

Обобщенная математическая модель сигналов с ППРЧ в базисах функций сплайн-характеров

Generalized Mathematical Model of Signals with FHSS in the Bases of the Spline-Character Functions

Тихонов / Tihonov S.

Сергей Сергеевич

(i.m.top.banana@gmail.com)

ФГКВОУ ВО «Военная академия связи

имени Маршала Советского Союза С. М. Буденного» МО РФ,

старший помощник начальника отделения.

г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: метод расширения спектра на основе ППРЧ – method of spectrum extension on the basis of FHSS; базисы функций сплайн-характеров – bases of spline-character functions; структурная скрытность сигналов – structural security of signals

Предлагаются результаты теоретических исследований по разработке сигналов в базисах функций сплайн-характеров при их передаче в режиме ППРЧ. Представлен аналитический аппарат по синтезу сигналов в указанных базисах с заданными свойствами. Обоснована структурная скрытность новых сигналов к системам мониторинга, использующим методы обработки сигналов в базисах дискретных экспоненциальных функций. Приводятся данные моделирования, подтверждающие правомерность теоретических заключений.

There are offered results of theoretical research on the development of signals in the bases of spline-characters functions when they are transmitted in the FHSS mode. The analytical apparatus for synthesis of signals in the specified bases with desired properties is presented. New signals structural secrecy from the monitoring systems using signal processing techniques in the bases of discrete exponential functions is proven. Simulation data confirming consistency of theoretical conclusions is presented.

Введение

Интерес к созданию систем передачи информации с шумоподобными сигналами обусловлен рядом преимуществ, которыми они обладают по сравнению с существующими системами связи. Именно поэтому данная тематика неоднократно рассматривалась в различных

аспектах, в том числе и на страницах данного журнала [1].

Одним из основных преимуществ таких систем является их структурная скрытность к системам мониторинга и устойчивость к подавлению [2]. Действительно, частотное расширение каналов связи при использовании шумоподобных сигналов снижает возможности традиционных узкополосных обнаружителей, широко используемых в средствах мониторинга КВ и УКВ диапазонов.

Кроме того, к достоинствам широкополосных систем следует отнести их достаточно слабую чувствительность к искажениям в условиях многолучевого распространения радиоволн, а также хорошую электромагнитную совместимость при одновременном использовании с узкополосными сигналами.

Согласно [2], основными базовыми методами расширения спектра сигналов, широко применяемых в современных системах радиосвязи (СРС), являются:

- метод непосредственной модуляции несущей псевдослучайной последовательностью (ПСП);
- метод псевдослучайной перестройки рабочей частоты (ППРЧ);
- метод линейной частотной модуляции.

Каждый из указанных методов имеет свои достоинства и недостатки, обусловившие их широкое применение в различных радиотехнических задачах. В настоящей статье будут рассмотрены вопросы совершенствования метода расширения спектра на основе режима с ППРЧ, предназначенного для повышения помехозащищенности радиолиний. В [3] для достижения данной цели предложено использовать помехоустойчивость самой сигнальной конструкции, что тоже является достаточно интересным решением. Однако метод ППРЧ существенно затрудняет эффективное применение средств радиоэлектронного подавления, что обеспечило ему широкое применение в военных СРС.

В общем случае метод ППРЧ обеспечивает расширение спектра за счет скачкообразного изменения несущей частоты в заданном диапазоне. Но при этом на

длительности поднесущего колебания, т.е. на длительности скачка, результирующий сигнал по своей сути является узкополосным колебанием. Следовательно, при вскрытии закона последовательной смены частот или при применении методов совместной частотно-временной обработки [4] для систем мониторинга открывается доступ к передаваемым сведениям.

В связи с этим необходима разработка мер по снижению структурной доступности к сигналам даже на длительности их существования в пределах каждой из поднесущих частот. Такой результат можно обеспечить, в частности, за счет формирования сигналов в базисах, отличных от традиционных [5]. Однако более продуктивным видится переход к синтезу сигналов в базисах функций сплайн-характеров (БФСХ), построенных на основе методов сплайн-алгебраического гармонического анализа (САГА) [6]. В этом случае открывается возможность обеспечения скрытности как на уровне передачи в целом, за счет применения режима с ППРЧ, так и в пределах каждой из поднесущих, в результате синтеза сигналов в базисах отличных от гармонических, на основе которых как раз и строятся системы мониторинга.

