Управление зависанием космического аппарата в орбитальной относительной системе координат

Control of hovering spacecraft in the orbital relative coordinate system

Гончаревский / Goncharevsky V.
Вилен Степанович
(vka@mail.ru)
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки и техники РФ.
ФГБВОУ ВО «Военно-космическая академия
имени А. Ф. Можайского» МО РФ,
почетный профессор.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: групповой полет – group flight; зависание – hovering; относительное движение - relative motion; программа управления – control program.

Рассматриваются методы управления зависанием активного космического аппарата относительно пассивного аппарата, строительные оси которого занимают неизменное положение относительно местной вертикали. Это имеет место в том случае, когда в системе ориентации и угловой стабилизации пассивного аппарата в качестве опорной системы отсчета используется орбитальная относительная система координат. В работе найдены управляющие воздействия, необходимые для осуществления зависания активного аппарата в заданной точке этой системы координат, а также управляющие воздействия для выполнения барражирования, если не требуется строго фиксировать положение активного аппарата в этой точке. Определены зависимости размеров зоны барражирования от углового положения опорной точки зависания и величины периода барражирования относительно этой точки.

Methods for controlling the hovering of an active spacecraft relative to a passive spacecraft, the construction axes of which occupy a constant position relative to the local vertical, are considered. This is the case when the orientation and angular stabilization system of the passive vehicle uses the orbital relative coordinate system as the reference frame. In this paper, we find the control actions necessary for the active device to hover at a given point in this coordinate system, as well as control actions for performing barrage, if it is not necessary to strictly fix the position of the active device at this point. The dependences of the size of the barrage zone on the angular position of the reference point of hovering and the value of the barrage period relative to this point are determined.

Зависание одного космического аппарата (КА) относительно другого является одной из разновидностей группового полета (ГП) [1...18]. Под ГП понимается такое управляемое относительное движение (ОД) двух или более КА, в процессе которого относительное расстояние между ними либо не изменяется, либо изменяется по определенному закону в некоторых достаточно ограниченных пределах, и, кроме того, это расстояние остается значительно меньшим их расстояний до центра планеты. Отсюда следует, что основная цель управления ГП состоит в том, чтобы в процессе его осуществления вектор $\vec{q}(\tau)$ относительного состояния центров масс КА либо сохранял свое заданное начальное значение $\vec{q}=\vec{q}_0$,либо изменялся вполне определенным образом в пределах $\vec{q}_{\min} \le q \le \vec{q}_{\max}$.Вектор $\vec{q}(\tau) = [\vec{R}(\tau), \vec{V}(\tau)]$, определяемый тремя компонентами вектора относительного положения $\vec{R}(\tau)$ и тремя компонентами вектора относительной скорости $\vec{V}(\tau)$, полностью описывает в любой момент времени τ относительное положение и относительные скорости КА, участвующих в ГП. Будем полагать, что в его процессе аппарат относительного которого нужно осуществить зависание, не изменяет траекторию центра масс, а управляемыми являются другие аппараты, участвующие в данной операции. Поэтому в дальнейшем первый из них называется пассивным аппаратом (ПА), а остальные – активными аппаратами (АА).

Отличительной чертой зависания как разновидности ГП является выполнение условия $\vec{q}=\vec{q}_0$ в течение всего периода времени $T=\tau_к-\tau_0$, где τ_0 и $\tau_к$ – моменты начала и окончания ГП, причем $\vec{R}=\vec{R}_0$, а $\vec{V}=0$. Таким образом, при осуществлении данной разновидности ГП обеспечивается неизменность относительного положения аппаратов, то есть АА как бы зависает отно-

2 2021.indd 165 06.07.2021 20:26:14

сительно ПА в некоторой точке, отстоящей от ПА на расстоянии R_0 и имеющей постоянные угловые координаты α_0, β_0. Необходимость такого положения может возникнуть при решении задач опознавания космических объектов, осуществления стыковки с орбитальными станциями, оборудованными несколькими стыковочными узлами, спасения экипажей пилотируемых КА в аварийных ситуациях и т.д.

Исследование динамики движения КА при осуществлении зависания целесообразно проводить в относительной системе координат (ОСК), по осям которой осуществляется ориентация строительных осей ПА. Наиболее часто в качестве такой системы используется орбитальная ОСК, направление осей которой связано с направлением местной вертикали. Дифференциальные уравнения, описывающие динамику движения КА в этой ОСК, могут быть записаны в векторно-матричной форме в виде [7, 8]

$$d\vec{R}/d\tau=\vec{V},\ d\vec{V}/d\tau=A\vec{R}+B\vec{V}+\vec{U}, \qquad (1)$$

где $\vec{U}=\vec{P}/m$ – управляющее ускорение, $\vec{P}$ – управляющее воздействие, m – масса АА, $A=[a_{ij}]_{3x3}$, $B=[b_{ij}]_{3x3}$ –квадратные матрицы третьего порядка, вид которых определяется типом орбиты ПА.

