки, размер ячейки: 0.0035 м, частота $f_{\min}$ = 300 МГц. Ток задан в виде колец магнитного поля, состоящих из 4 сегментов. Применяется «мягкое» возбуждение. Величина временной дискреты (временного шага Δt): 6.66·10-12 с, 3000 временных шагов. После отработки алгоритма выводится временной график и спектр напряжения в области возбуждения (рис. 3).

Соответствующий «приложенному» напряжению спектр тока в зазоре и его временной график также анализируются. Далее рассчитывается, например, величина входного сопротивления. В представленном случае входное сопротивление на частоте 300 МГц равно: Z_A = 32,1 + 117,6iОм, что отличается от сопротивления симметричного вибратора в свободном пространстве.

Оценим влияние экрана на результирующее распределение тока вдоль вибратора. Для этого сравним его с током в свободном пространстве (рис. 4).

Необходимо учитывать вклады отраженного поля за счет «мягкого» возбуждения касательными компонентами магнитного поля, полученными из рассчитанного методом моментов распределения тока. «Мягкое» возбуждение дает пропорциональный рост амплитуд токов в зависимости от пройденных временных шагов. Это «вклады» отраженного поля, в том числе и от границ расчетной области с PML. Данные «вклады» растут прак-

4 2017.indd 36 12.12.2017 11:24:43

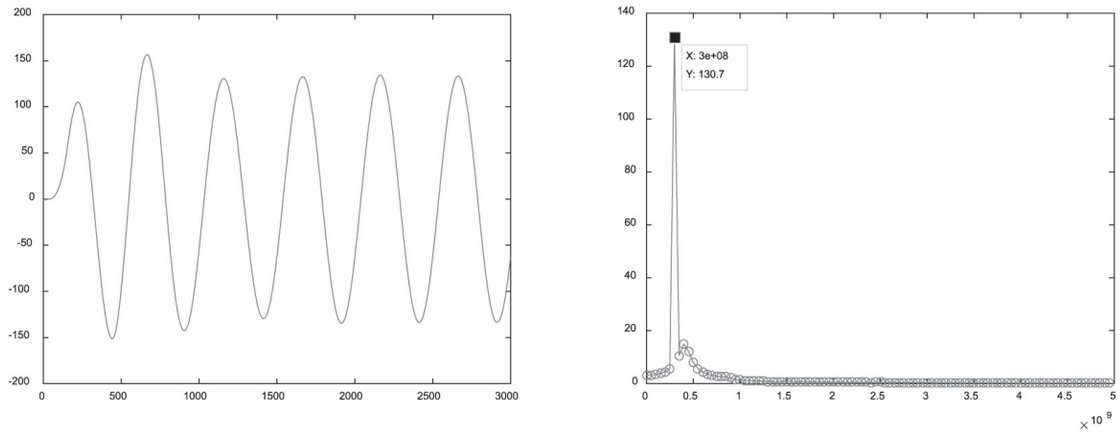

Рис. 3. Временная зависимость и спектр напряжения в области возбуждения гибридной модели симметричного вибратора

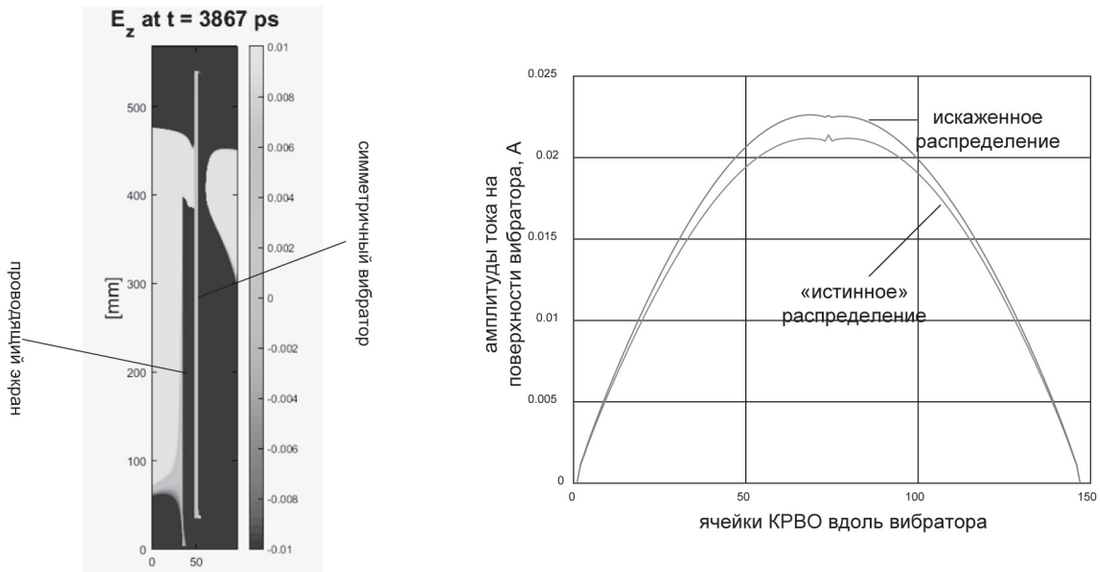

Рис. 4. Дифракционная картина поля симметричного вибратора возле частично перекрывающего его проводящего экрана и распределение тока

