Геоинформационная модель управления кислотностью среды

Geoinformation model of environmental acidity control

Якушев / Yakushev V.
Виктор Петрович
(vyakushev@agrophys.ru)
академик РАН,
доктор сельскохозяйственных наук, профессор.
ФГБНУ «Агрофизический научно-исследовательский институт» (ФГБНУ АФИ),
директор.
г. Санкт-Петербург

Карелин / Karelin V.
Владимир Витальевич
(vlkarelin@mail.ru)
кандидат физико-математических наук, доцент.
ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный университет» (СПбГУ),
доцент,
г. Санкт-Петербург

Буре / Bure V.
Владимир Мансурович
(vlb310154@gmail.com)
доктор технических наук, доцент.
ФГБНУ АФИ, ведущий научный сотрудник,
СПбГУ, профессор кафедры математической теории игр и статистических решений.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: известкование почв – soil liming; кислотность среды – soil acidity; управление при наличии случайных возмущений – control in the presence of random disturbances; байесовский подход – bayesian approach.

В статье предложена геоинформационная модель для определения доз некоторого мелиоранта с целью стабилизации кислотности среды на сельскохозяйственном поле на основе применения методов оптимального управления при наличии случайных возмущений, при этом динамика кислотности описывается стохастическим разностным уравнением.

This paper proposes a geoinformational model to determine doses of some meliorant to stabilize the acidity in the agricultural field through the application of optimal control methods in the presence of random disturbances, the dynamics of acidity described by a stochastic difference equation.

Кислотность почвы определяется значением показателя pH, при этом $pH = 6{,}3–6{,}5$ считается эталонным [1, 2]. На почвах с $pH = 6{,}3–6{,}5$ поступление радионуклидов и тяжелых металлов в растения снижается в 3–8 раз, а также в несколько раз уменьшается их миграция в грунтовые воды [2]. Кроме того, на почвах с эталонным значением показателя pH существенно повышается продуктивность растений. Без поддерживающего известкования кислотность почв увеличивается во времени (снижается уровень показателя pH), происходит деградация почв. Представляется возможным в качестве некоторого приближения описывать динамику снижения показателя pH стохастическим линейным разностным уравнением первого порядка. Будем предполагать, что оптимальное значение кислотности K для данного поля выбрано с учетом высеваемой сельскохозяйственной культуры. Поле разбито на небольшие однородные участки одинаковой площади (элементарные), внутри элементарного участка показатель pH одинаков, но между элементарными участками имеется некоторая вариабельность [3]. Индивидуальную изменчивость во времени кислотности элементарных участков будем моделировать введением случайной компоненты. Задача заключается в определении оптимальной поддерживающей дозы некоторого заранее выбранного мелиоранта, периодически вносимого в почву с целью обеспечения стабильно высокого уровня показателя pH. При этом периодичность внесения может быть равна полугоду.

Геоинформационная модель

Пусть y – уровень pH в почве некоторого конкретного поля. Пусть K – выбранный эталонный уровень pH для данного поля с учетом сельскохозяйственных культур, которые будут засеяны на этом поле. Обозначим, $x = K–y$, величина x представляет собой отклонение уровня pH, от желаемого уровня. Будем считать, что отклонение с течением времени возрастает, то есть уровень *pH* в среднем снижается, время меняется дискретно и один шаг по времени представляет собой полгода. Опишем динамику для конкретного поля стохастическим разностным уравнением с управлением в правой части

$$x_{t+1} = (1-\alpha)x_t - \beta u_t + \varepsilon_t \qquad (1)$$

где $\alpha > 0$, β – неизвестные параметры, индивидуальные для каждого поля; ε_t – последовательность случайных величин, представляющая собой гауссов белый шум, со среднеквадратическим отклонением σ и с нулевым математическим ожиданием; u_t – управление в момент времени t, представляющее собой дозу некоторого вносимого мелиоранта.

Обозначим через $\theta = (\alpha, \beta)$ – вектор неизвестных параметров системы (1). В работе применяется байесовский подход, при котором для неизвестного параметра θ вводится некоторое распределение, называемое априорным распределением. При этом будем проводить дискретизацию области задания неизвестных параметров, задавая конечную сетку, узлы которой будут рассматриваться в качестве возможных значений неизвестных параметров. В статье обсуждаются результаты имитационного моделирования работы алгоритма управления в двух вариантах. В первом варианте предполагается, что неизвестные истинные значения параметров совпадают с одним из узлов сетки (вариант 1), во втором варианте рассматривается противоположный случай (вариант 2), когда истинные значения неизвестных параметров не совпадают ни с одним из узлов. Применение геоинформационного моделирования предполагает создание в будущем геоинформационной базы данных, содержащей типичные значения параметров $\theta = (\alpha, \beta)$, характерные для разных регионов и различных сельскохозяйственных культур.

В качестве критерия оптимизации (минимизации) будем использовать следующий функционал:

$$J = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} E\left(x_t\right)^2$$

Результаты и обсуждение

Далее будут рассмотрены результаты имитационного моделирования работы алгоритма, предложенного нами в [5]. Результаты исследования сведены в две таблицы (таблицы 1 и 2).