Для осуществления зависания АА в заданной точке фазового пространства координат $\vec{R}_0$ необходимо обеспечить с помощью управляющих воздействий краевые условия $\vec{R}(\tau)=\vec{R}_0$, $\vec{V}(\tau)=0$. Подставив эти условия в уравнения (1), получим вектор-функцию управления, обеспечивающую решение поставленной задачи

$$\vec{U}_T=-A\vec{R}_0. \qquad (2)$$

Энергетические затраты (ЭЗ) на реализацию управления (2) будут определяться соотношением

$$V_p=\int_o^T |\vec{U}_T|d\tau. \qquad (3)$$

В случае, когда орбита ПА, с которым связано начало ОСК, близка к круговой, а в качестве независимой переменной выбрано безразмерное время $\tau=\omega_n t$, где ω_n –угловая скорость обращения ПА вокруг центра планеты, а t – реальное время, элементы матрицы А в наклонной орбитальной ОСК xyz являются постоянными [8] $a_{11}=3\sin^2\beta_o\cos^2\alpha_o-\sin^2\alpha_o$, $a_{21}=3\cos\alpha_o\sin\beta_o\cos\beta_o$, $a_{31}=\sin\alpha_o\cos\alpha_o(1+3\sin^2\beta_o)$.

Следовательно, составляющие вектор-функции управления (2) будут также постоянными величинами $u_x=R_o(3\sin^2\beta_o\cos^2\alpha_o-\sin^2\alpha_o)$, $u_y=R_o\cos\alpha_o\sin\beta_o\cos\beta_o$, $u_z=R_o\sin\alpha_o\cos\alpha_o(1+3\sin^2\beta_o)$, зависящими от дальности R_o и угловых координат точки зависания α_o, β_o, а ЭЗ, кроме того, еще являются функциями времени зависания T.

Найдем начальные условия, при которых зависание можно осуществить с минимальными ЭЗ. В компланарном случае $\alpha_o=0$, и, следовательно, из соотношения (3) имеем

$$V_p=3TR_o|\sin\beta_o|. \qquad (4)$$

Видно, что ЭЗ возрастают с увеличением дальности и времени зависания и при заданных R_o и T имеют минимальное значение при $\beta_o=0$ (180°) (орбиты ПА и АА практически совпадают), а максимальное значение при $\beta_o=\pm 90°$ (АА зависает непосредственно над или под ПА). ЭЗ, приходящиеся на один виток вокруг планеты, согласно соотношению (4), $V_{p\delta}=6\pi R_o|\sin\beta_o|$. Представление о величине этих ЭЗ для различных углов β можно получить по графикам на рис. 1, если положить там параметр $T=0$. Соотношения (4) определяют ЭЗ при полярном управлении. В случае декартового управления они равны по оси x $3R_oT\sin^2\beta_o$, а по оси y – $3R_oT\cos\alpha_o\sin\beta_o$. Энергетические затраты на один виток ПА равны по оси x $6\pi R_o\sin^2\beta_o$, а по оси y – $6\pi R_o\cos\alpha_o\sin\beta_o$. Видно, что максимум ЭЗ на управление вдоль оси x наблюдается при $\beta_o=\pm 90°$, а на управление вдоль оси y – при $\beta_o=\pm 45°$ ($\pm 135°$), минимум этих величин имеет место соответственно при $\beta_o=0$ (180°) и $\beta_o=0$, $=\pm 90°$ и 180°.

Таким образом, для обеспечения зависания АА строго в заданной точке с координатами $\vec{R}_0$ в состав двигательной установки (ДУ) управления движением центра масс АА должны входить, если пренебречь изменением массы АА в процессе маневра, двигатели постоянной тяги, работающие в непрерывном режиме. Такой режим, а также связанные с ним повышенные ЭЗ, являются недостатком рассмотренного метода управления зависанием. Поэтому представляют интерес методы, в которых данное управление осуществляется с помощью двигателей, работающих в дискретном (импульсном) режиме, тем более что во многих случаях нет необходимости жестко фиксировать положение АА в заданной точке зависания.

Исследования показывают, что если ослабить эти ограничения, то есть допустить некоторую свободу перемещения АА относительно данной точки, то это позволит использовать импульсное управление и снизить требуемые ЭЗ. При таком управлении необходимо удерживать АА в некоторой зоне относительно точки зависания, размеры которой ограничены и имеют достаточно малую величину. Реализовать это можно, если использовать для управления зависанием такую разновидность ГП как барражирование относительно заданной опорной точки. Характерной ее особенностью является то, что АА периодически через время T, называемое периодом барражирования, должен возвращаться в заданную опорную точку фазового пространства состояний, характеризуемую значением вектора $\vec{q}_0$. При небольших отклонениях АА такая разновидность барражирования может рассматриваться как разновидность зависания около данной опорной точки.

