Модель и методика многокритериального выбора с учетом неполной информации о предпочтениях ЛПР

Model and a technique of multi-criteria choice accounting for incomplete information on DMP preferences

Аношина / Anoshina S.
Светлана Владимировна
(anoshina.svetlana2014@yandex.com)
ФГАОУ ВПО «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики»,
аспирант.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: задача многокритериального выбора – multi-criteria choice problem; лицо, принимающее решение – decision making person; теория принятия решений – decision making theory; теория игр – game theory; принцип гарантированного результата – guaranteed result principle; линейное программирование – linear programming; оптимизация – optimization.

В данной статье впервые описана методика решения задачи многокритериального выбора, разработанная на основе метода минимакса, а также приведен краткий обзор наиболее популярных решений. В работе рассмотрен пример решения задачи с использованием описанной методики, который показывает, что разработанная методика может использоваться для класса задач выбора с преимущественным наличием частных критериев с бинарными значениями.

The article presents for the first time a solution of the problem of multi-criteria choice developed on the basis of minimax method; it describes the technique of such a solution of the problem of multi-criteria choice and also gives a short review of its other most popular solutions. The study gives an example of solving this problem with the use of the technique described that demonstrates its applicability to the class of choice problems with predominantly partial criteria of binary values.

Введение

Решение разнообразных практических задач проектирования и управления ставит сложную задачу выбора одного из вариантов, который будет считаться оптимальным. В частности, в информационной отрасли трудными являются следующие задачи:

1) выбор одного из типов (моделей) приобретаемого оборудования, которое будет в дальнейшем эксплуатироваться;

2) выбор оптимальных технических параметров функционирования на основании информации о потребностях пользователя и других данных;

3) выбор оптимальных организационно-экономических вариантов функционирования программного обеспечения.

Во всех вышеперечисленных задачах лицо, принимающее решение (далее в тексте ЛПР), сталкивается со многими трудностями, основной из которых является большое число характеристик каждого из возможных вариантов решения. Каждая из характеристик рассматривается ЛПР с разной степенью важности и относительной предпочтительности; при этом чаще всего более высокие характеристики возможного варианта достигаются его более высокой ценой. В подобной ситуации ЛПР стоит перед необходимостью поиска рационального варианта, то есть варианта, выбор которого (и соответствующий ему компромисс) может быть логически объяснен.

Идеальная ситуация с точки зрения решения данной проблемы – наличие варианта, превосходящего по характеристикам все остальные варианты. В этом случае задача выбора уже решена. Но в подавляющем большинстве случаев характеристики вариантов (и стоимостные, и технические) противоречивы – то есть, нет доминирующего варианта. Если ЛПР может оценить каждый вариант выбора скалярной величиной, то задача сравнения (выбора) решена – лучшим считается то, у которого значение этой оценки минимально (или максимально). Однако значение таких оценок само по себе сложно (так как модели оборудования оцениваются по нескольким критериям) и, что самое главное, спорно. Разные люди, выступающие в роли ЛПР, выберут различное оборудование, так как будут указывать свои субъективные предпочтения при принятии решения.

Принципиальным подходом к решению задачи выбора (и, в частности, в условиях многокритериальности) является построение на множестве допустимых вариантов бинарного отношения порядка. Выбор оптимального (рационального) варианта возможен в случае, когда данное бинарное отношение обладает определенными свойствами. Но, зачастую, ЛПР не может построить бинарное отношение, так как сложной задачей

само по себе является сравнение противоречивых по критериям качества вариантов. Важным аспектом в определенных задачах принятия решений является возможность указания со стороны ЛПР дополнительной качественной информации об относительной предпочтительности для некоторых пар допустимых вариантов выбора.

Краткий обзор популярных решений

Рассмотрим наиболее популярные подходы к решению задачи многокритериального выбора. Начать стоит с метода «попарного сравнения» и одной из его вариаций – метода анализа иерархий (МАИ). МАИ предполагает декомпозицию проблемы на все более простые составляющие части и обработку суждений ЛПР. В результате определяется относительная значимость исследуемых альтернатив для всех критериев, находящихся в иерархии. Относительная значимость выражается численно в виде векторов приоритетов. Полученные таким образом значения векторов являются оценками в шкале отношений и соответствуют так называемым жестким оценкам.

Можно выделить ряд модификаций МАИ, которые определяются характером связей между критериями и альтернативами, расположенными на самом нижнем уровне иерархии, а также методом сравнения альтернатив.

По характеру связей между критериями и альтернативами определяется два типа иерархий. К первому типу относятся те, у которых каждый критерий, имеющий связь с альтернативами, связан со всеми рассматриваемыми альтернативами (тип иерархий с одинаковым числом и функциональным составом альтернатив под критериями). Ко второму типу иерархий принадлежат те, у которых каждый критерий, имеющий связь с альтернативами, связан не со всеми рассматриваемыми альтернативами (тип иерархий с различным числом и функциональным составом альтернатив под критериями).

В МАИ имеется три метода сравнения альтернатив: попарное сравнение; сравнение альтернатив относительно стандартов и сравнение альтернатив копированием.

Этот метод, безусловно, хорош, но есть один наиболее существенный недостаток: для решения задачи с использованием МАИ необходимо упорядочить варианты с учетом предпочтений, а это задача отнюдь не тривиальная в большинстве случаев.