В качестве начальных данных было взято значение: $x = 2$. Введем дискретизацию множества неизвестных параметров, то есть зададим конечную сетку: (1, −2), (1.25, −1.75), (1.5, −1.5), (1.75, −1.25), (2, −1), (2.25, −0.75), (2.5, −0.75), (2.75, −0.25), (3, 0). В качестве значений неизвестных параметров в первом варианте исследования выберем значения $\alpha = 1.5$ и $\beta = -1.5$, то есть точку (1.5, −1.5). Во втором варианте в качестве значений неизвестных параметров выбираются последовательно разные точки: (1, −2.25), (1, −1.4), (1.7, −1.4). Ни одна из них не входит в сетку. В первом варианте исследования расчеты проводились для: $\sigma = 0.25$, $\sigma = 0.35$, $\sigma = 0.45$. Для каждого из выбранных значений моделировалось не менее 30 испытаний. Во втором варианте вычислительных экспериментов рассматривалось только значение $\sigma = 0.35$, было проведено 30 испытаний. Во всех экспериментах вычислялись абсолютные величины отклонений на третьем и четвертом шагах по формуле (1). Кроме того, определялись вероятности истинных значений параметров на третьем и четвертом шагах (на третьей и четвертой итерациях) в первом варианте и максимальные вероятности на третьем и четвертом шагах во втором варианте. Оптимальное управление для выбранного критерия оптимальности с использованием обратной связи имеет вид [4, 5]:

$$u_t = \frac{\sum_{j=1}^{9}\left(1+\alpha_j\right)\beta_j v_t^{(j)}}{\sum_{j=1}^{9}\beta_j^2 v_t^{(j)}} x_t$$

$$v_{t+1}^{(j)} = v_t^{(j)} \frac{\varphi\left(x_{t+1} - (1+\alpha_j)x_t - \beta_j u_t\right)}{\sum_{i=1}^{9}\varphi\left(x_{t+1} - (1+\alpha_i)x_t - \beta_i u_t\right) v_t^{(i)}},$$

при $\quad v_0^{(j)} = \dfrac{1}{9}$

где в качестве начального распределения было взято равномерное распределение на сетке, функция $\varphi(z)$ во втором выражении является плотностью нормального распределении с математическим ожиданием равным нулю и среднеквадратическим отклонением σ.

Длительность процесса адаптации во всех испытания не превосходила трех шагов, при этом в большинстве испытаний, в первом варианте расчетов, алгоритм уже на втором шаге с высокой вероятностью (больше, чем 0,8) находил истинные значения неизвестных параметров. В таблице 1 содержатся средние выборочные значения по всем испытаниям следующих характеристик: абсолютной величины отклонений на третьем и четвертом шагах, вероятности истинных значений параметров (в первом варианте) и вероятности ближайшего узла сетки по отношению к истинным значениям неизвестных параметров.

В таблице 2 приведены значения статистик, характеризующие степень разброса абсолютных значений отклонений.

Из приведенных таблиц следует, что с ростом дисперсии случайной компоненты абсолютная величина отклонения заметно растет. Наличие случайной изменчивости, моделирующей влияние неучтенных латентных факторов, приводит к тому, что абсолютные отклонения на четвертом шаге оказались несколько больше, чем на третьем. Предложенный алгоритм может лишь стабилизировать отклонения, при этом невозможно добиться уменьшения отклонения до нуля в силу наличия случайной компоненты с постоянной

Таблица 1

Среднее выборочное	abs(x(3))	abs(x(4))	P(3)	P(4)
σ=0.25 (вариант 1)	0.1502323	0.219876	0.99995	0.999956
σ=0.35 (вариант 1)	0.288575	0.367264	0.941073	0.953571
σ=0.45 (вариант 1)	0.294356	0.47225	0.899275	0.922981
σ=0.35 (вариант 2)	0.258486	0.296266	0.990658	0.991047

Таблица 2

Статистики	**Среднекв. откл.** abs(x(3))	**max** abs(x(3))	**Среднекв. откл.** abs(x(4))	**max** abs(x(4))
σ=0.25 (вариант 1)	0.11517851	0.349956	0.118554	0.408598
σ=0.35 (вариант 1)	0.16405918	0.58084	0.166172	0.5969
σ=0.45 (вариант 1)	0.32631627	1.1521	0.281928	1.096765
σ=0.35 (вариант 2)	0.25990214	0.890608	0.205152	0.552861

дисперсией. Во всех проведенных вычислительных экспериментах уже к третьему шагу работы алгоритм с высокой вероятностью находил истинные значения неизвестных параметров (в варианте 1) или с высокой вероятностью находил ближайшую к истинным значениям неизвестных параметров точку сетки (вариант 2).

В практических задачах отрицательные значения управлений не имеют смысла, поэтому, если вычисленное значение управления оказалось отрицательным на каком-то шаге, то это означает, что на этом шаге нет необходимости вносить в почву какую-либо дозу мелиоранта.

Литература

1. Небольсин, А. Н. Известкование почв / А.Н. Небольсин, З.П. Небольсина. – СПб.: РАСХН, ГНУ ЛНИИСХ, 2010. – 253 с.

2. Шильников, И. А. Методика прогнозирования кислотности почв и расчет баланса кальция в земледелии Нечерноземья Российской Федерации / И.А. Шильников, Н.И. Аканова, В.Н. Баринов. – М.: ВНИИ агрохимии им. Д.Н. Прянишникова, 2003. – 24 с.

3. Стохастическое моделирование и оптимальные решения при известковании почв / В.П. Якушев [и др.] // Агрофизика. – 2012. – № 2. – С. 24–29.

4. Карелин, В.В. Задача идентификации в управляемых марковских процессах / В.В. Карелин // Вестник СПбГУ. Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления – 2004. – Вып. 1. – С. 60–69.

5. Якушев, В.П. Байесовский подход в задаче управления кислотностью среды / В.П. Якушев, В.В. Карелин, В.М. Буре // Вестник СПбГУ. Серия 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2013. – Вып.3. С. 168–179.