

Вероятностная модель оценки эффективности дифференциации агротехнологических воздействий

Agrotechnological impact differentiation efficiency assessment probabilistic model

Захарян / Zakharyan Y.

Юрий Гайказович

(dzhem.m@yandex.ru)

кандидат технических наук, профессор.

ФГБНУ Агрофизический научно-исследовательский институт, старший научный сотрудник.

г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: геостатистика – geo statistics; вариограммный анализ – variogram analysis; дифференцированная стратегия технологических воздействий – technological impact differentiated strategy.

Предложена возможность использования методологии геостатистики и вариограммного анализа для решения задачи оценки эффективности от дифференциации агротехнологических воздействий с учетом пространственно-временного варьирования почвенно-климатических условий. Данная методология основана на анализе статистической структуры и информации пространственно-временной вариабельности сельскохозяйственных территорий. Проиллюстрирована количественная оценка между дифференцированной стратегией технологических воздействий, ориентированной на оптимальное значение варьирующих агрометеорологических факторов и недифференцированным планированным решением.

Possibility to use geo statistics methodology and variogram analysis for resolving task in assessing efficiency from differentiation of agrotechnological impact taking into account spatial-temporal variation of soil and climatic conditions. Such methodology is based on analyzing static structure and info about spatial-temporal variation capability of agricultural areas. Quantitative assessment is illustrated between differentiated strategy of technological impact oriented to the optimum value of varying agricultural and meteorologic factors, and non-differentiated planned solution.

Введение

Хорошо известно, что подавляющее большинство агрометеорологических и почвенных характеристик обла- дает чрезвычайно высокой пространственно-временной

вариабельностью и, строго говоря, для каждой точки любой сельскохозяйственной территории характерны свои агроэкологические условия. Однако дифференцировать агротехнологию по каждой точке не представляется возможным. Более того, важно иметь в виду, что дифференциация часто усложняет агротехнологию и ведет к ее удорожанию, но математическая статистика и геостатистический анализ дают возможность решить такие задачи и представить следующие модели для рассмотрения [1, 12]. Среди многочисленных исследований, посвященных данной проблеме, выделяется группа работ (Жуковский Е. Е., Захарян Ю. Г., 1984), (Якушев В. П., Жуковский Е. Е., 2011), (Захарян Ю. Г., Комаров А. А. и др., 2014). В основе этих работ лежат вероятностный подход и геостатистический (вариограммный) анализ [4, 8]. Изучаемая задача – это то же, что и задача оценки потерь или выигрыш, обусловленных пространственной неоднородностью почвенно-климатических характеристик сельскохозяйственных полей, и по существу она сводится к вариограммному анализу [2, 6].

Геостатистические оценки опираются на информацию о внутренней структуре данных, зависят от самих данных, т.е. являются адаптивными. Как уже упоминалось, геостатистика базируется на статистической интерпретации данных. Это, однако, не означает, что природа самого процесса является случайной [3].

Пространственно-временные данные являются реализацией случайного поля $Z(x, t); x \in D, t \in T$, где D – пространственная область; T – временной интервал. Здесь и процессы и технологические воздействия обследуются в пространственно-временном континууме $D \times T$.

Для того чтобы использовать геостатистические методы, связанные с технологическим воздействием или оценкой эффективности от дифференциации, необходимо определить пространственно-временную

корреляционную структуру поля или региона $Z(x, t)$ в области исследования при $(D \times T)$.

Методика

Для описания пространственно-временной корреляции используется значение момента стационарности I-го и II-го порядка с учетом ковариации и вариограммы (вариограммный анализ) [13, 14].

Ковариация в случае II-го порядка стационарности зависит только от пространственного и временного лагов h и τ , определяется следующим образом:

$$C_z(h, \tau) = E\{Z(x+h, t+\tau) - m(x+h, t+\tau)\{Z(x, t) - m(x, t)\}\}, \quad (1)$$

где $m(x, t)$ – среднее значение случайного поля Z в пространственно-временной точке (x, t) . Когда среднее значение $m = E[Z(x, t)] = \text{const}$ по пространству и во времени, формула (1) примет вид:

$$C_z(h, \tau) = E[Z(x, t)Z(x+h, t+\tau)] - m^2. \quad (2)$$

Для простоты и доступности материала мы использовали линейную модель, где четко изображены геостатистические оценки, рост и развитие растений и эффективность от дифференциации агротехнологических воздействий [5].