Далее хотелось бы обратить внимание на метод главного критерия. Основная идея метода заключается в оптимизации наиболее важного частного критерия при условии, что значения других частных критериев не хуже заданных пороговых значений.

Пусть среди n частных критериев можно выделить один критерий, который, как считает ЛПР, является намного предпочтительнее остальных (назовем его главным критерием). Тогда можно сформулировать принцип оптимальности, при котором лучшим вариантом считается вариант, обеспечивающий наилучшее значение главного критерия. При этом на остальные частные критерии накладываются дополнительные ограничения по принципу «не хуже».

Этот метод позволяет решить исходную задачу достаточно быстро и понятно. Но очевидны и недостатки этого метода.

Во-первых, все-таки выделение единственного главного критерия – это серьезное ограничение. Не во всех практических задачах это возможно и резонно. Во-вторых, возникает вопрос, как назначать пороговые значения Q_i^0. В книге [1] приводятся две теоремы, которые устанавливают правила назначения данных пороговых значений (там же приведены доказательства теорем).

Рассмотрим также метод лексикографического упорядочения. Данный метод является, в некотором смысле, развитием метода главного критерия. Метод лексикографического упорядочения решает проблему выбора в случае, когда в результате решения задачи выбора оптимальным получается не один вариант, а множество вариантов с одинаковым значением главного частного критерия.

То есть сначала используется первый частный критерий и лучшим считается то решение, для которого этот критерий максимален; если это максимальное значение достигается в обоих вариантах, то предпочтение отдается тому варианту, для которого значение второго критерия больше и так далее.

Метод лексикографического упорядочения предполагает решение последовательности задач минимизации относительно каждого частного критерия оптимальности.

Данный метод гарантирует эффективность полученного этим методом решения, но требует больших трудозатрат для множества альтернатив с большой мощностью и на выходе дает только один оптимальный вариант, в то время как часто требуется получить набор решений.

Пожалуй, можно сказать, что метод аддитивного обобщенного критерия является наиболее распространенным в прикладных задачах. Широкая распространенность определяется, с одной стороны, простотой и понятностью, с другой стороны – возможностями по учету дополнительной информации о предпочтениях.

Описание модели многокритериального выбора с учетом неполной информации о предпочтениях ЛПР

Основные ныне распространенные методы, которые были описаны ранее, не позволяют ЛПР вводить неполную качественную информацию и не учитывают информацию об отношениях между альтернативами. Предложенная модель основана на принципе гарантированного результата. Она позволяет:

1. Указывать отношения на множестве частных критериев, как в виде весовых коэффициентов важности, так и в виде бинарного отношения;

2. Учитывать априорные предпочтения ЛПР на множестве альтернатив в виде частичного порядка.

Исходными данными являются:

Множество альтернатив $x_i \in X, i = \overline{1, n}$;

Множество критериев $q_j \in Q, j = \overline{1, m}$;

Значения критериев q_{ij};

Предпочтения ЛПР на множестве частных критериев $q_k > q_l, k, l \subset (\overline{1,m})$;

Предпочтения ЛПР на множестве альтернатив $x_p > x_q, p, q \subset (\overline{1,n})$.

Предлагаемая модель основывается на принципах современной теории игр и применяемого там принципа гарантированного результата. В качестве основы модели можно применить модель антагонистических игр.

Пусть ЛПР сформулировало множество альтернатив, состоящее из m объектов. И решило, что будет их сравнивать по n критериям. Таким образом, мы имеем матрицу значений $Q=[q_{ij}]$, где q_{ij} – оценка i-го объекта по j-му критерию $q_{ij}=q_j(x_i)$.

В исходной задаче при известных $\vec{w}$ рассматриваем аддитивный обобщенный критерий оптимальности:

$$F(\vec{Q}(x_i),\vec{w})=\sum_{j=1}^{n} w_j q_j(x_i)=\sum_{j=1}^{n} w_j q_{ij} \qquad (1)$$

Полагаем, что $\vec{w}$ являются неконтролируемыми факторами, которые мы хотим определить. При этом мы хотим, чтобы значение обобщенного критерия оптимальности у каждого объекта было максимальным:

$$F(\vec{Q}(x_i),\vec{w}) \to \max \quad \forall i=(1,m). \qquad (2)$$

Применим логическую свертку:

$$\min_i F(\vec{Q}(x_i),w) \to \max \qquad (3)$$

Теперь мы можем воспользоваться дополнительной информацией в виде следующих ограничений:

1. ЛПР может задать условия частичного порядка на множестве критериев:

$$<w_i,w_j>_{el}, l=\overline{1,l} <=> w_i \geq w_j \qquad (4)$$

2. ЛПР может высказать свои предпочтения на множестве вариантов:

$$F(\vec{Q}(x_i),\vec{w}) \geq F(\vec{Q}(x_k),\vec{w}) : i > k \qquad (5)$$

Тогда задача принимает вид:

$$\begin{cases} V=\min\limits_{1\leq j\leq n} \sum\limits_{i=1}^{m} q_{ij}w_i = \min\left\{\sum\limits_{i=1}^{m} q_{i1}w_i;\ \sum\limits_{i=1}^{m} q_{i2}w_i;\ \dots;\ \sum\limits_{i=1} q_{in}w_i\right\}; \\ \max V; \\ \sum\limits_{i=1}^{m} q_{ij}w_i \geq V;\ j=\overline{1,n}; \\ \sum\limits_{i=1}^{m} w_i = 1; \\ w_i \geq w_0 \geq 0, i=\overline{1,m}; \\ w_i \geq w_j; \\ F(\vec{Q}(x_i),\vec{w}) \geq F(\vec{Q}(x_k),\vec{w}). \end{cases} \qquad (6)$$