2 2021.indd 166 06.07.2021 20:26:22

Используя решения системы дифференциальных уравнений (1) при дискретном виде управляющих воздействий, можно показать [8], что составляющие управляющего импульса $\Delta\vec{V}=[\Delta\dot{x},\ \Delta\dot{y}]$ в орбитальной ОСК, возвращающего АА в исходную точку зависания с координатами $\vec{R}_0=[x_o,\ y_o]$ через время T при компланарном барражировании определяется соотношениями

$$\Delta\dot{x}=0,\ \Delta\dot{y}=2\,\dot{y}_{\text{Т}},$$

где

$$\dot{y}_T=3y_oT(1-\cos T)/D,\ D=3T\sin T-8(1-\cos T).$$

Видно, что управляющий импульс должен прикладываться вдоль направления местной вертикали. Он имеет постоянную величину, определяемую периодом T и координатой точки зависания y_o, представляющей собой в орбитальной ОСК фактически разность высот орбит ПА и АА. При этом траектория барражирования описывается соотношениями

$$x=x_o+3y_o\{2(1-\cos T)[T(1-\cos T)-2\tau]+2T\sin T\sin\tau\}/D,$$
$$y=y_o\{3T[(1-\cos T)\sin\tau+\sin T\cos\tau]-8(1-\cos T)\}/D, \quad (5)$$

а ЭЗ на цикл барражирования и на виток вокруг центра планеты

$$V_{рб}=2|\dot{y}_T|,\ V_{рв}=4\pi|\dot{y}_T|\,/\,T. \quad (6)$$

Анализ формул (6) показывает, что ЭЗ при заданной разности высот y_o зависят только от периода T, а при заданной дальности R_o еще и от углового положения точки зависания, характеризуемого значением угла β_o. На рис. 1 представлены зависимости ЭЗ $\overline{V}_{рв}=V_{рв}/R_o=\overline{V}_{рв}(T)$, требуемых для осуществления барражирования в течение одного витка ПА, при различных угловых положениях точки зависания. Видно, что ЭЗ уменьшаются как с уменьшением угла β_o, так и с увеличением периода T, а при $T=2\pi$ в стационарном режиме барражирования они становятся равными нулю. Последнее объясняется тем, что при $T=2\pi$ траектория АА превращается в неподвижный относительно начала ОСК эллипс свободного ОД, центр которого лежит на оси x и имеет координаты $x=x_o$, $y=0$, большая полуось размером $2y_o$ ориентирована вдоль местного горизонта, а малая размером y_o – вдоль местной вертикали.

Уравнение этого эллипса в параметрическом задании

$$x=x_o+2y_o\sin\tau,\ y=y_o\cos\tau, \quad (7)$$

а начальные скорости, требуемые для движения по траектории (7), по оси x равна $2y_o$, а по оси y равна нулю.

Таким образом, с точки зрения уменьшения ЭЗ желательно увеличивать период T. Однако это приводит к росту размеров зоны барражирования, то есть к увеличению отклонений АА от заданной

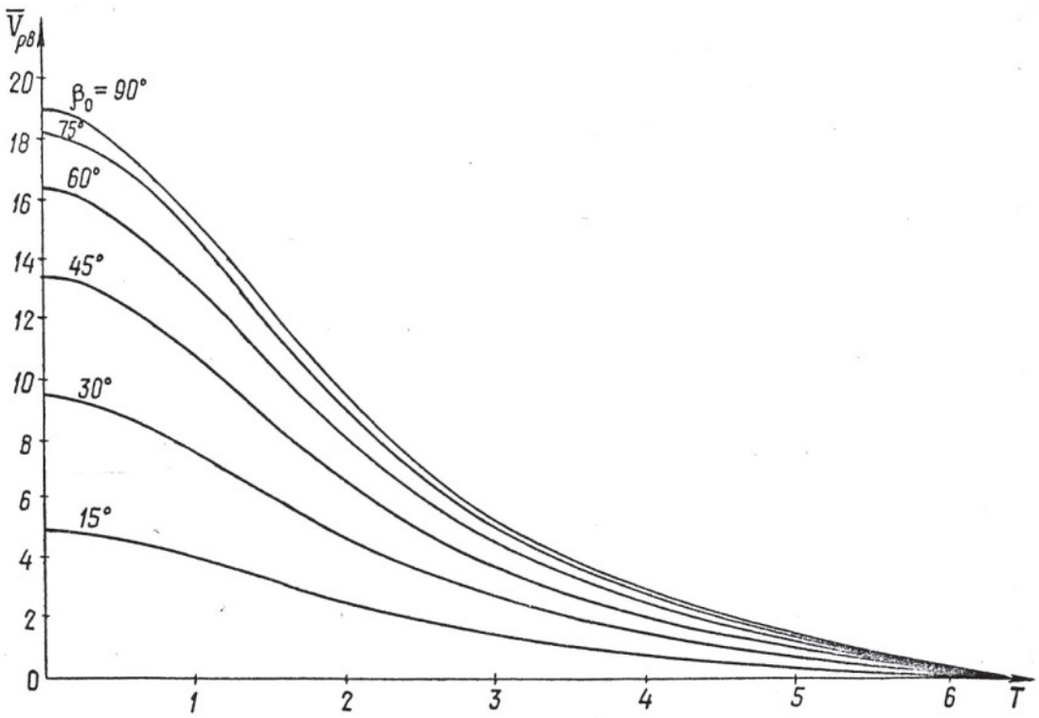

Рис. 1. Зависимость энергетических затрат на выполнение маневра от периода барражирования