Общая модель пространственно-временной ковариации представляет сумму пространственной и временной компонент: [7, 8]

$$C_z(h, \tau) = C_x(h) + C_t(\tau). \quad (3)$$

Эта модель обладает существенным недостатком, т.е. матрица пространственно-временных данных носит характер сингулярности, что не позволяет использовать условия универсального кригинга. Таким образом, с одной стороны это и хорошо для простоты. Почвенно-климатические характеристики сельскохозяйственных полей сводятся к анализу и сопоставлению между собой трех величин:

– среднего на единицу площади экономического эффекта U_g , который получается при детальной пространственной дифференциации решений;

– среднего на единицу площади экономического эффекта $U_{ng} = U_{ng}[d_0(\bar{x})]$, который соответствует недифференцированному планированию в расчете осредненного значения варьирующего фактора (\bar{x}) , т.е. $d_0(\bar{x}) = \text{var} = \text{const}$;

– среднего на единицу площади экономического эффекта $U_{ng}^0 = U_{ng}[d_0(a_0)]$, т.е. такое планирование, когда a находится из условия максимизации значения

$$U_{ng} = U_{ng}[d_0(a)]. \quad (4)$$

Представляют также интерес ΔU , и производные безразмерные показатели $\lambda_1, \lambda_2, \omega, \mu$ и η .

$$\Delta U_1 = U_g - U_{ng}[d_0(\bar{x})] \quad (5)$$

Разность ΔU_1 – характеризует средний (в геостатистическом смысле) абсолютный выигрыш на единицу площади, который достигается за счет перехода от ориентации на средние условия к дифференцированному планированию с учетом конкретных значений x в отдельных точках или отдельных контурах [11]. Также будет интересно рассматривать показатели λ_1, λ_2 и ω :

$$\lambda_1 = \Delta U_1 / U_{ng}[d_0(\bar{x})],$$

$$\lambda_2 = \Delta U_2 / U_{ng}[d_0(\bar{x})], \quad \omega = \Delta U_2 / \Delta U_1,$$

λ_1 – как безразмерная неотрицательная величина может рассматриваться как критерий эффективности пространственно дифференцированного технологического воздействия, или как мера хозяйственной полезности информации о пространственной вариабельности влияющего почвенно-климатического фактора.

По аналогии с ΔU_1 целесообразно вывести величину

$$\Delta U_2 = U_{ng}[d_0(a_0)] - U_{ng}[d_0(\bar{x})]. \quad (6)$$

Здесь эффективность получается за счет перехода от оптимума на среднее значение варьирующего фактора, но здесь не надо в каждой точке или на каждом контуре знать значения x , а достаточно иметь лишь сведения о законе распределения x как пространственно варьирующей величины [9]. При этом подобным образом можно вычислить λ_2 .

Из сказанного ясно, что вопрос о том, имеет ли смысл проводить дифференциацию решений или не имеет, в первую очередь требует сопоставления величин ΔU_1 и ΔU_2 . Очевидно, что в тех случаях, когда отношение

$$\omega = \Delta U_2 / \Delta U_1 \quad (7)$$

меньше единицы, дифференциация целесообразна, поскольку она является единственным средством компенсации отрицательных влияний пространственной неоднородности территории. И наоборот, когда значения ω близки к единице, т.е. если ΔU_2 несущественно меньше, чем ΔU_1 , дифференциация нецелесообразна.