Таким образом, преобразования качественной информации к математическому виду позволили получить задачу линейного программирования с некоторыми ограничениями на области допустимых значений весовых коэффициентов важности. Решить такую задачу можно различными известными способами (например, в Microsoft Excel или пакетом LP-Solve).

Очевидно, что чем более полную информацию о предпочтениях сформулирует ЛПР, тем более рациональное решение мы получим.

Предложенная модель решения многокритериальной задачи на основе принципа гарантированного результата разработана для одновременного учета дополнительной качественной информации как на множестве частных критериев, так и на множестве альтернатив. Это позволяет ЛПР рассматривать широкий спектр возможных решений и всесторонне анализировать исходную задачу с использованием его интуитивных качественных представлений об оценке и выборе. Этот подход отличается возможностью комбинированного использования дополнительной качественной информации о критериях и об альтернативах.

Методика решения задачи многокритериального выбора с учетом неполной информации о предпочтениях ЛПР

Воспользуемся разработанной моделью для решения задачи МКВ, например для выбора системы электронного документооборота. Внедрение системы электронного документооборота (СЭД) – это такой этап автоматизации работы предприятия, который предполагает интеграционные процессы на предприятии, а не автоматизацию конкретного направления его деятельности. Поэтому выбор СЭД важная и сложная задача.

Типовые требования при организации электронного документооборота и внедрении АСЭДД можно отнести к следующим типам:

1. Модель функциональных требований к управлению электронными документами.

2. Требования к офисной технике при организации электронного документооборота.

Помимо указанных типов требований должны соблюдаться следующие общие требования к функциональности АСЭДД: гибкость, распределенность, безопасность и другие.

Помимо функциональности, одним из важнейших качеств системы электронного документооборота является возможность ее быстрого внедрения. Быстроту внедрения можно обеспечить за счет наличия в комплекте поставки типовых регламентов по общим для всех организаций документам, а также средств изменения встроенных регламентов и их создания по специализированным документам.

Сформулируем задачу многокритериального выбора. Для этого первым пунктом определим множество альтернатив, воспользовавшись информацией с сайта Академии информационных систем. Из представленных вариантов выберем наиболее популярные и запишем их в таблицу по вертикали. Для примера было рассмотрено 12 АСЭДД, которые в таблице обозначены как $x_1,\ldots,x_{12}$.

Определим далее множество критериев и внесем их в таблицу. В обозначениях модели (6), критерии обозначаются q_j, а их оценки q_{ij}, где i – порядковый номер альтернативы из таблицы МКВ, а j – номер критерия.

Стоит отметить, что варианты и их критерии выбираются индивидуально для каждого ЛПР с учетом его требований.

Системы электронного документооборота обладают огромным количеством характеристик, разобраться в которых простому обывателю может быть достаточно сложно. Рассмотрим, к примеру, функциональные особенности, тогда можно выделить:

– интероперабельность (q_1);
– юзабилити (q_2);
– механизм согласования (q_3);
– верификация документов (q_4);
– многозадачность (q_5).

Для данной задачи таблица МКВ будет выглядеть следующим образом (таблица 1).

Данные характеристики являются достаточно емкими и сложными для анализа, поэтому имеет смысл каждую из них разбить на подкритерии. Таким образом, мы получаем 5 подзадач МКВ. Смысл каждой из них с учетом предпочтений ЛПР определить оптимальный вариант (либо множество оптимальных вариантов) с помощью описанной выше модели (6).

Итак, берем первую группу критериев (интероперабельность) и составляем таблицу МКВ для критериев, относящихся к этой группе: интеграция посредством API и XML, использование различных СУБД

Таблица 1

Задача МКВ

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
x_1	q_{11}	q_{12}	q_{13}	q_{14}	q_{15}
x_2	q_{21}	q_{22}	q_{23}	q_{24}	q_{25}
x_3	q_{31}	q_{32}	q_{33}	q_{34}	q_{35}
x_4	q_{41}	q_{42}	q_{43}	q_{44}	q_{45}
x_5	q_{51}	q_{52}	q_{53}	q_{54}	q_{55}
x_6	q_{61}	q_{62}	q_{63}	q_{64}	q_{65}
x_7	q_{71}	q_{72}	q_{73}	q_{74}	q_{75}
x_8	q_{81}	q_{82}	q_{83}	q_{84}	q_{85}
x_9	q_{91}	q_{92}	q_{93}	q_{94}	q_{95}
x_{10}	$q_{10\ 1}$	$q_{10\ 2}$	$q_{10\ 3}$	$q_{10\ 4}$	$q_{10\ 5}$
x_{11}	$q_{11\ 1}$	$q_{11\ 2}$	$q_{11\ 3}$	$q_{11\ 4}$	$q_{11\ 5}$
x_{12}	$q_{12\ 1}$	$q_{12\ 2}$	$q_{12\ 3}$	$q_{12\ 4}$	$q_{12\ 5}$

