

Импульсное управление облетом космических аппаратов

Impulse control flyby spacecraft

Ключевые слова: взаимный маневр – mutual maneuvering; относительное движение – relative motion; импульсное управление – impulse control.

В статье рассматривается возможность использования многоимпульсного координатного маневра для осуществления облета космических аппаратов.

This article discusses the use of multi-impulse coordinate maneuver for the spacecraft flyby.

Облет является одной из разновидностей относительного или взаимного маневра космических аппаратов (КА). Его выполнение может потребоваться при решении целого ряда практических задач освоения и использования космического пространства: осуществлениестыковки с орбитальными станциями и комплексами, оборудованными несколькими стыковочными узлами, спасение экипажей КА в аварийных ситуациях, опознавание и инспекция неизвестных космических объектов и т.д. В процессе облета маневрирующий (активный) аппарат (АА) должен перемещаться относительно пассивного аппарата (ПА) по траектории заданной формы, а следовательно – на кинематику относительного движения (ОД) аппаратов накладываются определенные ограничения. Так, при обете на постоянной относительной дальности R эти ограничения имеют вид нелинейных голономных связей типа $r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = R^2$, где r_1, r_2, r_3 – декартовы координаты АА в выбранной относительной системе координат (ОСК) $r_1 r_2 r_3$ с началом в центре масс ПА. Такие ограничения приводят к тому, что траектория маневра в ОСК $r_1 r_2 r_3$ будет представлять собой окружность или ее отрезок, лежащий на сфере с радиусом R , т.е. ОД происходит по траектории, в каждой точке которой радиальная относительная скорость \dot{R} поддерживается равной нулю, следовательно – вектор скорости \vec{V} в каждый момент времени направлен по нормали к линии визирования (ЛВ), соединяющей центры масс аппаратов.

Введение рассмотренных ограничений превращает траекторию ОД в вынужденную, следова-

ГОНЧАРЕВСКИЙ / GONCHAREVSKY V.

Вилен Степанович

заслуженный деятель науки и техники РФ,
доктор технических наук, почетный профессор
Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского,
Санкт-Петербург

тельно – требует для ее реализации применения непрерывных во времени управляющих воздействий и использования методов управления относительно ЛВ. Все это увеличивает энергетические затраты (расход топлива) на выполнение маневра. Однако если условия решения задачи облета не требуют выполнения маневра по траектории, имеющей строго заданную форму, целесообразно рассмотреть возможность реализации такой траектории с помощью импульсных управляющих воздействий, а именно – используя многоимпульсный метод свободных траекторий (МСТ). Этот метод содержит начальный, конечный и промежуточные управляющие импульсы. Параметры начального импульса выбираются, исходя из обеспечения требуемых для дальнейшего осуществления многоимпульсного координатного маневра условий по начальной скорости, а параметры конечного импульса определяются требуемыми конечными условиями по скорости. В основу же определения параметров и точек приложения промежуточных импульсов может быть положено требование приятия программной траектории формы, близкой к заданной.

При обете на постоянной дальности точки приложения промежуточных импульсов представляют собой геометрическое место точек, принадлежащих окружности, а параметры этих импульсов выбирают таким образом, чтобы обеспечить попадание из некоторой i -й точки в $i+1$ -ю точку данного геометрического места. Траектория такого многоимпульсного координатного маневра будет в общем случае отличаться от траектории заданной формы. Однако увеличивая число промежуточных импульсов n , можно добиться необходимой степени совпадения этих траекторий, ибо при $n \rightarrow \infty$ их форма будет одинакова. Такой подход к использованию многоимпульсного коор-

динатного маневра позволит уменьшить энергетические затраты (ЭЗ) на облет, по сравнению с методами управления относительно ЛВ.

