Метод измерения параметров кратковременных сигналов на основе распределения Алексеева

Method of fast signal parameters measurement on the basis of distribution suggested by Alekseev

Ключевые слова: параметр сигнала – signal parameter; частотно-временное распределение – time-frequency distribution; целесообразность выбора – appropriateness of selection; распределение Алексеева – Alekseev distribution; длительность радиоимпульса – radio pulse time.

Предлагается метод измерения параметров сигналов на основе обработки их частотно-временных распределений. Обосновывается целесообразность выбора в качестве инструмента анализа распределения Алексеева. Исследуются подходы к усовершенствованию его формы. Рассматриваются результаты практического эксперимента по измерению длительности радиоимпульса в шумах различной интенсивности.

This article proposes a method of measuring signals on the basis of processing their bandwidth-time distributions. It settles down the practicability of Distribution Method suggested by Alekseev as a tool for analysis. It examines approaches for improving the proposed form. It analyzes the results of practical experiment used for measuring the length of radio pulse in the noises of different intensity.

ДВОРНИКОВ / DVORNIKOV S.
Сергей Викторович
кандидат технических наук, доцент, заместитель начальника кафедры, Военная академия связи им. С.М. Буденного, Санкт-Петербург

ЯХЕЕВ / YAKHEEV A.
Андрей Фаридович
доцент, Череповецкий военный инженерный институт радиоэлектроники, Череповец

СУПЯН / SUPYAN A.
Арсений Юрьевич
начальник отдела ФГУП «НИИ “Вектор”», Санкт-Петербург

ДВОРНИКОВ / DVORNIKOV A.
Александр Сергеевич
курсант Череповецкого военного инженерного института радиоэлектроники, Череповец

ВВЕДЕНИЕ

Методы частотно-временного анализа находят все более широкое применение в различных областях радиотехники. Начало их теоретического развития положил Леон Коэн. В своей фундаментальной работе «Time-frequency representation» он сумел получить обобщенное уравнение, позволяющее синтезировать любое билинейное распределение с заданными свойствами [1]. Проведенные им дальнейшие исследования свойств совместных частотно-временных представлений дали возможность выделить их характерные признаки, тем самым определив подходы к формированию новых форм билинейных ЧВР, так называемых, распределений класса Коэна. Основоположниками же практического аспекта теории частотно-временных распределений (ЧВР) по праву считают Классена и Мекленбрука, впервые адаптировавших работы Вигнера и Вилля к практическому решению задач обработки радиосигналов [2].

Творческое развитие теория частотно-временного анализа получила благодаря работам А. Алексеева [3–5], сумевшего сформировать билинейное ЧВР, синтез которого оптимально приспособлен к его практической реализации методами цифровых технологий. Благодаря уникальности свойств, данное распределение находит широкое применение в качестве инструмента частотно-временного анализа. В настоящей работе рассмотрено его практическое применение в задачах измерения частотно-временных параметров сигналов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Традиционно измерение параметров сигналов осуществляется методами классического спектрального анализа, мощным инструментом которого являются спектрограммы. Последние позволяют представлять обрабатываемые процессы в виде сигнальной плотности распределения энергии (РЭ) в частотно-временном пространстве [1, 6–8]. Вместе с тем, известные недостатки спектрограмм, представляющих квадрат модуля кратковременного (оконного) преобразования Фурье, не позволяют в полной мере обеспечить точное измерение характеристик быстро изменяющихся процессов [7]. Прежде всего, к таковым следует отнести: невозможность получения одновременно приемлемого разрешения как по частоте, так и по времени [1], наличие смещения в оценках измерения, получаемых на их основе [1, 4, 7]. Во избежание указанных ограничений в [2] предложено использование, так называемых, псевдораспределений класса Вигнера. Их применение оправдано во многих задачах анализа [3, 5, 12–14]. Однако в тех случаях, когда исследуемые сигналы подвержены воздействию шумов различной природы, процедуры измерения, даже базирующиеся на совместных билинейных распределениях, не обеспечивают требуемого качества получаемых оценок [6]. Это обусловлено тем, что мешающие воздействия существенно искажают форму частотно-временной матрицы РЭ.

Одно из возможных решений видится в применении методов, обеспечивающих модификацию искомых распределений, в частности – предложенных в [11]. В связи с этим, цель данной работы заключается *в исследовании рациональности применения модифицированных форм распределения Алексеева для измерения параметров кратковременных сигналов*.

АЛГОРИТМ СИНТЕЗА ДИСКРЕТНЫХ ФОРМ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

В классе частотно-временных представлений Коэна распределение Вигнера рассматривается как мощный инструмент обработки сигналов, позволяющий измерять их параметры, даже в тех случаях, когда они претерпевают существенные изменения на интервале анализа. Оценки, полученные на его основе, являются устойчивыми даже к значительным изменениям интенсивности мешающих воздействий, но только исключительно для однокомпонентных сигналов, поэтому на практике применение находят сглаженные и псевдоформы ЧВР Вигнера [2].