Таблица 2

Интероперабельность

	Интеграция		СУБД			Кросс-платформенность		
	API	XML	Oracle	MS SQL	MySQL	Windows	*NIX	MacOS
x_1	+	+	+	+	+	+	+	+
x_2	+	+	+	+	+	+	+	+
x_3	+	+	-	+	-	+	-	-
x_4	+	-	-	-	-	+	-	-
x_5	-	-	+	-	-	+	-	-
x_6	+	-	+	+	+	+	-	-
x_7	+	-	-	+	-	+	-	-
x_8	+	+	+	+	+	+	+	+
x_9	+	+	+	+	-	+	-	-
x_{10}	+	+	+	+	+	+	+	-
x_{11}	+	+	+	+	+	+	+	+
x_{12}	+	+	-	+	-	+	-	-

Таблица 2.1

Модификация таблицы 2

Название	Интеграция		СУБД			Кросс-платформенность		
	API	XML	Oracle	MS SQL	MySQL	Windows	*NIX	MacOS
x_1	1	1	1	1	1	1	1	1
x_2	1	1	1	1	1	1	1	1
x_3	1	1	0	1	0	1	0	0
x_4	1	0	0	0	0	1	0	0
x_5	0	0	1	0	0	1	0	0
x_6	1	0	1	1	1	1	0	0
x_7	1	0	0	1	0	1	0	0
x_8	1	1	1	1	1	1	1	1
x_9	1	1	1	1	0	1	0	0
x_{10}	1	1	1	1	1	1	1	0
x_{11}	1	1	1	1	1	1	1	1
x_{12}	1	1	0	1	0	1	0	0

(Oracle, MS SQL, MySQL), кросс-платформенность. Характеристики систем носят в основном бинарный характер (то есть, они определяют обладает системы тем или иным свойством или нет), поэтому таблица выглядит следующим образом (таблица 2).

Преобразуем характеристики типа «да/нет» в количественные характеристики, а именно, бинарные. Получим таблицу 2.1. Очевидно, здесь есть 4 лидера – это те системы электронного документооборота, которые по данной группе критериев имеют наивысшие оценки (все единицы).

Добавим к исходной задаче некоторые предпочтений ЛПР: пусть первый критерий важнее второго, третий важнее четвертого и пятого, шестой важнее седьмого и восьмого. Далее необходимо составить целевые функции для каждого из вариантов. Целевая функция имеет вид

$$\sum_{i=1}^{8} q_{ij} w_i,$$

где 8 соответствует количеству критериев в данной подзадаче МКВ. Строки 4 – 15 на рисунке 1а иллюстрируют целевые функции для каждой из альтернатив. Строка 2 означает, что задача решается на максимум, строки 16–27 описывают условие $\min_{1 \le j \le n} \sum_{i=1}^{m} q_{ij} w_i$ модели (6), строки 28–35 задают пороговые значения для весовых коэффициентов важности $w_i \ge w_0 \ge 0, i=\overline{1,m}$, 36-я отвечает за условие $\sum_{i=1}^{m} w_i = 1$, а строки 37–41 отображают введенные нами предпочтения ЛПР. Таким образом, получили задачу линейного программирования, которую можно решить любым известным способом, например с помощью пакета LP-Solve (скриншоты на рис.1).

Программа рассчитывает не только значения весовых коэффициентов важности для нашей задачи, но и значения целевых функций (рис. 1б). Из полученных результатов видно, что оптимальными вариантами по данной группе критериев являются сразу 4 альтернативы (x_1, x_2, x_8, x_{11}), которые имеют наилучшие показатели в системе «оценка критерия – весовой коэффициент важности». Остальные варианты упорядочены по убыванию.

Далее приведены примеры решения для других групп критериев. На рисунке 2а представлено решение для юзабилити. К этой группе относится эргономичность интерфейса (q_1), наличие Web интерфейса (q_2), работа Offline (q_3) и работа с папками (q_4). Предполагалось, что наличие Web интерфейса важнее эрго-