Результаты и обсуждение

Для решения или нахождения значений этих величин требуется построение некоторой экономико-агрометеорологической модели $U(x, d)$ как кусочно-линейной модели. Для такой модели рассматриваем функцию урожайности $y(x, d)$, где y – урожайность от варьиру-

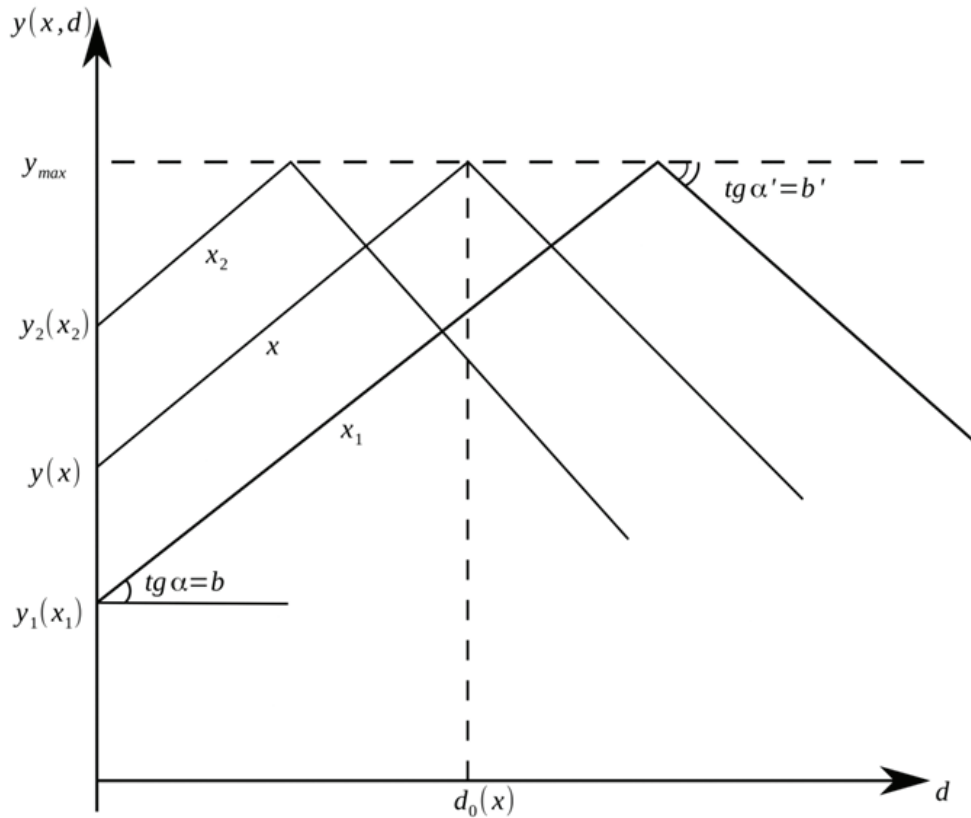


Рис. 1. Зависимость $y = y(x, d)$, отвечающая линейной модели

ющего агрометеорологического фактора и агротехнологического воздействия d (рис. 1).

$$y(x, d) = \begin{cases} y_0(x) + bd, & \text{при } d \leq d_0, \\ y_{\max} - b'(d - d_0), & \text{при } d > d_0. \end{cases} \quad (8)$$

Выводя величину C_y – стоимость единицы урожая и величину C_d – стоимость затрат на единицу технологического воздействия, переходим от функции урожайности $y(x, d)$ к функции $U(x, d)$ эффективности дифференциации, которая будет иметь вид:

$$U(x, d) = \begin{cases} C_y[y_0(x) + bd] - C_d \cdot d, & \text{при } d \leq d_0, \\ C_y[y_{\max} - b'(d - d_0)] - C_d \cdot d, & \text{при } d > d_0. \end{cases} \quad (9)$$

Подобной функции отвечает семейство графиков, изображенное на рис. 2. Здесь надо учитывать необходимые условия, т.е.

$$C_d < bC_y, \quad \mu = \frac{C_d}{bC_y}; [\mu \leq 1], \quad \eta = \frac{b'}{b} < 1,$$

где μ и η – относительные показатели эффективности оптимального значения дифференциации, b и b' –

скорость возрастания и скорость падения урожайности.