Определение и свойства базисов функций сплайн-характеров

Рассмотрим основные положения методов САГА, необходимых для дальнейшего формирования математической модели.

Пусть имеется пространство гладких функций – периодических сплайнов дефекта 1 [7]. Тогда любой сигнал $S^p(t)$ из этого пространства может быть построен из своего рода «кирпичиков» B -сплайнов p порядка $M^p(t)$ и заданной степени гладкости $p-1$:

$$S^p(t) = \frac{1}{N} \sum_k q_k M^p(t - t_k), \quad (1)$$

где q_k – некоторые коэффициенты, N – количество отсчетов сигнала.

Согласно [7] сплайн-функции обладают следующими важнейшими свойствами для синтеза моделей сигналов. Они достаточно легко реализуются методами ЦОС. Применение сплайнов обеспечивает минимальную среднеквадратическую ошибку при аппроксимации.

Более того, в [5] обосновано использование сплайнов в интересах сглаживания сигналов. Кроме того, сплайны обладают двойственной природой, являясь гладкими функциями с конечным носителем, они строятся по дискретным отсчетам, т.е. они объединяют в себе преимущества дискретного и непрерывного представления радиосигналов.

В общем случае многообразие дискретных форм представлений сигналов существенно шире классических экспоненциальных функций, которые в настоящее время широко используются при ЦОС радиосигналов

[6]. Но их использование обосновано только при наличии соответствующего методического аппарата. Поэтому рассмотрим преобразование Фурье (ПФ) в пространстве всех функций, заданных на абелевой группе H и принимающих значения в некотором кольце K , т.е. областью определения функций является группа H , областью значений – кольцо K . Это пространство обозначим через $L(H, K)$. Аналогами комплексных экспонент в $L(H, K)$ являются характеры $\chi(n, k)$ [6], образующие ортонормированный базис в пространстве $L(H, K)$.

Характеры $\chi(n, k)$, определенные на конечном отрезке, называются χ -функциями. В дальнейшем для общности будем использовать понятие характеры, а из контекста будет ясно, о каком случае (конечном или бесконечном) будет идти речь. Многообразие базисов $\chi(n, k)$ определяется многообразием групп H и колец K . Таким образом, можно классифицировать базисы, составленные из характеров конечных абелевых групп, по типу группы H и кольца K [8]. Именно поэтому про характеры $\chi(n, k)$ часто говорят, что они типа HK .

Таким образом с одной стороны, имеется большое многообразие базисов $\chi(n, k)$ имеющих дискретную природу, а с другой – существуют гладкие сплайн-функции. Следовательно, открывается возможность получения базисных функций, обладающих свойствами и сплайнов и характеров. Такое обобщение было сделано в [6], позволившее получить интересные теоретические результаты.

Действительно, если ввести пространство ${}_{L(H,K)}G_n^p$ периодических сплайнов и сформировать в этом пространстве сигнал ${}_{L(H,K)}S^p(t)$, то получим:

$$\begin{aligned} {}_{L(H,K)}S^p(t) &= \frac{1}{N} \sum_k {}_{L(H,K)}q_k M^p(t \ominus_{\mu} t_k) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_k M^p(t \ominus_{\mu} t_k) \sum_n \bar{\chi}(n, k) {}_{L(H,K)}F_n(q) = \\ &= \sum_n {}_{L(H,K)}F_n(q) \frac{1}{N} \sum_k \bar{\chi}(n, k) M^p(t \ominus_{\mu} t_k) = \\ &= \sum_n {}_{L(H,K)}\xi_n {}_{L(H,K)}m_n^p(t) = \sum_n {}_{L(H,K)}c_n {}_{L(H,K)}U_n^p(t) \end{aligned} \quad (2)$$