Алгоритмы расчета импульсов, составляющих программу управления многоимпульсным координатным маневром в рассматриваемом случае, могут быть получены на основе решения системы однородных дифференциальных уравнений, описывающей ОД в выбранной ОСК и являющейся динамической моделью данного движения. Это решение может быть записано в векторно-матричной форме в виде [1]:

$$\vec{q}(\tau_k) = \Phi(\tau_k, \tau_0)\vec{q}(\tau_0), \quad (1)$$

где $\vec{q}(\tau) = [\vec{R}(\tau), \vec{V}(\tau)]$ – вектор относительного состояния центров масс аппаратов, определяемый тремя компонентами вектора относительного положения $\vec{R}(\tau)$ и тремя компонентами вектора относительной скорости $\vec{V}(\tau)$; τ_0 и τ_k – моменты начала и окончания маневра; $\Phi(\tau_k, \tau_0)$ – матрица перехода шестого порядка, которую можно представить в виде четырех клеточных подматриц третьего порядка $\Phi_{11}(\tau_k, \tau_0) \dots \Phi_{22}(\tau_k, \tau_0)$.

На основе соотношения (1) алгоритмы расчета управляемых импульсов будут иметь следующий вид:

- начальный импульс $\Delta\vec{V}_0 = \vec{V}_{0T} - \vec{V}_0$;
- промежуточные импульсы $\Delta\vec{V}_i = \vec{V}_{iT} - \vec{V}_i$;
- конечный импульс $\Delta\vec{V}_k = \vec{V}_{kT} - \vec{V}_k$,

где $\vec{V}_{0T} = \Phi_{12}^{-1}(\tau_i, \tau_0)[\vec{R}_i - \Phi_{11}(\tau_i, \tau_0)\vec{R}_0]$,

$$\vec{V}_{iT} = \Phi_{12}^{-1}(\tau_{i+1}, \tau_i)[\vec{R}_{i+1} - \Phi_{11}(\tau_{i+1}, \tau_i)\vec{R}_i],$$

$$\vec{V}_i = \Phi_1(\tau_i, \tau_{i-1})\vec{R}_{i-1} + \Phi_2(\tau_i, \tau_{i-1})\vec{R}_i,$$

$$\vec{V}_k = \Phi_1(\tau_n, \tau_{n-1})\vec{R}_{n-1} + \Phi_2(\tau_n, \tau_{n-1})\vec{R}_n,$$

$$\Phi_1 = \Phi_{21} - \Phi_{22}\Phi_{12}^{-1}\Phi_{11}, \quad \Phi_2 = \Phi_{22}\Phi_{12}^{-1},$$

$\vec{R}_n = \vec{R}_k$, $i = 1, 2, \dots, n-1$, индексы $0, k, T$ – означают начальные, конечные и требуемые значения.

Суммарные ЭЗ на выполнение маневра:

$$V_{p\Sigma} = \Delta V_0 + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta V_i + \Delta V_k. \quad (2)$$

Рассмотрим, каков эффект предлагаемого использования многоимпульсного МСТ, если АА выполняет полный облет ПА на посто-

янной дальности R_0 . В этом случае траектория ОД должна иметь в орбитальной ОСК xuz круговую форму. Тогда точки приложения промежуточных импульсов должны принадлежать геометрическому месту в виде сферы радиуса R_0 , а параметры импульсов должны быть выбраны таким образом, чтобы обеспечить переход АА из некоторой i -й в $(i+1)$ точку этого места. Следовательно, вектор положения i -й точки коррекции должен быть в компланарном случае:

$$\vec{R}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = R_0 \begin{bmatrix} \cos \beta_i \\ \sin \beta_i \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