Кроме того, будем для простоты считать, что в диапазоне изменения x имеет место пропорциональность, т.е. $y_0(x) = lx$, где l – коэффициент пропорциональности, тогда эффективность от дифференциации будет иметь вид:

$$U_g = (C_y - \frac{C_d}{b}) \cdot y_{\max} + \frac{C_d}{b} lx \quad (10)$$

Выведенные соотношения были записаны в общем виде, а для получения конкретных результатов сделаем некоторые допущения, т.е., в частности, будем считать, что пространственная изменчивость x хорошо аппроксимируется нормальным законом распределения.

Далее рассмотрим опасные метеорологические явления (например, град, заморозки и т.д.). Рассмотрим в таких случаях, как можно считать эффективность агротехнологических воздействий, для этого рассмотрим матрицу полезности (выигрышей).

Очевидно, что средняя статистическая повторяемость опасного явления по всей территории будет равна

$$\bar{P} = \sum_{l=1}^n g_l P_{l,l}. \quad (11)$$

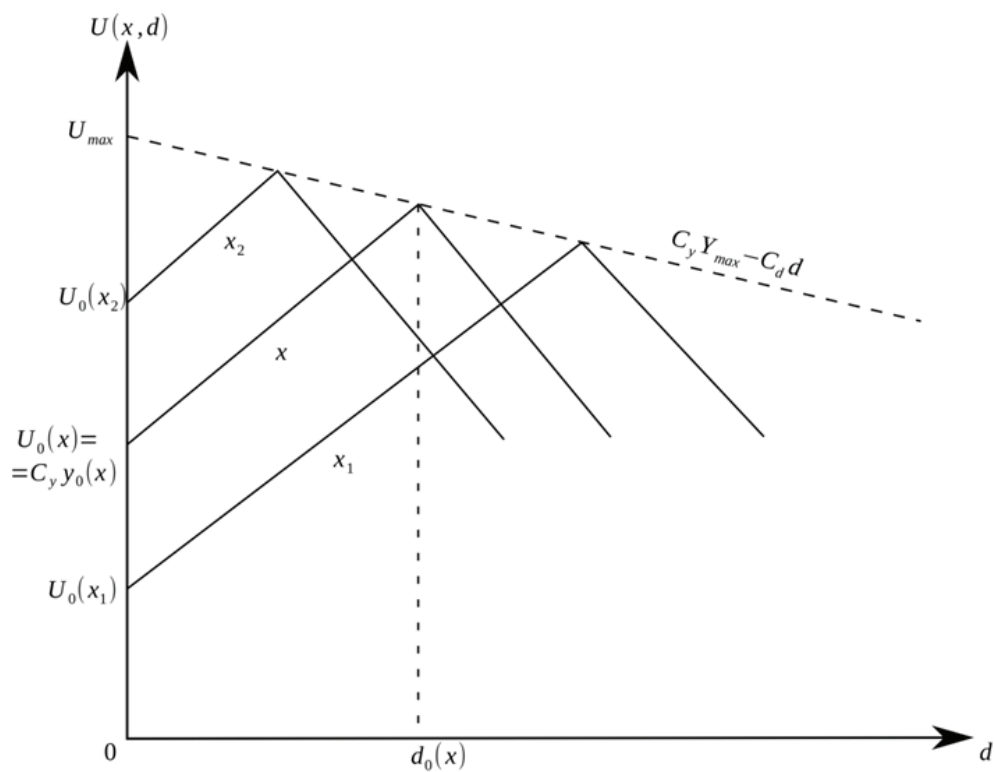


Рис. 2. Функция выигрыша $U=U(x,d)$ для рассматриваемой линейной модели.

Таблица 1

Матрица полезности (выигрышей)

Агрометеорологические условия	Агротехнологические воздействия	
	d_1	d_2
F_1 – явление наблюдается	U_{11}	U_{12}
F_2 – явление не наблюдается	U_{21}	U_{22}