2 2021.indd 167 06.07.2021 20:26:26

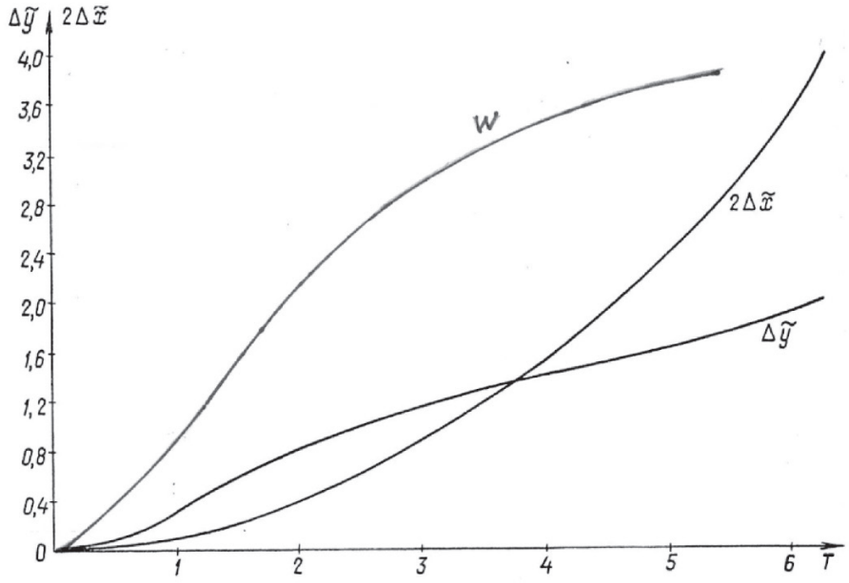

Рис. 2. Зависимость линейных размеров зоны барражирования от периода T

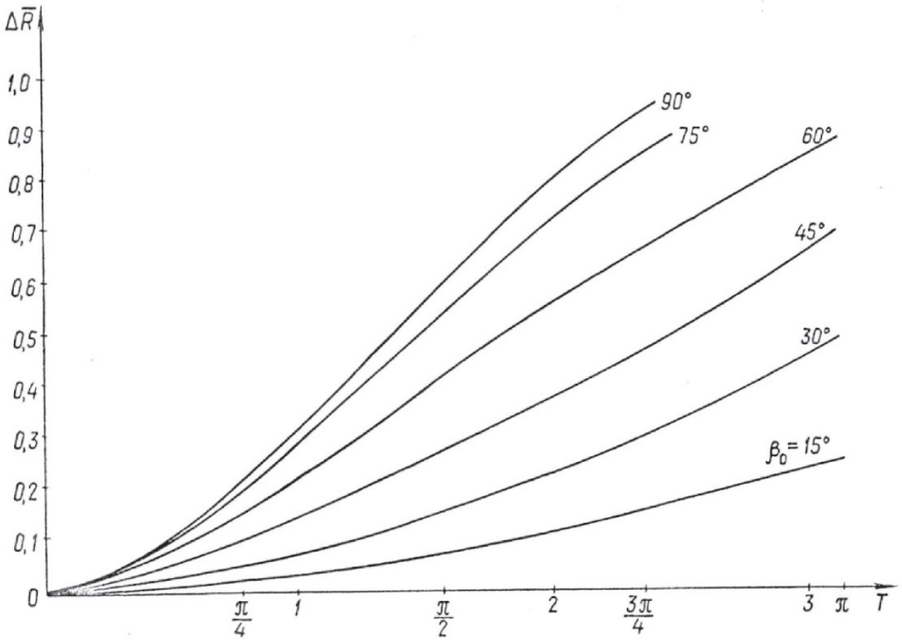

Рис. 3. Зависимость размеров зоны барражирования в полярных координатах от периода T