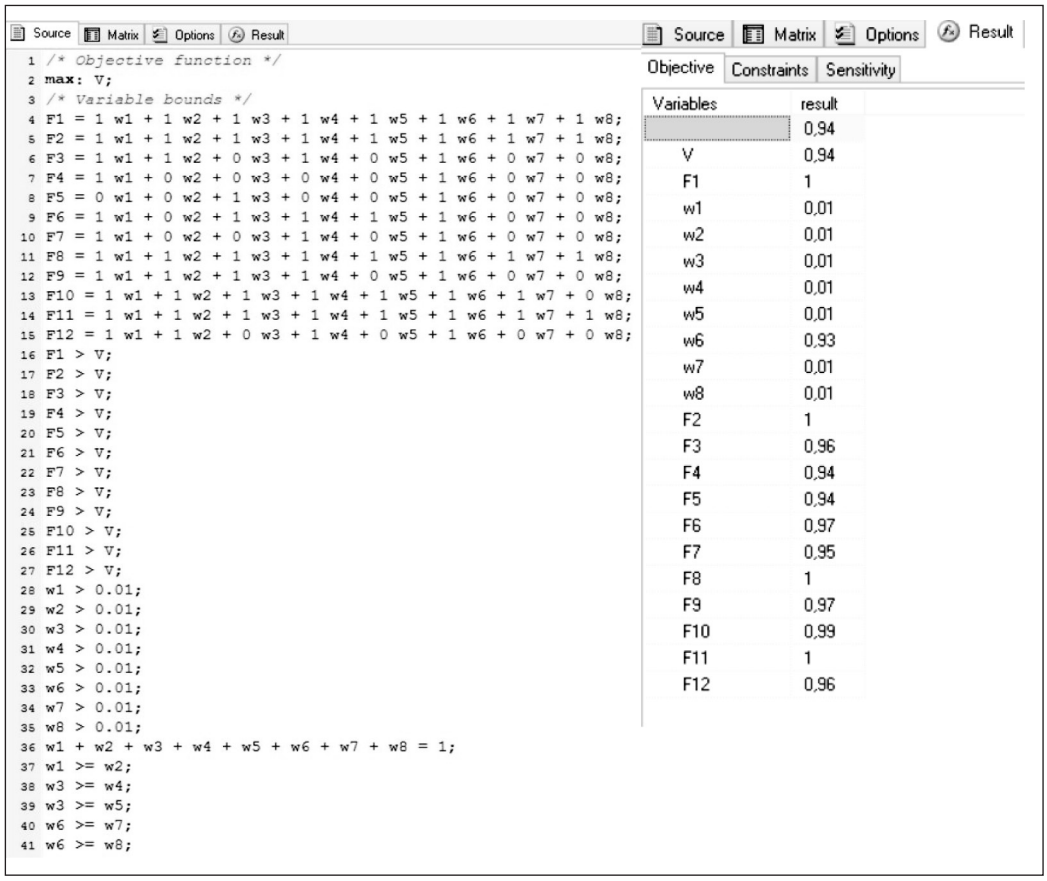

Рис. 1. (1а – представление качественной информации в виде неравенств для решения в пакете LP-Solve, 1б – решение задачи, описанной в таблице 1.1)

Source | Matrix | Options | Result

```
1 max: V;
2 F1 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 0 w4;
3 F2 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 0 w4;
4 F3 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 1 w4;
5 F4 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 0 w4;
6 F5 = 1 w1 + 0 w2 + 0 w3 + 0 w4;
7 F6 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 0 w4;
8 F7 = 1 w1 + 1 w2 + 1 w3 + 1 w4;
9 F8 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 0 w4;
10 F9 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 0 w4;
11 F10 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 0 w4;
12 F11 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 1 w4;
13 F12 = 1 w1 + 1 w2 + 1 w3 + 0 w4;
14 F1 > V;
15 F2 > V;
16 F3 > V;
17 F4 > V;
18 F5 > V;
19 F6 > V;
20 F7 > V;
21 F8 > V;
22 F9 > V;
23 F10 > V;
24 F11 > V;
25 F12 > V;
26 w1 > 0.01;
27 w2 > 0.01;
28 w3 > 0.01;
29 w4 > 0.01;
30 w1 + w2 + w3 + w4 = 1;
31 w2 >= w1;
32 w3 >= w4;
33 w3 >= w1;
34 w3 >= w2
```

Source | Matrix | Options | Result

Objective | Constraints | Sensitivity

Variables	result
	0,33
V	0,33
F1	0,66
w1	0,33
w2	0,33
w3	0,33
w4	0,01
F2	0,66
F3	0,67
F4	0,66
F5	0,33
F6	0,66
F7	1
F8	0,66
F9	0,66
F10	0,66
F11	0,67
F12	0,99

Рис. 2. Решение задачи для группы критериев, относящихся к юзабилити

Source | Matrix | Options | Result

```
1 max: V;
2 F1 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 1 w4 + 1 w5 + 1 w6;
3 F2 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 1 w4 + 1 w5 + 1 w6;
4 F3 = 1 w1 + 0 w2 + 1 w3 + 1 w4 + 1 w5 + 1 w6;
5 F4 = 1 w1 + 0 w2 + 0 w3 + 1 w4 + 1 w5 + 1 w6;
6 F5 = 0 w1 + 0 w2 + 0 w3 + 0 w4 + 0 w5 + 0 w6;
7 F6 = 1 w1 + 0 w2 + 0 w3 + 1 w4 + 0 w5 + 1 w6;
8 F7 = 1 w1 + 0 w2 + 1 w3 + 1 w4 + 0 w5 + 0 w6;
9 F8 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 1 w4 + 1 w5 + 1 w6;
10 F9 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 1 w4 + 1 w5 + 1 w6;
11 F10 = 1 w1 + 0 w2 + 0 w3 + 1 w4 + 0 w5 + 0 w6;
12 F11 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 0 w4 + 1 w5 + 0 w6;
13 F12 = 1 w1 + 0 w2 + 0 w3 + 1 w4 + 1 w5 + 1 w6;
14 F1 > V;
15 F2 > V;
16 F3 > V;
17 F4 > V;
18 F5 > V;
19 F6 > V;
20 F7 > V;
21 F8 > V;
22 F9 > V;
23 F10 > V;
24 F11 > V;
25 F12 > V;
26 w1 > 0.01;
27 w2 > 0.01;
28 w3 > 0.01;
29 w4 > 0.01;
30 w5 > 0.01;
31 w6 > 0.01;
32 w1 + w2 + w3 + w4 + w5 + w6 = 1;
33 w2 >= w1;
34 w3 >= w4;
```