где β – направление ЛВ в орбитальной ОСК, а параметры импульса управления $\Delta\vec{V}_i$ в этой точке, согласно общим алгоритмам (2), если время промежуточных маневров T_i одинаково, т.е. $T_i = T_\Sigma / n = T$, где $T_\Sigma = \omega_n T^*$ – суммарное безразмерное время выполнения облета (ω_n – угловая скорость обращения ПА вокруг планеты, T^* – реальное время), определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \Delta\vec{x}_i &= (a_i \gamma_1 + c_i \gamma_2) / D, \\ \Delta\vec{y}_i &= (b_i \gamma_2 + d_i \gamma_3 + 3T\gamma_2 \sin \beta_i) / D, \\ \text{где } a_i &= 2 \cos \beta_i - \cos \beta_{i+1} - \cos \beta_{i-1}, \quad b_i = \cos \beta_{i-1} - \cos \beta_{i+1}, \\ c_i &= \sin \beta_{i+1} - \sin \beta_{i-1}, \quad d_i = 2 \sin \beta_i - \sin \beta_{i+1} - \sin \beta_{i-1}, \\ \gamma_1 &= \sin T, \quad \gamma_2 = 2(1 - \cos T), \quad \gamma_3 = 4 \sin T - 3T, \quad D = 3T\gamma_1 - 4\gamma_2, \end{aligned} \quad (4)$$

индекс «–» означает нормирование значений импульсов по дальности облета R_0 .

Значения параметров $a_i \dots d_i$, входящих в эти соотношения, определяются выбранным законом поперечного ОД при обете. Если в качестве этого закона используется закон равномерного движения с постоянной скоростью β_0 , то $\beta_i = \beta_0 + i\Delta\beta_i = \beta_0 + iB/n$, где B – дуга облета.

Тогда:

$$\begin{aligned} \Delta\vec{x}_i &= 2 \cos \beta_i [(1 - \cos B/n)\gamma_1 + \gamma_2 \sin B/n] / D, \\ \Delta\vec{y}_i &= 2 \sin \beta_i [(1 - \cos B/n)\gamma_3 + \gamma_2 \sin B/n + 1,5T\gamma_2] / D, \end{aligned} \quad (5)$$

а ЭЗ на облет по дуге B :

$$\bar{V}_{p1} = \sum_{i=1}^n \Delta\vec{V}_i, \quad \text{где } \Delta\vec{V}_i = (\Delta\vec{x}_i^2 + \Delta\vec{y}_i^2)^{1/2}.$$

Анализ соотношений (5) показывает, что при заданных R_0 , B и T_Σ энергетические затраты являются функцией числа промежуточных переходов n .

КОСМОС

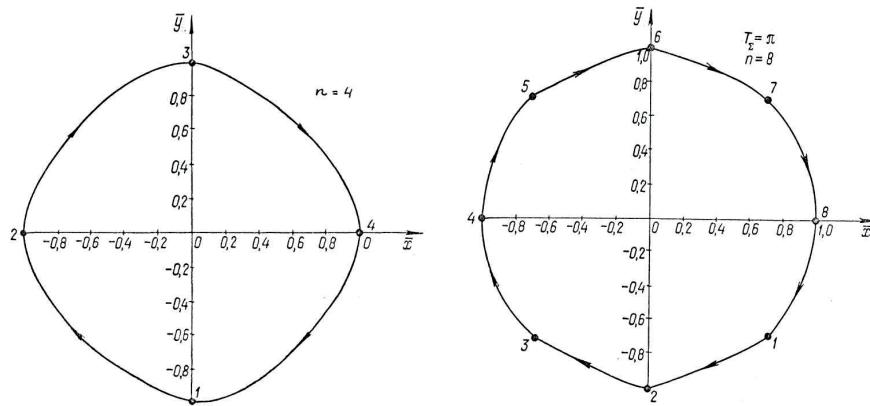


Рис. 1

С ростом n они увеличиваются и при $n \rightarrow \infty$ представляют собой ЭЗ на полный облет ПА при непрерывном управлении с постоянной угловой скоростью $\dot{\beta}_0 < 0$. На рисунке 1 изображены в качестве примера траектории облета при $n = 4$ и $n = 8$ и $T_\Sigma = \pi$. Видно, что с увеличением n форма траекторий облета приближается к круговой, однако это приводит к возрастанию ЭЗ, так, если $n = 4$, $V_{p1} = 4,12$, а при $n = 8$ $V_{p1} = 5,33$.