Основное достоинство функции Вигнера состоит в том, что она обладает свойством максимальной локализации сигнальной энергии в континууме точек мгновенных частот отдельных компонент, в общем случае, сложного (многокомпонентного) процесса [1]. Поэтому при синтезе совместных ЧВР класса Коэна функцию Вигнера используют в качестве порождающего распределения, поскольку все остальные возможные формы частотно-временных описаний могут быть представлены, в разной степени, его сглаженными версиями [4].

В аналоговой форме билинейное ЧВР Вигнера описывается функцией вида [1]:

$$\rho_W(f,t)=\int_{-\infty}^{\infty} z_a(t+\frac{\tau}{2})z_a^*(t-\frac{\tau}{2})e^{-j2\pi f\tau}d\tau, \quad (1)$$

где $z_a(t)=z(t)+j\tilde{z}(t)$ – аналитическое представление сигнала, в котором его действительная часть $z(t)$ связана с мнимой $\tilde{z}(t)$ посредством преобразования Гильберта [8]; $(*)$ – знак комплексного сопряжения. Распределение вида (1), с математической точки зрения, можно трактовать как спектральное представление функции автокорреляции сигнала $z_a(t)$.

В практических приложениях, как правило, удобнее иметь дело с дискретными формами различного вида частотно-временных представлений для построения на их основе алгоритмов, реализуемых методами цифровой обработки сигналов (ЦОС).

Формально переход к методам ЦОС связан с заменой аналогового представления процесса обработки соответствующими выражениями для его дискретизированной формы. Указанные операции обусловлены необходимостью обработки сигналов, представленных не континуальным, а конечным набором данных.

В результате последовательного преобразования аналогового сигнала $z(t)$ в импульсный новые формы получают и процедуры Фурье, составляющие основу распределения (1), а именно – согласно [8], прямое дискретное преобразование Фурье (ДПФ) и обратное дискретное преобразование Фурье (ОДПФ) имеют следующий вид:

$$F(k)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}z(n)e^{-j\frac{2\pi kn}{N}}; \quad (2)$$

$$z(n)=\sum_{k=0}^{N-1}F(k)e^{j\frac{2\pi kn}{N}}, \quad (3)$$

где $\{e^{j2\pi kn/N}\}$ – базис дискретных экспоненциальных функций Фурье, $k, n=0,1,...,N-1$ – соответственно, частотная и временная переменная; $F(k)$ – спектр дискретизированного процесса $z(t)$; N – число дискретных отсчетов сигнала на интервале наблюдения.

Основная задача синтеза дискретной формы представления ЧВР Вигнера заключается в сохранении в ней преемственности всех положительных свойств, присущих континуальному распределению вида (1). С этой целью рассмотрим некоторый произвольный сигнал $z(t)$ с ограниченной полосой частот $F_{\max} < |f|$, где $F_{\max}$ – верхняя частота спектра сигнала $z(t)$. Очевидно, что для такого сигнала распределение Вигнера также будет существовать только в пределах указанной полосы частот [5].

Теперь представим сигнал *z(t)* внутри рассматриваемого интервала частот рядом Котельникова $\Delta t \le \dfrac{1}{2F_{\max}}$ [12]:

$$z(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} z(m\Delta t)\frac{\sin\left[\pi\left(\dfrac{t}{\Delta t}-m\right)\right]}{\pi\left(\dfrac{t}{\Delta t}-m\right)}, \qquad (4)$$

учитывая, что в силу ортогональности функций sinc:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{sinc}\left(\frac{t}{\Delta t}-n\right)\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{\Delta t}-m\right)dt = \Delta t\,\delta_{nm}, \qquad (5)$$

где δ_{nm} – символ Кронекера.

Теперь с учетом замены переменной $\tau/2$ на μ в формуле (1) представим $\rho_W(f,\ t)$ для значений $f=0$ и $t=0$:

$$\rho_W(0,0) = 2\int_{-\infty}^{\infty} z_a^*(-\mu)\,z_a(\mu)\,d\mu = 2\Delta t\sum_{m=-\infty}^{\infty} z_a(m\Delta t)\,z_a^*(-m\Delta t). \qquad (6)$$

На основании свойств инвариантности распределений класса Коэна [1] сдвинем исходный сигнал по частоте и времени на величину f' и t', соответственно:

$$\hat{z}_a(t) = z_a(t+t')\,e^{-j2\pi f'(t+t')}. \qquad (7)$$

Сигнал $\hat{z}_a(t)$ также занимает ограниченную полосу частот, однако она уже будет больше чем $F_{\max}$, а именно – $F_{\max}+f'$. Следовательно, при расчете ЧВР потребуется меньший период дискретизации, равный $\Delta t' = \dfrac{1}{2(F_{\max}+f')}$ [12]:

$$\rho_{W\hat{z}}(0,0) = \rho_W(f,t) = 2\Delta t'\sum_{m=-\infty}^{\infty} z_a(t'+m\Delta t')\times$$

$$\times z_a^*(t'-m\Delta t')\,e^{-j2\pi f'(t'+m\Delta t')}\,e^{j2\pi f'(t'-m\Delta t')} =$$

$$= 2\Delta t'\sum_{m=-\infty}^{\infty} z_a(t'+m\Delta t')\,z_a^*(t'-m\Delta t')\,e^{-j4\pi f' m\Delta t'}. \qquad (8)$$