4 2017.indd 37 12.12.2017 11:24:43

тически одинаково по всей длине вибратора, поэтому «истинное» распределение поля в свободном пространстве, полученное ММ, делится на распределение, полученное «мягким» возбуждением КРВО. Вычисляются весовые коэффициенты, показывающие отличия между методами, для каждой точки поверхности вибратора. Ставится препятствие, и полученное распределение тока умножается на весы. Это дает новое распределение тока с учетом отраженных от предметов волн.

Оценим влияние экрана на результирующее распределение тока вдоль вибратора. Для этого сравним его с током в свободном пространстве (рис. 4).

Необходимо учитывать вклады отраженного поля за счет «мягкого» возбуждения касательными компонентами магнитного поля, полученными из рассчитанного методом моментов распределения тока. «Мягкое» возбуждение дает пропорциональный рост амплитуд токов в зависимости от пройденных временных шагов. Это «вклады» отраженного поля, в том числе и от границ расчетной области с PML. Данные «вклады» растут практически одинаково по всей длине вибратора, поэтому «истинное» распределение поля в свободном пространстве, полученное ММ, делится на распределение, полученное «мягким» возбуждением КРВО. Вычисляются весовые коэффициенты, показывающие отличия между методами, для каждой точки поверхности вибратора. Ставится препятствие, и полученное распределение тока умножается на весы. Это дает новое распределение тока с учетом отраженных от предметов волн.

Таким образом, доказано, что влияние окружающих предметов на распределение тока, получаемое ММ-КРВО, имеется. Это позволяет аппроксимировать ток через компоненты магнитного поля предложенным выше способом, получая, например, приближенные зависимости входного сопротивления с учетом влияния неоднородностей. Использование гибридного метода ММ-КРВО допустимо также для исследования дифракционной картины поля, излучаемого конкретной антенной, или построения результирующей диаграммы направленности. Ток на проволочной поверхности должен быть предварительно рассчитан ММ, после чего полученные комплексные амплитуды преобразованы в составляющие магнитного поля в виде сторонних «мягких» источников КРВО.

Литература

1. Gibson, W. S. The Method of Moments in Electromagnetics / W. S. Gibson. – Chapman & Hall/CRC. 2008.

2. Jin, J. M. Theory and Computation of Electromagnetic Fields / J. M. Jin. – N.Y.: John Wiley and Sons, Inc., 2010.

3. Taflove, A. Numerical solution of steady state electromagnetic scattering problems using the time dependent Maxwell's equations / A. Taflove, M. Brodwin // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – Aug. 1975. – Vol. MMT-23. – P. 623–630.

4. Richmond, J. Computer Program for Thin-Wire Structures in Homogeneous Conducting Medium / J. Richmond // National technical Information Service. – July 1973. – Springfield: VA, NASA contractor Rep., CR-2399.

5. Lai Z-H, Kiang J-F, R. Mittra. A Domain Decomposition Finite Difference Time Domain (DD-FDTD) Method for Scattering Problem from Vary Large Rough Surfaces // Antennas and Propagation (ISAP), 2014 International Symposium on. – Dec. 2014.

6. Бородулин Р. Ю. Численные методы электродинамики: Моногр. / Р. Ю. Бородулин. – СПб.: ВАС, 2016.

7. Вычислительные методы в электродинамике / под ред. Р. Митры; пер. с англ. под ред. Э. Л. Бурштейна. – М., 1977.

8. Berenger, J. P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves / J. P. Berenger // J. Comp. Phys. – 1994. – Vol. 114, no. 2. – Pp. 185–200.

9. Stutzman, W. L. Antenna Theory and Design / W. L. Stutzman, G. A. Thiele. – 3-rd ed. – N.Y.: John Wiley and Sons, Inc., 2012.

10. Стреттон, Дж. А. Теория электромагнетизма / Дж. А. Стреттон. – М – Л: ГИТЛ, 1948.

4 2017.indd 38 12.12.2017 11:24:44