Таким образом, если условия облета не требуют движения по строго круговой траектории в течение всего времени выполнения, использование многоимпульсного управления с небольшим числом n позволяет снизить требуемые ЭЗ. Этот выигрыш увеличивается с уменьшением n и увеличением T_Σ . Можно показать, что минимальные ЭЗ на полный облет имеют место при $n = 2$. Поэтому рассмотрим более подробно эту разновидность управления облетом.

Фактически она представляет собой частный случай барражирования между двумя краевыми точками при дискретном управлении, когда эти точки расположены симметрично относительно начала ОСК на расстоянии R_0 , т.е. $\bar{R}_1 = -\bar{R}_2 = \bar{R}_0$. Поэтому алгоритмы расчета управляющих импульсов, прикладываемых в краевых точках и обеспечивающих полный облет ПА, будут определены, если подставить данные условия в общие алгоритмы управления барражированием между двумя точками фазового пространства координат [1]. В результате получим:

$$\Delta\dot{x}_1 = -\Delta\dot{x}_2 = 4x_0\gamma_1 / D,$$

$$\Delta\dot{y}_1 = -\Delta\dot{y}_2 = 2y_0(\gamma_6 + \gamma_7) / D,$$

где $\gamma_6 = 4 \sin T - 4T$, $\gamma_7 = 4 \sin T - 3T \cos T$, T – полупериод полного облета, а ЭЗ на цикл облета

$$V_{p1} = 2(\Delta\dot{x}_1^2 + \Delta\dot{y}_1^2)^{1/2}. \quad (6)$$

Рассмотрим некоторые соображения по выбору положения точки начала облета. Если орбиты ПА и АА перед началом облета близки к круговым и разность их высот y_0 , анализ соотношения (6) показывает, что для уменьшения ЭЗ в качестве этой точки целесообразно выбирать точку с координатами $x = 0$, $y = y_0$, т.е. точку, визируемую под углом $\beta_0 = \pm 90^\circ$. Энергетические затраты на цикл облета в этом случае $V_{p1} = 4y_0(\gamma_6 + \gamma_7) / D$. Компоненты требуемой начальной скорости в краевых точках, а также первого и второго импульсов управления:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1T} &= -\dot{x}_{2T} = 2y_0, \\ \dot{y}_{1T} &= -\dot{y}_{2T} = -y_0 \operatorname{ctg} T / 2, \\ \Delta\dot{x}_1 &= \Delta\dot{x}_2 = 0, \\ \Delta\dot{y}_1 &= -\Delta\dot{y}_2 = 2y_0(\gamma_6 + \gamma_7) / D. \end{aligned}$$

Представляет интерес вопрос о выборе величины периода облета, являющегося одним из основных параметров программы управления. Исследования показывают, что значение этого параметра должно выбираться, исходя из двух основных соображений – обеспечения минимума ЭЗ и заданной формы программной траектории облета. Энергетические затраты уменьшаются с ростом полупериода облета T и становятся равными нулю при $T = \pi$. Последнее объясняется тем, что при $T = \pi$ и рассматриваемых начальных условиях по координатам и скоростям траектория облета описывается соотношением $x = 2y_0 \sin \tau$, $y = y_0 \cos \tau$, т.е. представляет собой эллипс свободного ОД с полуосами