Анализ процедур проделанного перехода к выражению (8) показывает, что для различных значений f' должны быть использованы различные скорости дискретизации. Однако, поскольку в соответствии с начальными условиями диапазон изменения f' ограничен: $|f'| \le F_{\max}$, период дискретизации сигнала в (8) должен определяться неравенством $\Delta t' \le \dfrac{1}{4F_{\max}}$. Подробное описание рассмотренных процедур представлено в [5]. Следовательно, с учетом сделанных заключений относительно периода дискретизации при переходе к дискретному времени выражение для ЧВР Вигнера (1) будет иметь следующий вид:

$$\rho_W(f, n\Delta t') = 2\Delta t'\sum_{m=-\infty}^{\infty} z_a[(n+m\Delta t']\,z_a^*[(n-m)\Delta t']\,e^{-j4\pi f m\Delta t'}. \qquad (9)$$

Используя формулу интерполяции и учитывая, что $\rho_W(f/2, n\Delta t')$ представляется преобразованием Фурье последовательности:

$$Y(n,m,\Delta t') = z_a[(n+m)\Delta t']\,z_a^*[(n-m)\Delta t']$$

как функции от m при фиксированном n, можно восстановить значения распределения Вигнера [4]:

$$\rho_W\left(\frac{f}{2}, n\Delta t'\right) = \sum_{k=-\infty}^{M-1}\rho_W\left(\frac{k f_M}{2}, n\Delta t'\right)\frac{\sin[M\pi(f-f_M)]}{M\sin[\pi(f-f_M)]}, \qquad (10)$$

где $f_M = \dfrac{1}{M\Delta t}$ и $M = 2N-1$, а M берется большим или равным длительности последовательности $2L-1$, где L – количество дискретных временных отчетов обрабатываемого сигнала.

Тогда для $Y(n,m,\Delta t')$ это означает, что $N \ge L - |n|$. Поэтому при синтезе дискретной формы распределения ρ_W, ограниченной по длительности последовательности, достаточно определить отсчеты согласно формуле (10), которые с учетом (9) задаются выражением при $\Delta t' = 1$ следующим образом:

$$\rho_W\left(\frac{k}{2M}, n\right) = 2\sum_{m=-N+1}^{N-1} e^{-j2\pi\frac{kn}{M}}\,z_a(n+m)\,z_a^*(n-m), \qquad (11)$$

где $M = 2N-1$.

Правая часть равенства (11) интерпретируется как M-точечное ДПФ последовательности $Y(n,m) = z_a(n+m)\,z_a^*(n-m)$ для фиксированного n, где $k \in [-N+1, ..., N-1]$ [12]. Таким образом, для вычисления ρ_W ограниченной последовательности достаточно вычислить одно ДПФ для каждого значения n в наборе данных.

РАСПРЕДЕЛЕНИЯ АЛЕКСЕЕВА КАК ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КЛАССА КОЭНА

Тривиальность представления дискретной формы ЧВР Вигнера еще не позволяет сделать вывод о возможности синтеза простых, в реализационном плане, практических алгоритмов. В частном случае, когда N есть степень числа два, при вычислении формул (2) и (3) могут быть использованы классические формы быстрых преобразований Фурье (БПФ). Вместе с тем, непосредственное применение алгоритма БПФ наталкивается на трудности, связанные с различием выражений (2) и (11). В частности, в [4] получена следующая дискретная форма ЧВР Вигнера, использующая классические процедуры ДПФ:

$$\rho_W\left(\frac{k}{2M}, n\right) = 2\sum_{m=0}^{N-1} e^{-j2\pi\frac{(k/2)m}{N}} Y_1(n,m) +$$

$$+ 2\sum_{m=0}^{N-1} e^{j2\pi\frac{(k/2)m}{N}} Y_2(n,m) - 2\left|z_a(n)\right|^2. \qquad (12)$$

Синтез дискретных форм ЧВР можно осуществить, используя алгоритм, предложенный в [5], который предусматривает фиксацию параметра *n*. Рассмотрим этапы данного алгоритма применительно к синтезу выражения (12).

На первом этапе формируются две последовательности данных:

$$Y_1(n,m) = z_a(n+m)\, z_a^*(n-m)$$

и $Y_2(n,m) = z_a(n-m)\, z_a^*(n+m)$.

На втором этапе над сформированными последовательностями данных $Y_1(n, m)$ и $Y_2(n,m)$, соответственно, осуществляются операции ДПФ и ОДПФ.

На третьем этапе осуществляется суммирование полученных результатов для целочисленных значений $k/2$, т.е. для четных значений k.

На четвертом этапе из полученного результата целочисленного суммирования производится вычитание удвоенного значения квадрата огибающей сигнала $2\left|z_a(n)\right|^2$ для заданного значения *n*.

Для корректности работы представленного алгоритма необходимо преобразовать исходную последовательность дискретизированных отсчетов $\{z(n)\}$ в последовательность комплексных данных аналитического сигнала $\{z_a(n)\}$.