2 2021.indd 168 06.07.2021 20:26:26

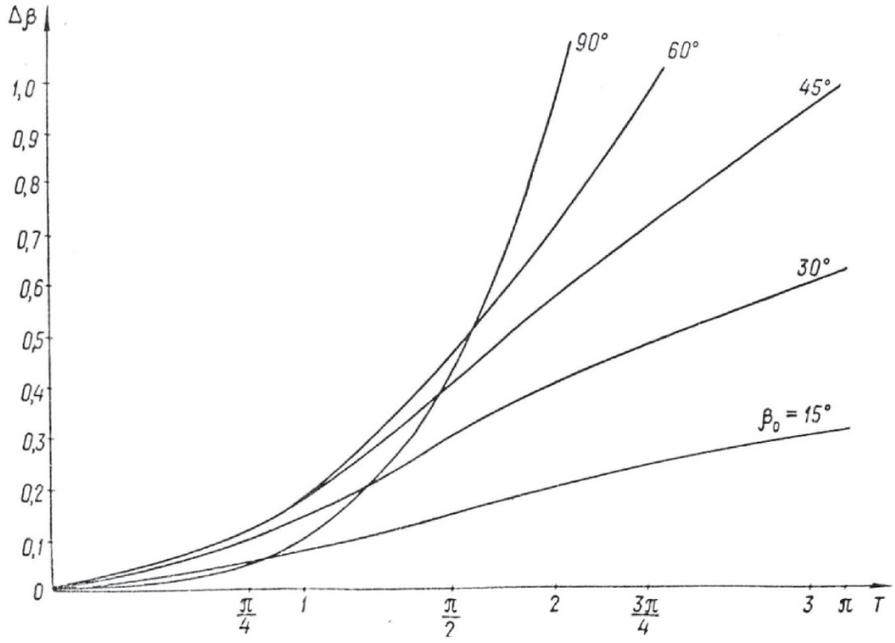

Рис. 3 (продолжение). Зависимость размеров зоны барражирования в полярных координатах от периода T