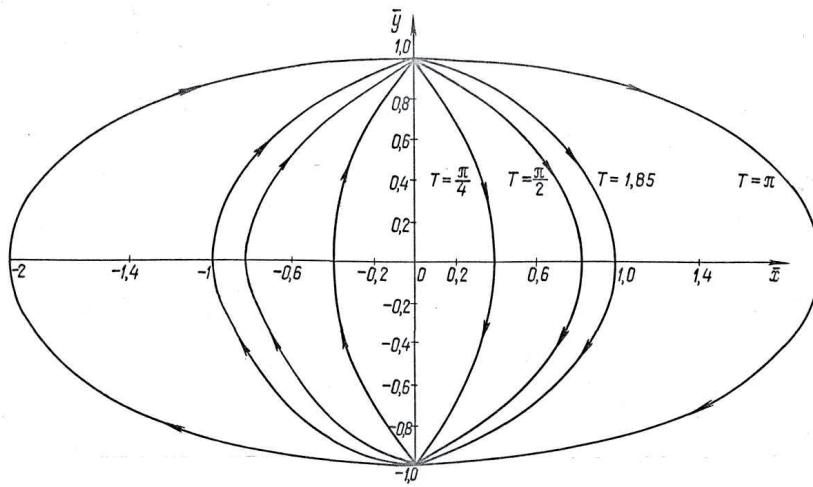


Рис. 2

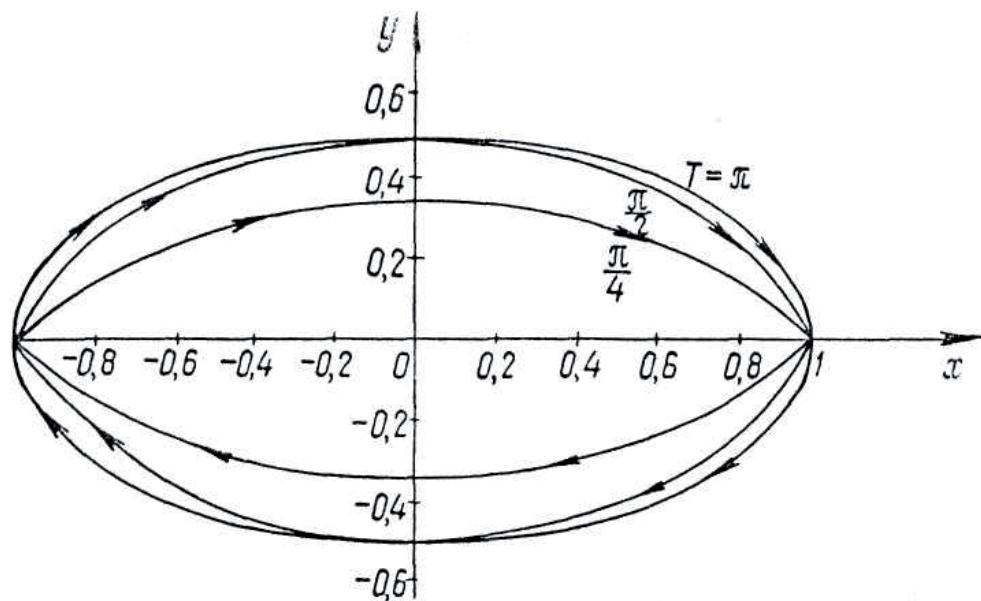


Рис. 3

$a = 2y_0$, $b = y_0$ и периодом $T_\Sigma = 2T = 2\pi$. Однако недостатком такой оптимальной по ЭЗ траектории является сравнительно большое время облета, равное периоду обращения ПА вокруг планеты, и существенное отличие траектории облета от круговой формы, так как максимальное и минимальное удаления АА от ПА отличаются в 2 раза.