Существует несколько вариантов решения проблемы требуемого преобразования. В частности, в [12] использован подход, базирующийся на следующей связи между спектрами Фурье действительного сигнала и аналитического сигнала:

$$F_a(f) = \begin{cases} 2F(f) & \text{ïðè} \quad f > 0; \\ F(f) & \text{ïðè} \quad f = 0; \\ 0 & \text{ïðè} \quad f < 0. \end{cases} \qquad (13)$$

При обработке узкополосных процессов [4], когда среднее значение сигнала на интервале наблюдения равно нулю, имеем $F(0) = 0$. В этом случае алгоритм перехода к аналитическому сигналу существенно упрощается:

1. Вычисляется ДПФ действительного сигнала $z(n)$.
2. Для отрицательных значений частот спектр обнуляется и умножается на два – для положительных значений частот.
3. Над полученной последовательностью осуществляется ОДПФ.

Применение представленного алгоритма позволяет получить массив комплексных значений сигнала, реальная и мнимая части которого связаны между собой преобразованием Гильберта [8]. Предложенный подход к синтезу дискретной формы распределения Вигнера вписывается в технику ЦОС и фактически сводится к выполнению четырех процедур БПФ.

Следует заметить, что практическое применение распределения Вигнера вида (1) и, соответственно, его дискретных форм ограничено рамками однокомпонентных сигналов [1]. Это обусловлено возникновением на частотно-временной матрице РЭ паразитных всплесков энергии, называемых интерференционным фоном при обработке многокомпонентных сигналов [2]. Природа их возникновения связана с взаимным влиянием всех сигнальных отчетов при формировании каждой из точек формируемой матрицы РЭ. С целью подавления интерференционного фона при синтезе распределения дополнительно используют ограничивающие частотные окна (псевдораспределения) и временные окна (сглаженные распределения) [4, 7], а также двуядерные ограничивающие окна. Из числа последних наибольший интерес, с точки зрения его свойств, представляет ЧВР Чоя – Вильямса с ядром экспоненциального вида [10], одна из дискретных форм которого получена в [4]:

$$\rho_{CW}\left(\frac{k}{2M}, 0; G\right) =$$

$$= \sum_{v=-N+1, v\neq 0}^{N-1} e^{-j2\pi\frac{kv}{M}} \sum_{u=-N+1}^{N-1} \frac{\sqrt{G}\, e^{-\frac{u^2}{4v^2/G}}}{4\sqrt{\pi}\,|v|} Y(u,v). \qquad (14)$$

Таблица 1

Число требуемых операций для спектральных преобразований

Объем *N*	**32**	**64**	**128**	**256**	**512**	**1024**	**2048**
ЧВР Вигнера	192	448	1024	2304	5120	11264	24576
ЧВР Чоя – Вильямса	2208	8576	33780	133120	528896	2107392	8411136
ЧВР Алексеева	688	2464	9152	34944	135936	535040	2120704

Таблица 2

Зависимость требуемого числа операций для распределения Алексеева от величины *G* и заданных значений объема исходных данных *N*

Объем *N* ***G***	**64**	**128**	**256**	**512**
0,1	4022	15447	60253	234869
1,0	3028	11470	44344	173793
10	1306	4582	16794	63590
100	527	2043	6636	18358
1000	466	1224	3359	9851

В выражении (14) G – параметр, регулирующий степень подавления интерференционных компонент формируемой матрицы РЭ. Общность формы (14) к распределениям класса Коэна подтверждается тем, что при $G \to \infty$ формула (14) транспонируется к виду (11). Более подробное рассмотрение данного вопроса, как и вывод (14), выходит за рамки настоящей статьи. Вместе с тем, синтез практических алгоритмов на базе формы (14) связан со сложными процедурами расчета экспоненциального ядра, поскольку в его основу положена гауссова функция, выбор которой, в определенной степени, произволен [5]. Однако экспоненциальная форма ядра не является единственно возможной. В некоторых случаях, с точки зрения обработки и трактовки результатов, более удобно использовать различного рода функции, в той или иной степени аппроксимирующие гауссову. Таким образом можно выйти на новый класс распределений, одним из которых, в частности, является распределение Алексеева [12]. Для получения аналитического описания распределения Алексеева достаточно в выражении (14) перейти от экспоненты во внутренней сумме выражения к пороговой функции. Учитывая, что ширина главного лепестка гауссовой функции часто берется на уровне $\exp(-1/2) \approx 0{,}606$ [9], определим диапазон изменения u в зависимости от v следующим образом: $|u| \le b|v|$, где $b = \sqrt{2/G}$.

В результате внесенных изменений в формулу (14) получим аналитическое выражение для распределения Алексеева [12]:

$$\rho_A\left(\frac{k}{2M}, 0; G\right) = \sum_{v=-N+1, v\neq 0}^{N-1} e^{-j2\pi\frac{kv}{M}} \sum_{u=-[b|v|]}^{[b|v|]} g(v,u)Y(u,v), \quad (15)$$

где $g(v,u) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{G}{\pi}}\dfrac{1}{4|v|} & \text{ïðè } |u| \le b|v|; \\ 0 & \text{ïðè } |u| > b|v|. \end{cases}$

В полученном выражении [*] – знак целой части, а значения u не превышают по модулю величины $N-1$. Анализ структуры аналитического выражения для ЧВР ρ_A показал, что процедура вычисления внутренней суммы в (15) значительно проще, чем вычисления внутренней суммы в (15) значительно проще, чем в (14), и по сложности приближается к процедуре вычисления массива $Y(n, m)$ в формуле (11), если $G \to \infty$.