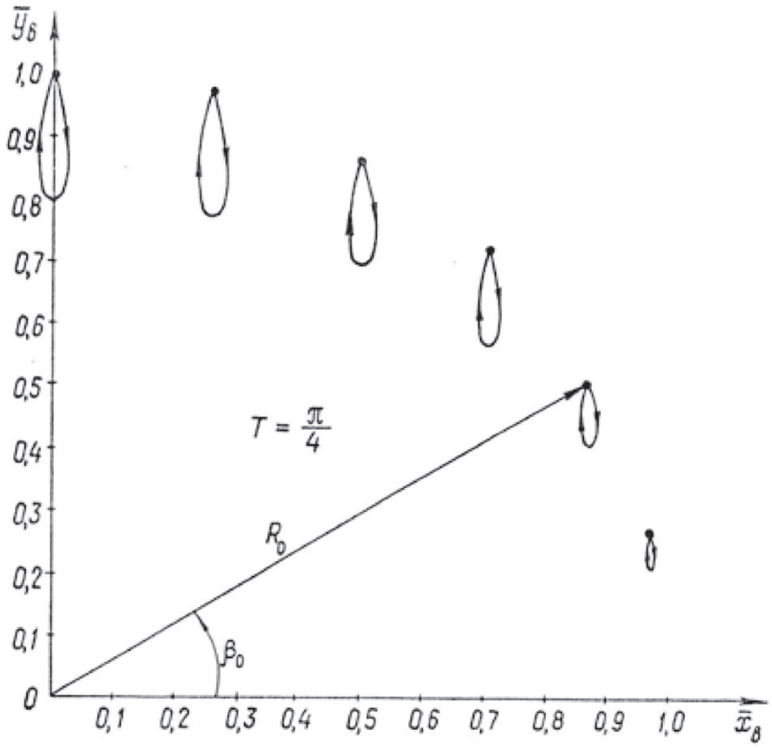

Рис. 4. Вид траекторий барражирования при T =π/4

2 2021.indd 169 06.07.2021 20:26:26

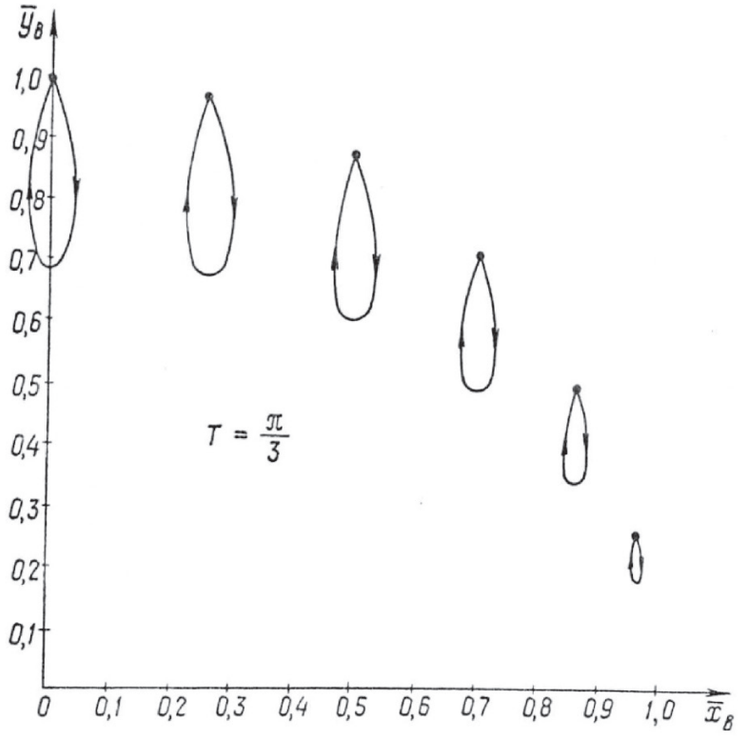

Рис. 5. Вид траекторий барражирования при T =π/3

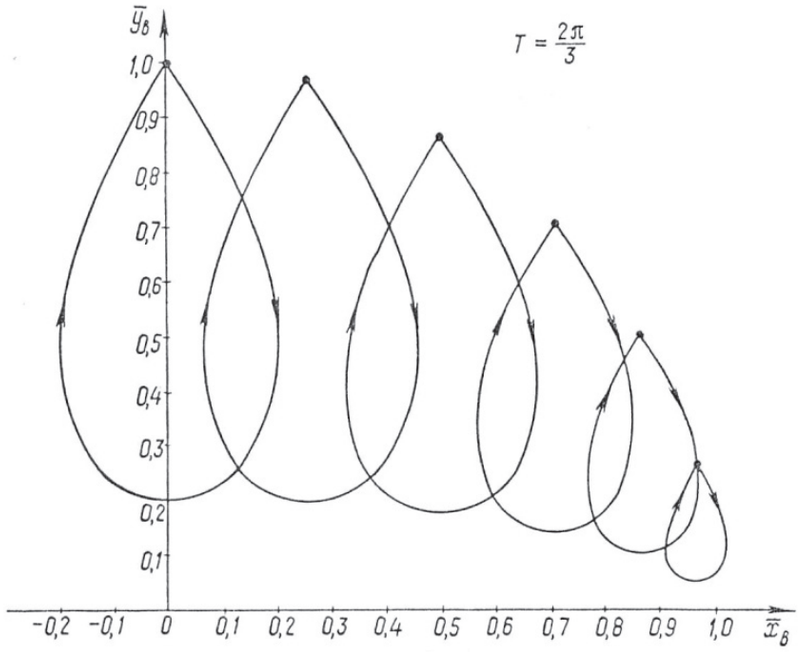

Рис. 6. Вид траекторий барражирования T =2π/3

2 2021.indd 170 06.07.2021 20:26:27

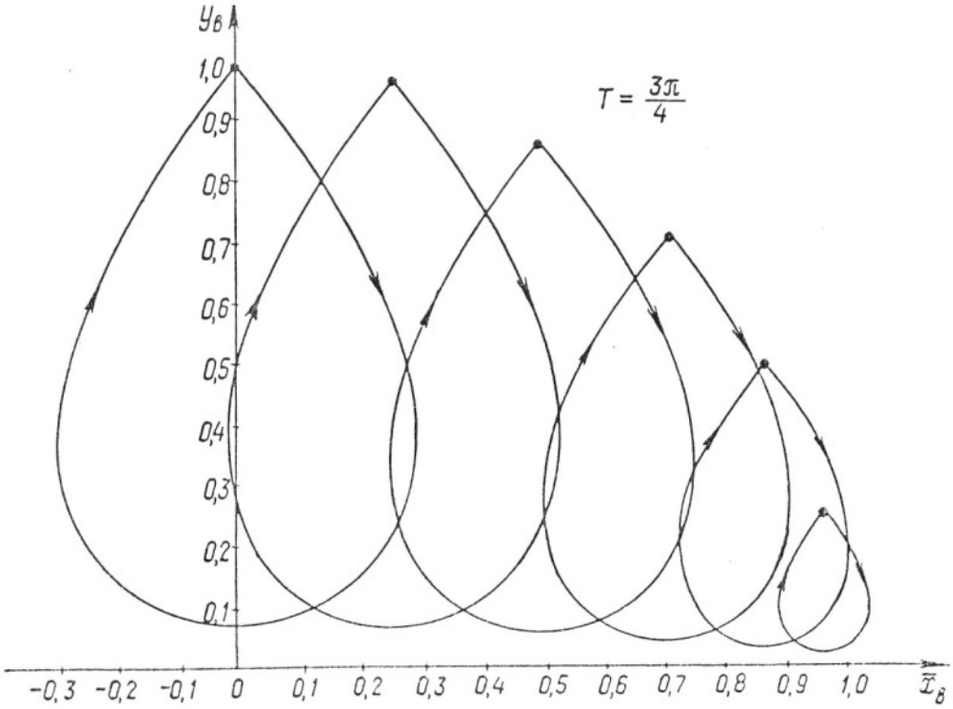

Рис. 7. Вид траекторий барражирования при T =3π/4

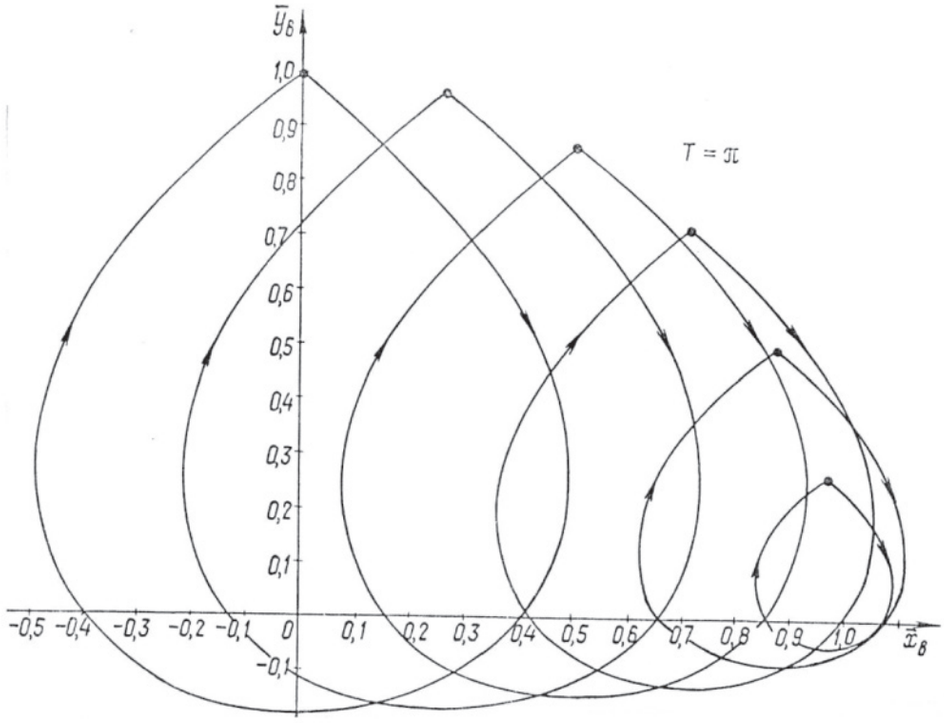

Рис. 8. Вид траекторий барражирования при T =π

2 2021.indd 171 06.07.2021 20:26:27

точки зависания. Для того чтобы оценить данное увеличение, найдем экстремальные значения $x_э$ и $y_э$, которые принимают координаты x и y на траектории барражирования. Решив уравнения $\dot{x}(\tau_{эх})=0$, $\dot{y}(\tau_{эу})=0$ относительно $\tau_{эх}$ и $\tau_{эу}$, а затем подставив найденные значения в уравнения (7), получим

$$\tau_{эх}=\mathrm{arctg}[-T^2\sin T\pm 2\{T^2 2(1-\cos T)-4(1-\cos T)^2\}^{1/2}/(0{,}5T^2-2)2(1-\cos T)],\quad \tau_{эу}=T/2, \tag{8}$$

$$x_э=x_o+3y_o\{2(1-\cos T)[T(1-\cos\tau_{эх})-2\tau_{эх}]+2T\sin T\sin\tau_{эх}\}/D,$$
$$y_э=y_o\{3T-8\sin T/2)/(3T\cos T/2-8\sin T/2).$$

На рис. 2. изображена зависимость максимальных линейных размеров зоны барражирования по вертикали $\Delta\tilde{y}=(y_э-y_o)/y_o$ и по горизонтали $2\Delta\tilde{x}=2(x_э-x_o)/y_o$ от величины периода T. Графики на рис. 3 иллюстрируют аналогичные зависимости при задании размеров зоны в полярных координатах $\Delta\overline{R}=(R_{max}-R_{min})/R_o$ и $\Delta\beta=\beta_{max}-\beta_{min}$. Кроме того, на рис. 2 показан график функции $W=W(T)=(V_p-V_{рб})/V_p$, позволяющий оценить насколько можно уменьшить ЭЗ при использовании метода с дискретным видом управляющих воздействий по сравнению с ранее рассмотренным методом, где эти воздействия непрерывны. На рис. 4–8 изображен вид траекторий для значений периода T и при различном угловом положении точки зависания и неизменной дальности до нее. Видно, что рост размеров зоны барражирования происходит не только при увеличении периода T, но и при увеличении разности высот орбит y_o, что эквивалентно возрастанию угла β_o при постоянной дальности R_o. Наибольшие размеры зоны имеют место при β_o = 90°, а наименьшие (нулевые) – при β_o = 0. Последнее объясняется тем, что при β_o = 0 точка зависания находится на одной орбите с ПА и необходимость в барражировании отпадает.

Анализируя графики и траектории на рис. 1–8, можно сделать вывод о том, что при использовании метода с дискретным видом управляющих воздействий целесообразно выбирать период барражирования в диапазоне 0,5...2. В этом случае имеют место приемлемые значения ЭЗ при сравнительно небольших отклонениях АА от точки зависания, а уменьшение этих затрат по сравнению с ЭЗ при непрерывном виде управляющих воздействий составляет соответственно от 5 до 50%. Кроме того, как для уменьшения отклонений, так и уменьшения ЭЗ можно рекомендовать задавать угловое положение точки зависания, близким к местному горизонту.