где ${}_{L(H,K)}m_n^p(t) = \frac{1}{N} \sum_k \bar{\chi}(n, k) M^p(t \ominus_{\mu} t_k)$, $\chi(n, k)$ – характеры группы H ; μ – модуль представления чисел; \ominus_{μ} – сдвиг по модулю μ ;

$$\begin{aligned} {}_{L(H,K)}\xi_n &= {}_{L(H,K)}F_n(z) / {}_{L(H,K)}u_n^p; \\ {}_{L(H,K)}F_n(q) &= \frac{1}{N} \sum_k \chi(n, k) {}_{L(H,K)}q_k; \\ {}_{L(H,K)}u_n^p &= {}_{L(H,K)}F_n(M^p) = \frac{1}{N} \sum_k \bar{\chi}(n, k) M^p(t_k); \\ t_k &= \left(\frac{p}{2} + k \right) / N; \end{aligned}$$

$$L_{(H,K)} c_n = L_{(H,K)} F_n(z);$$

$$L_{(H,K)} U_n^p(t) = \frac{L_{(H,K)} m_n^p(t)}{L_{(H,K)} u_n^p};$$

$M^p(t)$ – центрированный базисный B -сплайн, $\bar{\chi}(n, k)$ – комплексно-сопряженное $\chi(n, k)$.

Анализ выражения (2) показывает, что сигнал $L_{(H,K)} S^p(t)$ можно представить с использованием функций $L_{(H,K)} m_n^p(t)$ и $L_{(H,K)} U_n^p(t)$.

Рассмотрим некоторые свойства $L_{(H,K)} m_n^p(t)$, полученные в [6], представляющие интерес для проводимого исследования.

Свойство 1 (инвариантность относительно группового сдвига).

$$L_{(H,K)} m_n^p \left(t \ominus l / N \right) = \bar{\chi}(n, l) L_{(H,K)} m_n^p(t).$$

Свойство 2.

$L_{(H,K)} m_n^p(t)$ – N -периодические по отношению к N .

Свойство 3.

Справедливы выражения:

$$\int_0^1 L_{(H,K)} \overline{m_n^p(t)} L_{(H,K)} m_r^b(t) dt = \delta_{r L_{(H,K)} u_n^{p+b}},$$

$$\frac{1}{N} \sum_k L_{(H,K)} \overline{m_n^p(t_k)} L_{(H,K)} m_r^b(t_k) = \delta_{r L_{(H,K)} u_n^{p+b}}.$$

То есть, сплайны $L_{(H,K)} m_n^p(t)$ образуют ортогональный базис пространства $L_{(H,K)} G_n^p$.

Теорема 1.

Сплайны $L_{(H,K)} \lambda_n^p(t) = L_{(H,K)} m_n^p(t) / \sqrt{L_{(H,K)} u_n^{2p}}$ образуют ортонормированный базис пространства $L_{(H,K)} G_n^p$.

Базисные функции $L_{(H,K)} \lambda_n^p(t)$, $L_{(H,K)} m_n^p(t)$, $L_{(H,K)} U_n^p(t)$ в [6] определены как сплайн-характеры.

Математическая модель радиосигналов с ППРЧ в базисах функций сплайн-характеров

Для разработки математической модели радиосигналов в ППРЧ в БФСХ используем следующий подход.

Если в качестве модулируемого колебания используются $\sin(t)$ или $\cos(t)$, представляющие мнимую и реальную части экспоненциальной функции, то соответствующим образом можно использовать в качестве элементарных базисных функций и функции, сформированные в БФСХ.

Тогда аналитическая модель сигнала ППРЧ, в котором для передачи данных используется M частот в i -м интервале передачи $iT < t < (i+1)T$, в общем случае будет описываться следующим выражением:

$$s(t) = \sqrt{2P_s} \sin[2\pi(f_0 + a_i + f)t + \varphi_i], \quad (3)$$

где f_0 – несмещенная минимальная несущая частота; P_s – мощность сигнала; Δf – минимальный разнос по частоте между сигналами в M -ичной последовательности; a_i – значение i -го символа данных, где $1 \leq i \leq M$; φ_i – фаза i -го символа данных.

Тогда аналитическое выражение для сигналов с ППРЧ в БФСХ, если допустить, что $L_{(H,K)} \lambda_n^p(t)$ – манипулируемое колебание, может быть записано в следующем виде:

$$s(t) = \sqrt{2P_s} \tau_{L_{(H,K)}}^{(H,K)} \lambda_{n_0+a_i\Delta n}^p(t, \varphi_i(t)), \quad (4)$$

где $\tau_{L_{(H,K)}}^{(H,K)} \lambda_n^p(t, \varphi_i(t))$ – базисная функция из пространства $L_{(H,K)} G_n^p$ с номером n (физический смысл номера базисной функции – частота в БФСХ) и гладкостью p ; P_s – мощность сигнала; n_0 – минимальный номер базисной функции; Δn – минимальный разнос по номеру функции между сигналами в M -ичной последовательности; a_i – значение i -го символа данных, взятое из последовательности целых чисел $1, 2, \dots, M$; φ_i – фаза i -го символа данных.