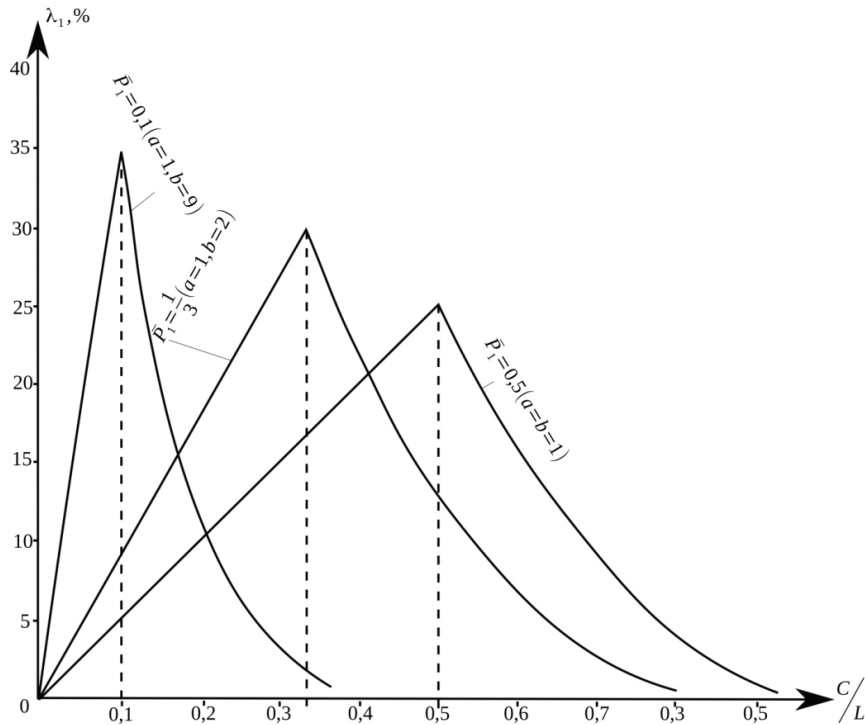


Рис. 3. Модель вариограмной функции потенциальной эффективности дифференцированного планирования защитных мероприятий от отношения C/L при аппроксимации пространственного распределения повторяемости опасного явления различными типами бэта-распределений

Существуют следующие сочетания:

$$F_1 \rightarrow d_1; F_2 \rightarrow d_2 \Rightarrow U_{11}; U_{12} \text{ и } U_{21}; U_{22},$$

так как U_{ij} имеют смысл выигрышей, то между элементами этой матрицы существуют соотношения:

$$\left. \begin{matrix} U_{11} > U_{12} \\ U_{21} < U_{22} \end{matrix} \right\}. \quad (12)$$

Если природные повторяемости условий F_1 и F_2 известны, то выбор лучшего из решений обеспечивает задача максимума, т.е. эффект должен осуществляться согласно правилу

$$\left. \begin{matrix} P_1 \geq P_{кр} \rightarrow d_1 \\ P_1 < P_{кр} \rightarrow d_2 \end{matrix} \right\}. \quad (13)$$

В этом выражении $P_{кр} = \frac{\beta}{1+\beta}$, где

$$\beta = (U_{22} - U_{12}) / (U_{11} - U_{12}), \quad (14)$$

β – хозяйственно-экономический параметр, всегда положителен и может меняться от 0 до ∞ .

В частности, показано, что если агрометеорологические условия F , агротехнологические воздействия d носят альтернативный характер и если $P_1 \in [0,1]$ и описывается бэта-законом, то потенциальный эффект от пространственной дифференциации можно рассчитать по формуле:

$$\Delta U_1 = \begin{cases} (r_1 + r_2)[P_0 J_{P_0}(a, b) - \bar{P}_1 \bar{J}_{P_0}(a+1, b)]; \bar{P}_1 > P_0 \\ (r_1 + r_2)[\bar{P}_1 \bar{J}_{P_0}(a+1, b) - P_0 \tilde{J}_{P_0}(a, b)]; \bar{P}_1 < P_0 \end{cases}, \quad (15)$$

где r_1 и r_2 – разностные величины $(U_{11} - U_{12})$ и $(U_{22} - U_{21})$; U_{ij} – элементы матрицы выигрышей; $U_{ij} = U(F_i, d_j); \dots, i, j = 1, 2$; $P_0 = r_2 / (r_1 + r_2)$; a и b – параметры аппроксимирующего бэта-распределения; J – отношение бэта-функции; \tilde{J} – дополнение J ; \bar{P}_1 – средняя для рассматриваемой территории вероятность осуществления явления F_1 [10].