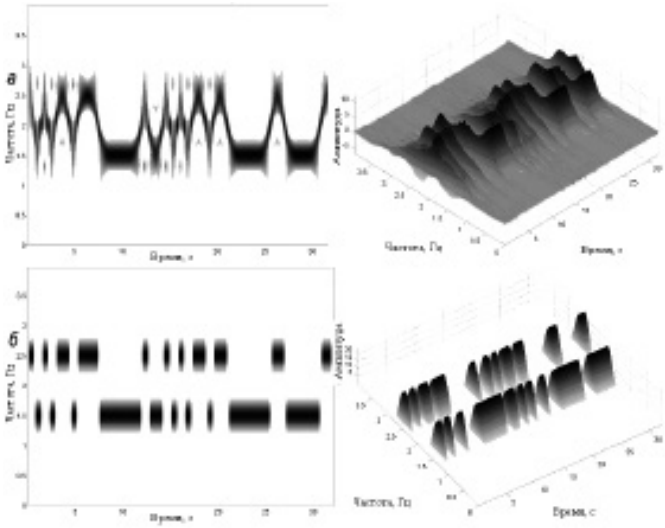

Рис. 1. Матрицы распределения энергии тестового сигнала, построенные на основе: *а* – ЧВР Алексеева; *б* – модифицированного ЧВР Алексеева за счет показательного преобразования

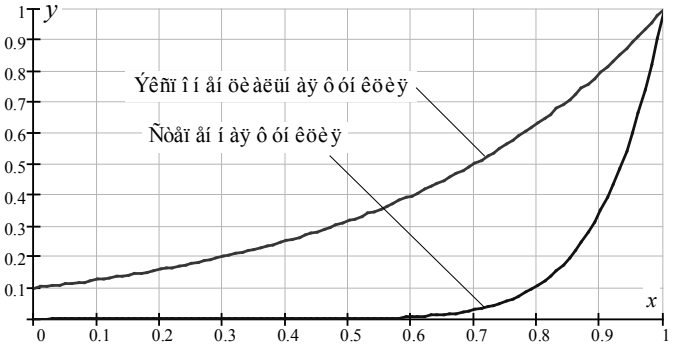

Рис. 2. Степенное и показательное преобразование эталонного ряда (среза матрицы РЭ ЧВР Алексеева)

Поскольку в основе синтеза распределения Алексеева лежит ядро ЧВР экспоненциального типа, форма (15) сохраняет все его базовые свойства и, следовательно, является распределением класса Коэна [12]. Проведенные в [5] исследования показали целесообразность выбора для (15) коэффициента $G = 2$. Подобный выбор позволяет для большого класса сигналов получать существенный эффект по подавлению интерференционного фона при сохранении высокой разрешающей способности. Таким образом, основным достоинством распределения Алексеева является относительно простой синтез при достаточно высоких измерительных свойствах. В подтверждение теоретических выводов в табл. 1 представлены зависимости примерных объемов вычислений (число операций умножения), требуемых для синтеза дискретного ЧВР Вигнера, «экспоненциального» распределения и распределения Алексеева при коэффициенте $G = 2$. Анализ представленных результатов показывает, что при заданном значении коэффициента G временные показатели сокращаются примерно в 4 раза [12].

В таблице 2 приведены результаты исследования вычислительных возможностей разработанного алгоритма ЦОС для распределения Алексеева в зависимости от коэффициента G.

Следует обратить внимание, что с ростом коэффициента G скорость анализа, в принципе, может быть увеличена на порядок, когда G достигает значения 10 и выше. Правда, в этом случае происходит снижение качества анализа. Однако даже для указанных значений G обеспечивается идентификация сигнальных компонент на интерференционном фоне [5].

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ АЛЕКСЕЕВА

Методология процедур измерения параметров излучений на основе билинейных распределений базируется на результатах подсчета в пределах частотно-временной плоскости РЭ пучностей плотности энергии сигнальных компонент вдоль условных линий временных или частотных координат [12]. Следовательно, зная величину абсолютного значения между соседними компонентами (оно равно частотному разрешению вдоль частотной оси и временному – в направлении оси времени) и количество самих компонент, можно рассчитать величину измеряемого параметра. К таковому, например, можно отнести разнос частот, длительность элементарной посылки и т.д.

Очевидно, что для продуктивной реализации процедур измерения необходимо подготовить матрицу РЭ к удобному виду, для чего целесообразно использовать методы, предложенные в [11]. Их суть заключается в преобразовании ЧВР таким образом, чтобы в результате усилить доминирующие значения матрицы РЭ, что позволит увеличить абсолютную разность между максимальными компонентами и остальными. Смысл указанных преобразований базируется на свойстве билинейных распределений, согласно которому энергия сигнальных компонент максимально локализуется вдоль линий мгновенных частот, в то время как энергия шумов равномерно распределяется в пределах всей частотно-временной матрицы ЧВР [1]. Это дает основание предположить, что максимальные компоненты в итоговом распределении будут принадлежать полезному сигналу.