Согласно рис. 2 видно, что для рекомендуемых значений периода T отклонения по вертикали больше отклонений по горизонтали. Следовательно, они будут в основном определяться величиной $y_э$, которая в свою очередь, согласно соотношениям (8), зависит от периода T. Раскладывая входящие в состав этого соотношения функции $\sin T/2$, $\cos T/2$ в степенные ряды и ограничиваясь первыми тремя членами разложения, получим

$$T\approx 10\,[\,\tilde{y}_э+0{,}8\pm(1{,}53\,\tilde{y}_э^{\,2}+1{,}2\,\tilde{y}_э+0{,}45)^{1/2}]^{1/2}\,/\,(2+5{,}5\,\tilde{y}_э),$$
$$\tilde{y}_э=y_э/y_o. \tag{9}$$

Таким образом, задавшись линейным отклонением $y_э$, по соотношению (9) можно найти требуемый период T, а затем по формулам (6) рассчитать ЭЗ, необходимые для осуществления зависания. Другим путем определения периода и ЭЗ является использование данных, приведенных на рис. 2 и 3, а именно, выбрав положение точки зависания и задавшись величиной отклонений АА от нее, находим по этим графикам период T, а затем по графикам рис. 1 определяем требуемые ЭЗ.

Литература

1. Алексеев, К. Б. Маневрирование космических аппаратов / К.Б. Алексеев, Г.Г. Бебенин, В.А. Ярошевский. – М.: Машиностроение, 1970. – 416 с.

2. Балахонцев, В. Г. Сближение в космосе / В.Г. Балахонцев, В.А. Иванов, В.И. Шабанов. – М.: Воениздат, 1973. – 240 с.

3. Бебенин, Г. Г. Системы управления полетом космических аппаратов / Г.Г. Бебенин, Б.С. Скребушевский, Г.А. Соколов. – М.: Машиностроение, 1978. – 272 с.

4. Власов, С. А. Теория полета космических аппаратов / С.А. Власов, А.В. Кульвиц, А.Н. Скрипников. – СПб.: ВКА имени А. Ф. Можайского, 2018. – 412 с.

5. Гончаревский, В. С. Основы теории управления встречей на орбите / В.С. Гончаревский. – М.: Изд-во МО СССР, 1973. – 229 с.

6. Гончаревский, В. С. Радиоуправление сближением космических аппаратов / В.С. Гончаревский. – М.: Советское радио, 1976. – 240 с.

7. Гончаревский, В. С. Методы и алгоритмы управления относительным движением космических аппаратов / В.С. Гончаревский. – М.: Изд-во МО РФ, 1998. – 87 с.

8. Гончаревский, В. С. Групповой полет космических аппаратов / В.С. Гончаревский. – М.: Изд-во МО РФ, 2006. – 81 с.

9. Гончаревский, В. С. Импульсное управление облетом космических аппаратов / В.С. Гончаревский // Информация и Космос. – 2012. – № 2. – С. 72–76.

10. Ермилов, Ю. А. Управление сближением космических аппаратов / Ю.А. Ермилов, Е.Е. Иванова, С.В. Пантюшин. – М.: Наука, 1977. – 448 с.

11. Иванов, Н. М. Баллистика и навигация космических аппаратов / Н.М. Иванов, Л.Н. Лысенко. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. – 528 с.

12. Калинин, В. Н. Теория управления космическим аппаратом (на основе концепции активного объекта) / В.Н. Калинин. – СПб.: ВКА им. А.Ф. Можайского, 2014. – 182 с.

2 2021.indd 172 06.07.2021 20:26:41

13. Кубасов, В. Н. Методы сближения на орбите / В.Н. Кубасов, Г.Ю. Данков, Ю.П. Яблонько. – М.: Машиностроение, 1985. – 184 с.

14. Лебедев, А. А. Встреча на орбите / А.А. Лебедев, В.Б. Соколов. – М.: Машиностроение, 1969. – 368 с.

15. Моделирование управляемого движения космических аппаратов / В.С. Гончаревский [и др.]. – СПб.: ВКА им. А. Ф. Можайского, 2011. – 334 с.

16. Пономарев, В. М. Теория управления движением космических аппаратов / В.М. Пономарев. – М.: Наука, 1965. – 456 с.

17. Разыграев, А. П. Основы управления полетом космических аппаратов и кораблей / А.П. Разыграев. – М.: Машиностроение, 1977. – 472 с.

18. Титов, Г. С. Межорбитальные локальные маневры космических аппаратов / Г.С. Титов, В.А. Иванов, В.Л. Горьков. – М.: Машиностроение, 1982. – 246 с.

2 2021.indd 173 06.07.2021 20:26:42