Таким образом, заменив функцию синуса на базисную функцию из пространства сплайн-характеров, мы смогли получить модель сигнала ППРЧ, сформированного в БФСХ, т.е. сигнала, обладающего дополнительной структурной скрытностью на длительности каждой из его поднесущих частот.

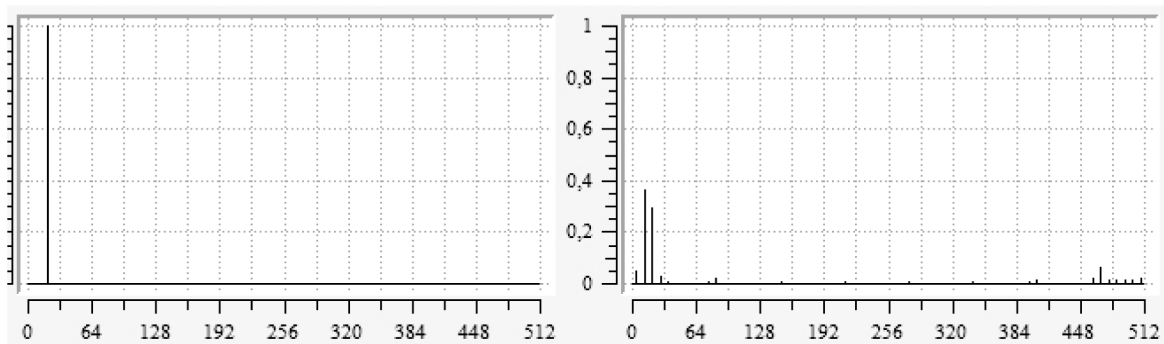


Рис. 1. Спектр посылки в БФСХ(слева) и ДЭФ (справа)

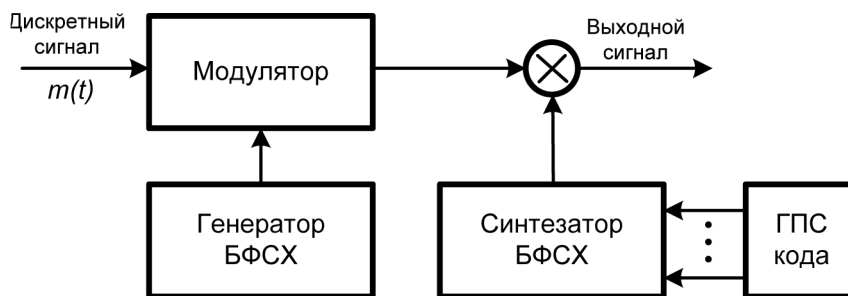


Рис. 2. Схема формирования сигнала ППРЧ в БФСХ

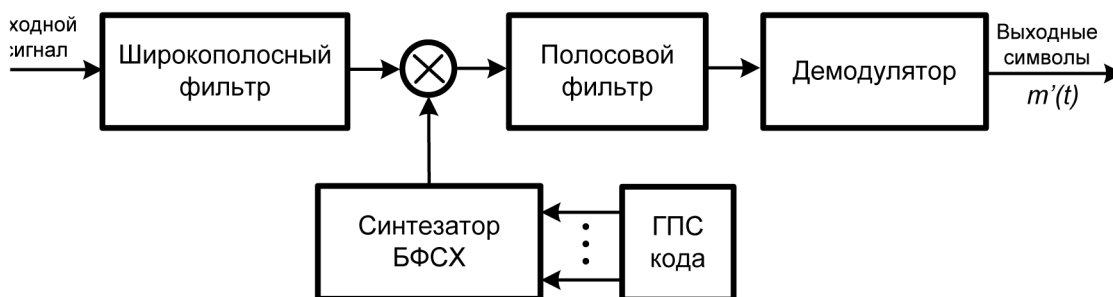


Рис. 3. Схема обработки сигнала ППРЧ в БФСХ

Результаты моделирования

В целях подтверждения правомерности теоретических результатов был проведен эксперимент. Так, на рис. 1 представлены спектры посылок на различных частотах сигнала с ППРЧ, сформированного в БФСХ.