С этой целью к исходному ЧВР (15) целесообразно применить показательное преобразование:

$$\rho_A^{\text{Îîê}}\left(\frac{k}{2M}, 0; G\right) = A^{\sum\limits_{v=-N+1, v\neq 0}^{N-1} \exp(-j2\pi\frac{kv}{M}) \sum\limits_{u=-[b|v|]}^{[b|v|]} g(v,u)Y(u,v)}, \quad (16)$$

где A – основание степени, в [11] обоснован выбор $A = 1000$.

Или же можно применить степенное преобразование. Тогда аналитическое выражение для модифицированного ЧВР Алексеева примет следующий вид:

$$\rho_A^{\text{Cò}}\left(\frac{k}{2M}, 0; G\right) = \left[\rho_A\left(\frac{k}{2M}, 0; G\right)^B\right], \quad (17)$$

где B – показатель степени.

На рисунке 1, *а*, представлены фрагменты распределения классической формы функции Алексеева, полученной согласно выражению (15), и ее модифицированной формы (рис. 1, *б*). В качестве тестового излучения выбран частотно-манипулированный сигнал.

Выбор метода модификации, в принципе, равно обусловлен, однако существуют нюансы. Так, для нормированных матриц степенное преобразование позволяет получить большее различие между соседними величинами в области значений, расположенных ближе к единице. Причем этот эффект усиливается при возрастании абсолютного значения B. В то же время, для разделения близлежащих членов в области нулевых значений матрицы РЭ предпочтителен метод модификации на основе показательного преобразования (рис. 2).

На рисунке 2 представлены результаты модификации временного среза матрицы ЧВР. По оси абсцисс – элементы среза $x = \{0, 0{,}1, ..., 0{,}9\}$, а по оси ординат – значения модифицированного ряда. Следует отметить, что для сравнения методов модификации конечные результаты дополнительно нормировались относительно своих максимальных значений. При исследовании были выбраны следующие значения: $A = 10$ и $B = 10$. Необходимо отметить, что выбор A близким к 1000 позволяет получить для функций показательного преобразования результат, сопоставимый с результатами степенного преобразования, у которого $B = 10$.

Применение больших величин для A в степенных преобразованиях обосновано только в случае предварительного временного нормирования матриц [11]. Согласно представленным результатам, очевидно, что модифицированная форма распределения Алексеева более адекватно представляет в радиоизлучении закон изменения первичного манипуляционного сигнала (см. рис. 1), характеризующего информационную компоненту. Следовательно, измерения, например, спектрального разноса поднесущих частот и длительности элементарных посылок, осуществляемые на основе модифицированного ЧВР, будут в большей степени соответствовать их истинным значениям.

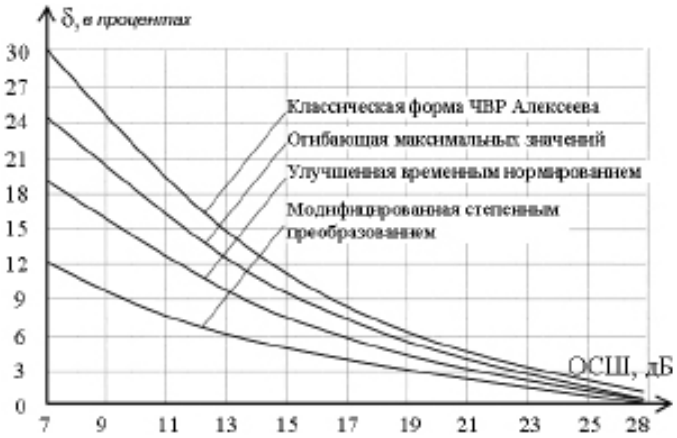

Рис. 3. Зависимость относительной погрешности измерения длительности радиоимпульса от ОСШ

Рис. 4. Зависимость дисперсии измерения длительности радиоимпульса от ОСШ

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРАКТИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ИЗМЕРЕНИЮ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ОДИНОЧНОГО ИМПУЛЬСА

С целью проверки теоретических положений были проведены исследования по измерению длительности кратковременного сигнала в шумах различной интенсивности. В качестве тестового сигнала был синтезирован радиоимпульс длительностью в 128 дискретных отсчета. Затем последовательно, в соответствии с рассмотренными в статье алгоритмами, синтезировались: дискретная форма распределения Алексеева (15) тестового сигнала, его форма, улучшенная процедурами временного нормирования [12], и модифицированная форма за счет степенного преобразования. После этого осуществлялось измерение длительности импульса путем подсчета пучностей энергии, превысивших порог $0{,}75U_{\max}$, где $U_{\max}$ – максимальное значение матрицы РЭ, вдоль линии (строки матрицы РЭ), соответствующей мгновенной частоте импульса, и величины дисперсии