Одним из путей получения более благоприятной с этой точки зрения траектории является уменьшение времени облета. Из рассмотрения рис. 2, где представлены траектории облета при различных T , видно, что степень приближения

формы траектории облета к круговой с уменьшением T сначала несколько увеличивается, а затем опять начинает уменьшаться, т.е. существует некоторое оптимальное с этой точки зрения значение T . Для того, чтобы определить его, найдем экстремальное значение координаты x . Из условия $dx/d\tau = 0$ следует, что экстремум имеет место при $\tau_s = T/2$. Подставив это значение в закон изменения координаты x , получим:

$$x_s = 2y_0(1 - \cos T/2) / \sin T/2. \quad (7)$$

КОСМОС

Наиболее близкой к круговой будет траектория, обладающая свойством $x_2 / y_0 = 1$. Подставив это условие в соотношение (7) и решив полученное уравнение относительно T , получим, что траектории с указанным свойством могут быть синтезированы при $T = 2\arctg 4 / 3$. Траектория облета при таком T имеет форму, близкую к круговой, а суммарные ЭЗ на цикл облета имеют сравнительно небольшие значения. Таким образом, выбор указанного значения T обеспечивает получение траектории, в наибольшей степени удовлетворяющей обоим отмеченным соображениям.

Рассмотрим второй важный случай, когда АА находится перед началом облета на оси x на расстоянии x_0 от ПА, т.е. $x = x_0$, $y = 0$ ($\beta_0 = 0$). Энергетические затраты на цикл облета в этом случае $V_{p1} = 8x_0\gamma_1 / D$, а компоненты требуемой начальной скорости в краевых точках и импульсах управления — $\dot{x}_{1T} = -\dot{x}_{2T} = 2x_0\gamma_1 / D$, $\dot{y}_{1T} = -\dot{y}_{2T} = 2x_0\gamma_2 / D$, $\Delta\dot{x}_1 = -\Delta\dot{x}_2 = 4x_0\gamma_1 / D$, $\Delta\dot{y}_1 = \Delta\dot{y}_2 = 0$. На рисунке 3 изображен вид программных траекторий облета при различных значениях T для этого случая. Видно, что при $T = (1,5-2)$ они больше отличаются от круговых по сравнению со случаем $\beta_0 = 90^\circ$, однако им свойственны несколько меньшие ЭЗ.

В случае $\beta_0 = 0$ ЭЗ координаты y , имеющее место также при $\tau_3 = T / 2$, $y_3 = 2x_0(1 - \cos T / 2) / (1,5T \cos T / 2 - 4 \sin T / 2)$. Полупериод T , при котором y_3 максимально, можно найти из итерационного уравнения $T = (1 - \cos T / 2) / 1,5 \sin T / 2$, с полученного согласно условию $\partial y_3 / \partial T = 0$. Решение этого уравнения дает $T \approx 2,15$. При таком значении полупериода T координата $y_{3\max} \approx 0,53x_0$, т.е. примерно в 2 раза меньше начальной дальности между ПА и АА. Следовательно, если ПА и АА находятся на одной орбите и нет жестких ограничений на время облета, в таком случае целесообразно выбрать программу управления, соответствующую $T = \pi$, которой свойственна траектория облета в виде эллипса свободного ОД ($x = x_0 \cos \tau$, $y = -0,5x_0 \sin \tau$), не требующая дополнительных ЭЗ на выполнение облета. Использование траекторий с другими значениями T , с одной стороны, не приближает форму траектории облета к круговой, а с другой — приводит к увеличению ЭЗ на выполнение облета ПА.

Литература

- Гончаревский В.С. Групповой полет космических аппаратов. – М: Изд-во МО РФ, 2006.
- Гончаревский В.С. Многоимпульсный метод свободных траекторий при выполнении взаимного маневра космических аппаратов по траекториям заданной формы // Информация и космос. – 2008. – № 4.

Комплекс дистанционного мониторинга местности и построения изображений поверхности земли на базе БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА (БПЛА)



- аэрофотосъемка, тепловизионная съемка
- видеонаблюдение за оперативной обстановкой
- передача информации в реальном масштабе времени
- обработка данных с помощью СПО и построение изображений поверхности земли (фотопланы, 3D-модели)



ЗАО «Институт телекоммуникаций»
194100, Санкт-Петербург,
ул. Кантемировская, д. 5/5
Телефон: (812) 740-77-07
Факс: (812) 740-77-08
E-mail: marketing@itain.spb.ru