Source | Matrix | Options | Result

Objective | Constraints | Sensitivity

Variables	result
	0
V	0
F1	0,05
w1	0,01
w2	0,01
w3	0,95
w4	0,01
w5	0,01
w6	0,01
F2	0,05
F3	0,99
F4	0,04
F5	0
F6	0,03
F7	0,97
F8	0,05
F9	0,05
F10	0,02
F11	0,03
F12	0,04
w7	0,01
w8	0,01

Рис. 3. Решение задачи для группы критериев, характеризующих механизм согласования

Source | Matrix | Options | Result

```
max: V;
F1 = 1 w1 + 1 w2 + 1 w3 + 0 w4 + 0 w5 + 1 w6 + 1 w7;
F2 = 1 w1 + 1 w2 + 1 w3 + 0 w4 + 0 w5 + 1 w6 + 1 w7;
F3 = 1 w1 + 1 w2 + 1 w3 + 0 w4 + 0 w5 + 1 w6 + 1 w7;
F4 = 1 w1 + 1 w2 + 1 w3 + 1 w4 + 1 w5 + 1 w6 + 1 w7;
F5 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 1 w4 + 0 w5 + 1 w6 + 1 w7;
F6 = 1 w1 + 1 w2 + 1 w3 + 1 w4 + 1 w5 + 1 w6 + 1 w7;
F7 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 0 w4 + 0 w5 + 1 w6 + 1 w7;
F8 = 1 w1 + 1 w2 + 1 w3 + 0 w4 + 0 w5 + 1 w6 + 1 w7;
F9 = 1 w1 + 1 w2 + 1 w3 + 1 w4 + 1 w5 + 1 w6 + 1 w7;
F10 = 1 w1 + 1 w2 + 1 w3 + 0 w4 + 0 w5 + 1 w6 + 1 w7;
F11 = 1 w1 + 1 w2 + 1 w3 + 0 w4 + 0 w5 + 1 w6 + 1 w7;
F12 = 1 w1 + 1 w2 + 1 w3 + 1 w4 + 1 w5 + 1 w6 + 1 w7;
F1 > V;
F2 > V;
F3 > V;
F4 > V;
F5 > V;
F6 > V;
F7 > V;
F8 > V;
F9 > V;
F10 > V;
F11 > V;
F12 > V;
w1 > 0.01;
w2 > 0.01;
w3 > 0.01;
w4 > 0.01;
w5 > 0.01;
w6 > 0.01;
w7 > 0.01;
w1 + w2 + w3 + w4 + w5 + w6 + w7= 1;
w7 >= w6;
w1 >= w4;
w1 >= w5;
w2 >= w3;
```

Source | Matrix | Options | Result

Objective | Constraints | Sensitivity

Variables	result
	0,97
V	0,97
F1	0,98
w1	0,01
w2	0,94
w3	0,01
w4	0,01
w5	0,01
w6	0,01
w7	0,01
F2	0,98
F3	0,98
F4	1
F5	0,98
F6	1
F7	0,97
F8	0,98
F9	1
F10	0,98
F11	0,98
F12	1

Рис. 4. Решение задачи для группы критериев, отвечающих за верификацию документов

Source | Matrix | Options | Result

```
/* Objective function */
max: V;
/* Variable bounds */
F1 = 1 w1 + 0 w2 + 0 w3 + 1 w4 + 0 w5;
F2 = 1 w1 + 1 w2 + 1 w3 + 1 w4 + 0 w5;
F3 = 1 w1 + 1 w2 + 1 w3 + 1 w4 + 1 w5;
F4 = 1 w1 + 1 w2 + 1 w3 + 1 w4 + 0 w5;
F5 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 0 w4 + 0 w5;
F6 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 1 w4 + 1 w5;
F7 = 0 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 1 w4 + 0 w5;
F8 = 1 w1 + 1 w2 + 1 w3 + 1 w4 + 0 w5;
F9 = 0 w1 + 0 w2 + 0 w3 + 1 w4 + 0 w5;
F10 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 1 w4 + 0 w5;
F11 = 1 w1 + 1 w2 + 0 w3 + 1 w4 + 1 w5;
F12 = 0 w1 + 0 w2 + 0 w3 + 1 w4 + 0 w5;
F1 > V;
F2 > V;
F3 > V;
F4 > V;
F5 > V;
F6 > V;
F7 > V;
F8 > V;
F9 > V;
F10 > V;
F11 > V;
F12 > V;
w1 > 0.01;
w2 > 0.01;
w3 > 0.01;
w4 > 0.01;
w5 > 0.01;
w1 + w2 + w3 + w4 + w5= 1;
w1 >= w2;
w3 >= w4;
w3 >= w5;
w1 >= w4;
```

Source | Matrix | Options | Result

Objective | Constraints | Sensitivity

Variables	result
	0,326...
V	0,326...
F1	0,653...
w1	0,326...
w2	0,01
w3	0,326...
w4	0,326...
w5	0,01
F2	0,99
F3	1
F4	0,99
F5	0,336...
F6	0,673...
F7	0,336...
F8	0,99
F9	0,326...
F10	0,663...
F11	0,673...
F12	0,326...