В качестве конечного результата таких расчетов на рис. 3 изображены кривые, иллюстрирующие зависимость потенциального эффекта пространственной дифференциации технологических воздействий ΔU_1 от величины $P_{кр}$ при трех различных вариантах распределения P_1 и, следовательно, $P_{кр} = C/L$, где C

– затраты на защитные мероприятия, L – ущерб от неблагоприятной погоды, когда защитные мероприятия не проводятся.

Заключение

В заключение следует отметить, что:

· Пространственная вариабельность территории описывается в геостатистической форме путем задания закона (или отдельных характеристик) распределения агрометеорологического фактора.

· Геостатистическая оценка эффективности любого агротехнологического воздействия производится по критерию максимума среднего выигрыша или минимума средних потерь, и относится к области теории статистических решений.

· Установлено, что при альтернативной дифференциации решений по грациям в случае нормально распределенного варьирующего фактор устраняется и эффект составляет более чем 60% потерь.

· Методы дифференцированной стратегии планирование агротехнологических воздействий с учетом нормированной вариограммой в области сельского хозяйства являются новыми.

Литература

1. Демьянов, В. В. Геостатистика: Теория и практика / В.В. Демьянов, Е.А. Савелин : под ред. Р.В. Арутюняна – М.: Наука, 2010. – 327 с.

2. Глобус, А. М. Почвенно-гидрографическое обеспечение агроэкологических математических моделей / А.М. Глобус. – Л., 1987. – 427 с.

3. Дмитриева, Е. А. Об использовании теории случайных функций при изучении почвенного покрова / Е.А. Дмитриев, В.П. Сампсонова, В.А. Рожков // Вестник МГУ. Сер. биол., почвоведение. – 1974. – № 3. – С. 43–53.

4. Жуковский, Е. Е. Статистический анализ случайных процессов в приложении к агрофизике и агрометеорологии / Е.Е. Жуковский, Т.М. Кисилева, С.М. Мандельштам. – Л.: Гидрометеиздат, 1978. – 408 с.

5. Захарян, Ю. Г. Методика выделения технологических контуров полей в системах точного земледелия / Ю.Г. Захарян, И.Б. Усков // Физические химические и климатические факторы продуктивности полей. – СПб.: АФИ, 2007 – С. 295–305.

6. Захарян, Ю. Г. Перспективы использования геостатистических анализов в практике растениеводства / Ю.Г. Захарян, А.А. Комаров, А.Д. Кирсанов // Информация и Космос. – 2016. – № 1. – С. 92–99.

7. Кузякова, И. Ф. Метод геостатистики в почвенно-агрохимических исследованиях / И.Ф. Кузякова, В.А. Романенков, Я.В. Кузяков // Почвоведение. – 2001. – № 9. – С. 1132–1139.

8. Матерон, Ж. Основы прикладной геостатистики / Ж. Матерон. – М.: Мир, 1968. – 407 с.

9. Якушев, В. П. На пути к точному земледелию / В.П. Якушев. – СПб.: ПИЯФ РАН, 2004. – 458 с.

10. Якушев, В. П. Информационное обеспечение точного земледелия / В.П. Якушев, В.В. Якушев. – СПб.: ПИЯФ РАН, 2007. – 384 с.

11. Zakharian, J. Expedient spatial differentiation of technologies of precise agriculture according to productivity factor / J. Zakharian, A. Uskov // IAC2009Book of abstracts?. – Wageningen Academic Publishers the Netherlands, 2009. – P. 113.

12. Jsaaks, E. Applied Geostatistics / E. Jsaaks, R. Srivastava. – Oxford university Press, 1989. – P. 110–113.

13. Journal, A. G. Mining Geostatistics / A.G. Journal, Ch.J. Huijbergts. – London: Acad. Press, 1978. – P. 38–42.

14. Webster, R. Geostatistics for Environmental Scientists / R. Webster, M.A. Oliver. – Chichester: John Willey Sons, 2007. – 309 p.