Из анализа результатов, представленных на рис. 1, можно заключить, что спектр в базисе дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ) сигнала с ППРЧ, сформированного в БФСХ, занимает более широкую полосу. Причем ширина полосы зависит от номера функции. Однако при представлении данного сигнала в базисе БФСХ он получает совсем другую структуру, что позволяет утверждать о его структурной скрытности по отношению к его обработке в базисе ДЭФ.

Таким образом, обработка сигналов с ППРЧ, сформированных в БФСХ в базисах ДЭФ не позволит получить истинные значения несущей частоты, что существенно затруднит дальнейшее извлечение вложенной в него информации. Данный факт подтверждается и различием потребного оборудования для обработки таких сигналов.

Заключение

Таким образом, на основе аналитического исследования и компьютерного моделирования можно сделать следующие выводы.

Во-первых, сигналы, сформированные в БФСХ, при их обработке (представлении) в ДЭФ получают более широкий спектр, структура которого кардинально отличается от его представления в «родном» базисе. Указанное свойство существенно усложняет их обнаружение, прием и анализ несанкционированными системами мониторинга.

Во-вторых, число возможных БФСХ, определяющих конкретный вид аналитической модели сигнала, на порядки больше в сравнении с базисом ДЭФ. Это открывает широкие перспективы по структурному уплотнению радиоканалов, т.е. возможности совместной передачи нескольких источников сообщений в одной полосе частот.

Практическая реализуемость разработанных подходов подтверждается патентами [9, 10].

Представленные практические и теоретические указания на широкие возможности по разработке новых СРС военного назначения.

Литература

1. Биккенин, Р. Р. Оценка эффективности обработки шумоподобных сигналов с относительной фазовой модуляцией на удлиненном интервале в условиях наихудших помех / Р.Р. Биккенин, А.А. Андрюков // Информация и Космос. – 2015. – № 3. – С. 6–12.
2. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной пере-

стройки рабочей частоты / В.И. Борисов [и др.]. – Москва: Радио и связь, 2000. – 384 с.

3. Дворников, С. В. Теоретические положения повышения помехоустойчивости сигнально-кодовых конструкций квадратурных сигналов / С.В. Дворников [и др.] // Информация и Космос. – 2015. – № 3. – С. 13–16.

4. Дворников, С. В. Распределение Алексева и его применение в задачах частотно-временной обработки сигналов / С.В. Дворников, Т.Е. Алексева // Информация и Космос. – 2006. – № 3. – С. 9–20.

5. Агиевич, С. Н. Описание сигналов в базисах функций сплайн-Вилленкина–Кристенсона / С.Н. Агиевич, С.В. Дворников, А.С. Гусельников // Контроль. Диагностика. – 2009. – № 3. – С. 52–57.

6. Агиевич, С. Н. Теоретические основы сплайн-алгебраического гармонического анализа сигналов систем радиосвязи / С.Н. Агиевич // Информационные технологии. – 2012. – № 8. – С. 58–63.

7. Завьялов, Ю. С. Методы сплайн-функций / Ю.С. Завьялов, Б.И. Квасов, В.Л. Мирошниченко. – М.: Наука, 1980. – 352 с.

8. Вариченко, Л. В. Абстрактные алгебраические системы и цифровая обработка сигналов / Л.В. Вариченко, В.Г. Лабунец, М.А. Раков. – Киев: Наукова Думка, 1986. – 247 с.

9. Патент 2140099 Российская Федерация, МПК G06F 17/17. Сплайн-интерполятор / С.Н. Агиевич [и др.]; патентообладатель: Военная академия связи; заявл. 08.04.1998; опубл. 20.10.1999. – Бюл. № 31–2001.

10. Патент 2168759 Российская Федерация, МПК G06F 17/14. Способ (варианты) и устройство (варианты) оценивания несущей частоты / С.Н. Агиевич [и др.]; патентообладатель: Военный университет связи; заявл. 16.12.1999; опубл. 10.06.2001. – Бюл. № 11–2003.