Рис. 5. Решение задачи для группы критериев, характеризующих многозадачность

Название	Интероперабельность	Юзабилити	Механизм согласования	Верификация документов	Многозадочность
x_1	1	0.66	0.05	0.98	0.65
x_2	1	0.66	0.05	0.98	0.99
x_3	0.96	0.67	0.99	0.98	1
x_4	0.94	0.66	0.04	1	0.99
x_5	0.94	0.33	0	0.98	0.34
x_6	0.97	0.66	0.03	1	0.67
x_7	0.95	1	0.97	0.97	0.34
x_8	1	0.66	0.05	0.98	0.99
x_9	0.97	0.66	0.05	1	0.33
x_{10}	0.99	0.66	0.02	0.98	0.66
x_{11}	1	0.67	0.03	0.98	0.67
x_{12}	0.96	0.99	0.04	1	0.33

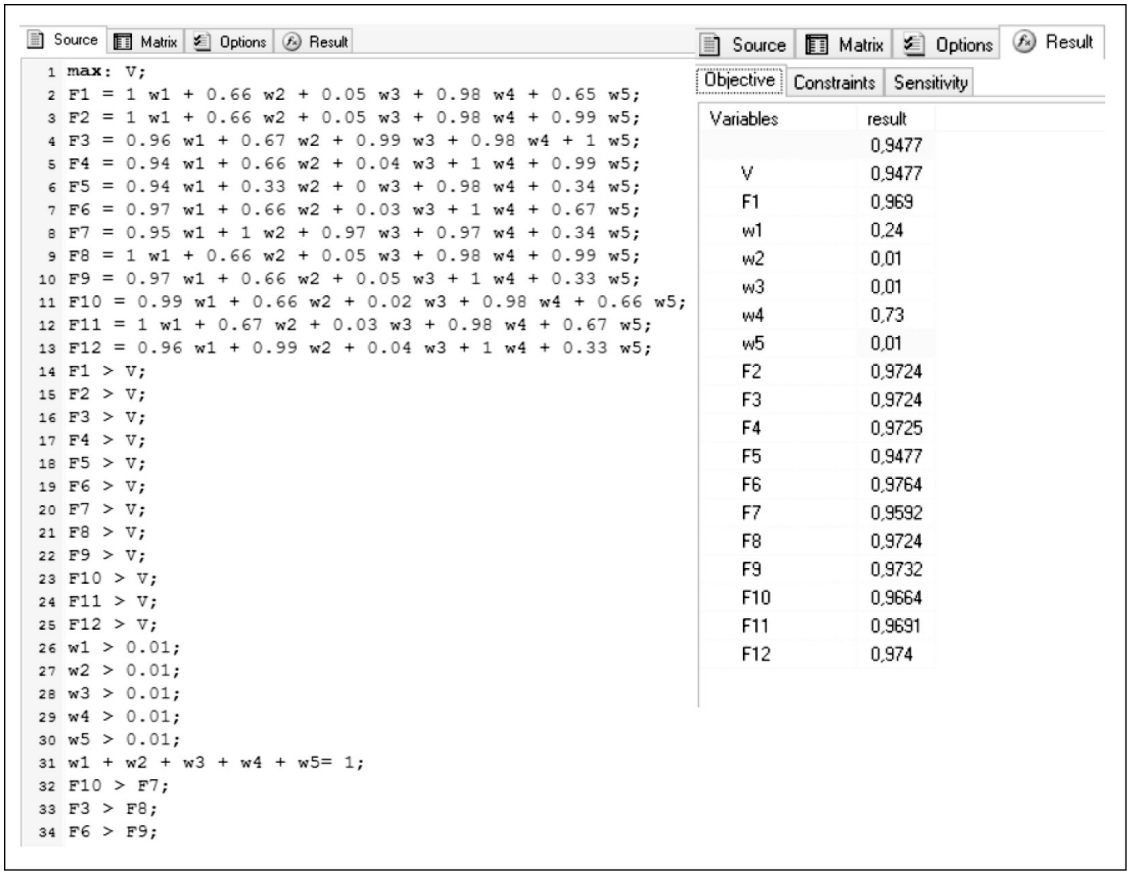

Рис. 6. Решение задачи по пяти группам критериев

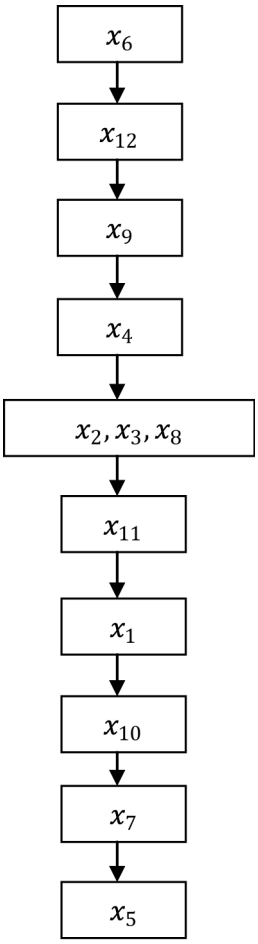

Рис. 7. Решение задачи МКВ по всем группам критериев

номики, а режим работы offline приоритетнее всех остальных критериев. Решения этой задачи представлено на рисунке 2.