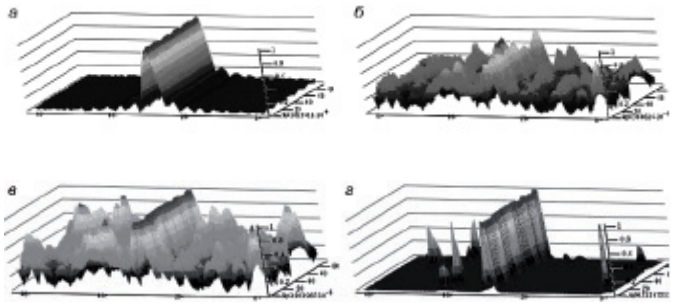

Рис. 5. Матрица РЭ тестового сигнала: *а* – без шумов; *б* – при ОСШ = 8 дБ; *в* – при 8 дБ после временного нормирования; *г* – при 8 дБ после временного нормирования и степенного преобразования

оценки несущей частоты (номинальное количество строк матрицы РЭ, прилежащих к строке измеряемой частоты, в пределах которых пучности энергии также превысили установленный порог). Затем тестовый сигнал аддитивно смешивался с шумовым излучением, и указанные процедуры повторялись. Результаты измерений представлены на рис. 3 и 4.

На рисунке 3 показана зависимость относительной погрешности измерения длительности радиоимпульса $\delta = \frac{\left| T_{\text{èñò}} - T_{\text{èçì}} \right|}{T_{\text{èñò}}} \times 100\%$, где $T_{\text{èñò}}$ – истинное значение длины радиоимпульса, $T_{\text{èçì}}$ – измеренное значение длины радиоимпульса от отношения «сигнал – шум» (ОСШ).

На рисунке 4 представлены графики зависимости величины $N_f = \Delta f \times n$, где Δf – частотное разрешение матрицы РЭ, n – число строк матрицы РЭ, прилежащих к измеряемой частоте, в пределах которых энергия превысила установленный порог.

Анализ полученных результатов подтвердил правомерность теоретических заключений о продуктивности предложенных процедур модификации матрицы РЭ распределения Алексеева для решения задач измерения частотно-временных параметров сигналов.

С целью раскрытия сущности достигнутого эффекта рассмотрим фрагменты распределений тестового сигнала (рис. 5). При отсутствии шумов сигнальные компоненты четко располагаются вдоль линии, соответствующей мгновенной частоте (см. рис. 5, *а*). В этом случае не представляется сложностей в реализации процедур измерений. Однако в шумах линия сигнальных компонент претерпевает значительные изменения. Вершины распределений изламываются, поэтому общая картина уже не имеет однозначно выраженной направленности вдоль истинного значения измеряемой частоты (см. рис. 5, *б*). Применение процедуры временного нормирования к матрице РЭ позволяет улучшить ситуацию (см. рис. 5, *в*). После нее уже визуально четко прослеживается линия мгновенной частоты, однако наличие шумовых выбросов на плоскости РЭ затрудняет выбор порога принятия решения. Результаты оценивания на основе матрицы РЭ, улучшенной процедурой временного нормирования, имеют самый высокий показатель дисперсии (см. рис. 4). Указанных недостатков лишена модифицированная матрица РЭ после применения к ней процедур степенного преобразования (см. рис. 5, *г*), в эксперименте $B = 10$. Следует заметить, что никакое преобразование не способно полностью компенсировать или ликвидировать влияние шумов, поэтому оценка линии мгновенной частоты измеряемого сигнала даже у модифицированных матриц РЭ имеет дисперсионный разброс. На рисунке 6 показаны фрагменты двумерных матриц РЭ, отображающих тестовый сигнал, использованный для получения распределений, представленных на рис. 5.

Визуальный анализ представленных матриц РЭ позволяет сделать вывод о достаточности применения процедур временного нормирования, т.е. если в качестве порога принятия решения выбирать линию по срезу максимальных значений. Однако практические результаты опыта не подтверждают подобный вывод. Это объясняется наличием дисперсионного разброса истинных сигнальных компонент (см. рис. 4).

Следует отметить, что в эксперименте ОСШ измерялось отношение спектральной плотности сигнала к спектральной плотности шума в полосе частот сигнала по уровню –20 дБ. На рисунке 7 представлена огибающая спектральной плотности тестового сигнала $\left| F_j \right|$, где $j = 1, ..., N/2$ – переменная спектральной компоненты, при ОСШ = 8 дБ. U – уровень спектральной плотности шума; H_1, H_2 – значения, отображающие границы спектральной плотности сигнала по уровню – 20 дБ.

Дальнейшее повышение эффективности процедур измерения видится в применении энтропийных критериев при модификации матриц РЭ [12]. В частности, в оценке каждого временного среза матрицы РЭ в частотной области:

$$I_n = -\sum_{k=1}^{K} \rho_{k,n}(G) \log_2[\rho_{k,n}(G)] \cdot \qquad (18)$$

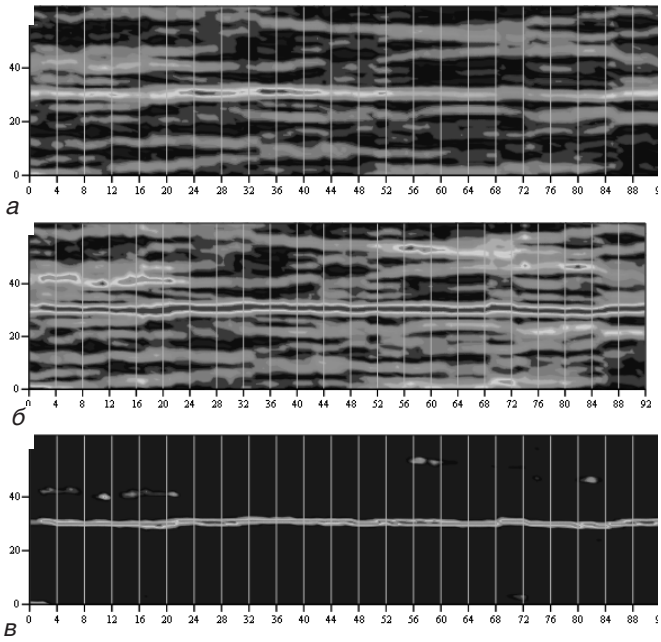

Рис. 6. Матрица РЭ тестового сигнала при ОСШ = 8 дБ: *а* – без преобразований; *б* – после временного нормирования; *в* – после временного нормирования и степенного преобразования

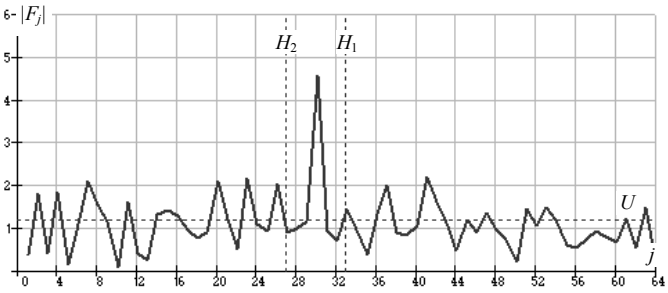

Рис. 7. Огибающая спектральной плотности тестового сигнала при ОСШ 8 дБ

Затем с учетом полученных значений энтропии необходимо нормировать каждый фрагмент. Такой подход позволит увеличить абсолютный разрыв между сигнальными и шумовыми составляющими в матрице РЭ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные в работе методы модификации, обеспечивающие улучшение метрологических свойств ЧВР, в принципе, применимы к любым совместным представлениям. Так, в [12] рассмотрена их применимость к псевдораспределениям Вигнера, спектрограммам и масштабограммам. Однако выбор ЧВР Алексеева в качестве базового распределения обусловлен возможностью синтеза на его основе относительно простых вычислительных алгоритмов. Более того, по своим измерительным возможностям указанное распределение превосходит большинство ЧВР класса Коэна [4, 13].

Результаты настоящей работы являются методологической основой для разработки алгоритмов оценивания частотных и временных параметров кратковременных сигналов. Дальнейшее повышение эффективности измерения нами видится в дополнительной обработке результатов дисперсионной оценки.

Литература

1. *Коэн Л.* Время-частотные распределения // ТИИЭР. – Т. 77. – 1989. – № 10. – С. 72–121.
2. *Claasen T.A.C.M., Meclenbrauker W.F.G.* The Wigner distribution a tool for time-frequency signal analysis // Philips J. Res. – 1980. – Vol. 35. – P. 217–250, 276–300, 372–389.
3. *Алексеев А.А., Дворников С.В., Железняк В.К. и др.* Применение методов частотно-временной обработки акустических сигналов для анализа параметров реверберации // Научное приборостроение. – Т. 11. – 2001. – № 1. – С. 65–76.
4. *Алексеев А.А., Кириллов А.Б.* Технический анализ сигналов и распознавание радиоизлучений. – СПб.: ВАС, 1998.
5. *Алексеев А.А., Дворников С.В., Железняк В.К. и др.* Автоматизированная система контроля интенсивности физических полей рассеивания сигналов // Научное приборостроение. – Т. 10. – 2000. – № 4.
6. *Jance C.P., Kaizer A.J.* Time-frequency distribution of loudspeakers: The application of the Wigner distribution // Journal Audio Engineering Society. – Vol. 31. – 1983. – № 4.
7. *Cohen L.* Time-frequency Analysis. Englewood Cliffs. – NJ: Prentice-Hall, 1995.
8. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986.
9. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Радио и связь, 1989.
10. *Choi H.I., Williams W.J.* Improved time-frequency representation of multi-component signals using exponential kernels // IEEE Trans. on ASSP. – 1989. – V. ASSP-37. – № 6. – P. 862– 871.
11. *Дворников С.В., Сауков А.М.* Модификация частотно-временных описаний нестационарных процессов на основе показательных и степенных функций // Научное приборостроение. – Т. 14. – 2004. – № 2. – С. 57–66.
12. *Дворников С.В., Алексеева Т.Е.* Распределение Алексеева и его применение в задачах частотно-временной обработки сигналов // Информация и космос. – 2006. – № 3. – С. 9–21.
13. *Дворников С.В., Медведев М.В., Железняк В.К. и др.* Метод обнаружения радиоизлучений на основе частотно-временного распределения Алексеева // Научное приборостроение. – Т. 16. – 2006. – № 1. – С. 97–105.
14. *Дворников С.В., Комарович В.Ф., Железняк В.К. и др.* Метод обнаружения радиосигналов на основе обработки их частотно-временных распределений плотности энергии // Информация и космос. – 2005. – № 4. – С. 13–17.