Далее рассматривалась группа, характеризующая механизм согласования: уведомления на почту (q_1) и мгновенные сообщения (q_2), согласование по почте (q_3), визуализация согласования (процесса (q_4) и результата(q_5)), графический редактор бизнес-процессов (q_6), работа с ЭЦП (q_7). Пусть второй критерий важнее первого, а третий – четвертого. Результат решения поставленной задачи представлен на рисунке 3.

На рисунке 4 представлен результат решения задачи для группы критериев, отвечающих за верификацию документов: поиск (q_1), гибридное хранение (как в БД (q_2), так и на файловом сервере (q_3)), сканирование документов (обычное (q_4) и поточное (q_5)), синхронизация (репликация (q_6), распределенная работа (q_7)). Считалось, что седьмой критерий важнее шестого, первый – четвертого и пятого, а второй важнее третьего.

И наконец, группа критериев, характеризующих многозадачность: отчеты (q_1) и задачи (q_2), генерация по шаблону (q_3) и пакетное формирование (q_4), версионность (q_5) и сравнение нескольких версий (q_6). Составим следующую таблицу. Пусть первый критерий важнее второго, а третий важнее четвертого и пятого, и первый важнее четвертого.

Таким образом, мы получили оценки каждого варианта по всем пяти группам критериев с учетом предпочтений ЛПР на множестве критериев. Теперь мы можем работать с этими данными. Пронормируем их и составим сводную таблицу.

Убедимся, что среди вариантов нет доминирующего. Зададим некоторые предпочтения на множестве вариантов. Пусть x_{10} предпочтительнее x_7, $x_3 - x_8$, а $x_6 - x_9$. Про другие системы электронного документооборота, предположим, ничего не сказано.

Рассчитаем следующие значения для весовых коэффициентов важности: w_1=0.24,w_2=0.01,w_3=0.0, w_4=0.73,w_5=0.01. А результат решения задачи представлен на рисунке 6.

Таким образом, варианты расположились в следующем порядке (рисунок 7).

Описанная методика может использоваться для класса задач выбора с преимущественным наличием частных критериев с бинарными значениями. Показано, что применение данной методики позволяет

ЛПР получить разнообразие возможных решений при наличии разных типов дополнительной качественной информации. Применение данной методики позволяет учесть специфику бинарности значений в отличие от других широко распространенных методов решения задач многокритериального выбора.

Таким образом, методика решения задачи многокритериального выбора содержит следующие процедуры.

1. Определение множества альтернатив.
2. Определение множества критериев.
3. Оценка каждого из критериев.
4. Преобразование оценки к единичному интервалу.
5. Составление таблицы многокритериального выбора.
6. Сбор информации о предпочтениях ЛПР.
7. Составление целевой функции для каждой альтернативы.
8. Расчет весовых коэффициентов важности с использованием разработанной математической модели.
9. Расчет оценки каждого варианта (целевой функции).
10. Опредение оптимального решения или набора оптимальных решений.

В данной статье описана методика решения задачи многокритериального выбора, разработанная на основе метода минимакса. Ее суть заключается в том, что она позволяет учесть дополнительную информацию от ЛПР об относительной предпочтительности для некоторых пар вариантов из множества допустимых решений. Эта методика отличается от других возможностью для ЛПР формулирования частичного порядка.

Литература

1. Батищев, Д. И. Многокритериальные задачи с учетом индивидуальных предпочтений / Д.И. Батищев, Д.Е. Шапошников // Н.Новгород.: Изд-во ИПФ РАН, 1994. – С. 18–79.

2. Борисов, А. Н. Диалоговые системы принятия решений на базе мини-ЭВМ / А.Н. Борисов., Э.Р. Виллюмс, Л.Я. Сукур. – Рига: Зинатне, 1986. – 195 с.

3. Вентцель, Е. С. Исследование операций / Е.С. Вентцель. – М.: Советское радио, 1972. – 407 с.

4. Козлов, В. Н. Системный анализ и принятие решений / В.Н. Козлов. – СПб.: Изд-во политехн. ун-та, 2009. – 223 с.

5. Ларичев, О. И. Вербальный анализ решений / О.И. Ларичев ; отв. ред. А.Б. Петровский. – М.: Наука, 2006. – 181 с.

6. Подиновский, В. В. О задаче выбора нескольких лучших объектов при неполной информации о предпочтениях / В.В. Подиновский // Информационные технологии моделирования и управления. – 2008. – № 1 (44). – С. 61–66.

7. Подиновский, В. В. Развитие теории и разработка методов множественного выбора при неполной информации о предпочтениях / В.В. Подиновский // Материалы XXXV Международной конференции «Информационные технологии в науке, образовании, телекоммуникации и бизнесе» (1–9 октября 2008 г., Гурзуф, Украина). – Приложение к журналу «Открытое образование». – 2008. – С. 37–39.