## Комбинированный метод управления облетом космических аппаратов

## Combined method of controlling the flyby spacecraft

## Гончаревский / Goncharevsky V.

Вилен Степанович (vilenstepan@yandex.ru) доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники РФ. ФГБВОУ ВО «Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского» МО РФ, почетный профессор.

г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: взаимный маневр — mutual maneuver; относительная система координат — relative coordinate system; линия визирования — line of sight; энергетические затраты — power consumption.

В статье рассматривается метод выполнения облета космических аппаратов, в котором для управления поперечным относительным движением активного аппарата используется дискретный, а для корректирования продольного движения — непрерывный вид управляющих воздействий. Показано, что при облете по этому методу можно снизить величину энергетических затрат на осуществление маневра.

The article deals with the method of flight of spacecraft, in which the control of the transverse relative motion of the active apparatus is used discrete, and for the correction of longitudinal motion – a continuous type of control actions. It is shown that the flight by this method can reduce the amount of energy costs for the maneuver.

Облет является одной из разновидностей относительного или взаимного маневра космических аппаратов (КА). Его выполнение может потребоваться при решении целого ряда практических задач освоения и использования космического пространства: осуществление стыковки с орбитальными станциями и комплексами, оборудованными несколькими стыковочными узлами, спасение экипажей КА в аварийных ситуациях, опознавание и инспекция неизвестных космических объектов и др. В процессе облета маневрирующий (активный) аппарат (АА) должен перемещаться относительно пассивного аппарата (ПА) по траектории заданной формы, а следовательно, на кинематику относительного движения (ОД) аппаратов накладываются определенные ограничения. Так, при облете на постоянной относительной дальности R эти ограничения имеют вид нелинейных голономных связей типа  $r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = R^2$  где  $r_1, r_2, r_3$  – декартовы координаты АА в выбранной относительной системе координат

(ОСК)  $r_1r_2r_3$  с началом в центре масс ПА. Такие ограничения приводят к тому, что траектория маневра в ОСК  $r_1r_2r_3$  будет представлять собой окружность или ее отрезок, лежащий на сфере с радиусом R, т.е. ОД происходит по траектории, в каждой точке которой радиальная относительная скорость  $\dot{R}$  поддерживается равной нулю, следовательно, вектор скорости  $\dot{V}$  в каждый момент времени направлен по нормали к линии визирования (ЛВ), соединяющей центры масс аппаратов.

Введение рассмотренных ограничений превращает траекторию ОД в вынужденную, а следовательно, требует для ее реализации применения непрерывных во времени управляющих воздействий и использования методов управления относительно ЛВ. Все это увеличивает энергетические затраты (ЭЗ) на выполнение маневра по сравнению с методами свободных траекторий (МСТ), где такие ограничения отсутствуют. Однако заметим, что ограничения на вид траектории ОД, вводимые в методах управления относительно ЛВ, представляют собой фактически ограничения лишь на одну из двух его составляющих, т.е. на продольное (вдоль ЛВ) или на поперечное (по нормали к ЛВ) движение. Поэтому здесь принципиально вынужденным в процессе взаимного маневра (ВМ) является только одно из этих движений, второе может быть свободным. При выполнении маневра облета с использованием методов управления относительно ЛВ ограничения накладываются лишь на траекторию продольного движения, и следовательно, только этот вид движения является принципиально вынужденным. Поперечное движение может быть свободным. В связи с этим в данном случае целесообразно применить схему одно или двух импульсного МСТ для управления поперечным движением по нормали к ЛВ. Метод управления в таком случае будет представлять в определенном смысле некоторую комбинацию МСТ и методов управления относительно ЛВ, что позволит уменьшить ЭЗ на выполнение облета.

148

воздействий для такого комбинированного метода примем следующие исходные условия:

- 1. ПА вращается вокруг планеты по круговой орбите с постоянной угловой скоростью ю. АА выведен на компланарную орбиту, близкую к орбите ПА.
- 2. Движение АА рассматривается в визирной орбитальной ОСК, начало которой совпадает с центром масс ПА [1].
- 3.АА должен выполнить облет ПА на постоянной дальности R.
- 4.Для управления поперечным ОД используется дискретный, а для управления продольным ОД - непрерывный вид управляющих воздействий.

С учетом ограничений, накладываемых на кинематику ОД при выполнении облета на постоянной дальности, дифференциальные уравнения, описывающие это движение в визирной орбитальной ОСК, принимают в рассматриваемом случае вид [1]

$$\ddot{\beta} - 1,5\sin 2\beta = 0, \ \dot{\beta}^2 + 2\dot{\beta} + 3\sin^2\beta = \overline{u}_x,$$

где β - угол, характеризующий положение АА на круговой траектории облета (индекс « - « означает нормирование по дальности).

Первое уравнение системы (1), описывающее свободное поперечное ОД (свободное ОД по окружности радиуса  $R_0$ ), представляет собой однородное нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка. Отыскание точного аналитического решения такого уравнения наталкивается на серьезные математические трудности [2...4]. Для нахождения приближенного решения можно воспользоваться одним из методов

При решении задачи отыскания управляющих исследования нелинейных систем с одной степенью свободы, получившим название метода припасовывания. Этот метод является одним из наиболее точных методов изучения движения подобных систем [5]. Применение его в рассматриваемом случае особенно удобно, так как нелинейную функцию  $\sin 2\beta$ , входящую в первое уравнение системы (1), можно аппроксимировать кусочно-линейной ломаной, содержащей п звеньев, причем каждое из них представляет собой прямолинейный отрезок с угловым коэффициентом K, т.е.

$$\sin 2\beta \approx 2(K_i\beta + b_i), \tag{2}$$

где

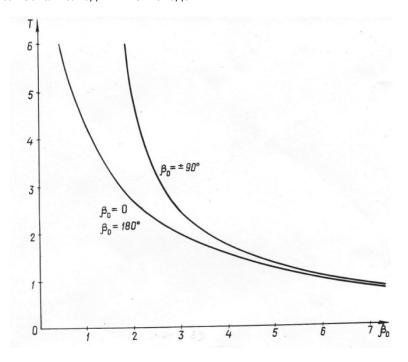
$$b_i = \sum_{i=1}^n (K_{i-1} - K_i)\beta_i, \quad \beta_{i-1} \le \beta \le \beta_i$$

Тогда свободное поперечное ОД можно описать системой из п ЛДУ, сменяющих друг друга, ибо каждому звену ломаной будет соответствовать участок круговой траектории облета  $\beta_{i-1} \le \beta \le \beta_i$ , на котором уравнение движения является линейным. Действительно, подставив формулу (2) в первое уравнение системы (1), получим соотношение  $\beta - 3K_i\beta = 2b_i$ , которое представляет собой nсменяющих друг друга ЛДУ второго порядка с постоянными коэффициентами, найти точное аналитическое решение которых уже не представляет трудностей. В зависимости от значения коэффициента K, эти решения имеют вид:

$$\beta = \beta_{i} \operatorname{ch} r_{i} \tau + \dot{\beta}_{i} \operatorname{sh} r_{i} \tau / r_{i} + 3b_{i} (\operatorname{ch} r_{i} \tau - 1) / r_{i}^{2}, \quad k_{i} > 0$$

$$\beta = \beta_{i} + \dot{\beta}_{i} \tau + 1, 5b_{i} \tau^{2}, \quad k_{i} = 0$$

$$\beta = \beta_{i} \cos r_{i} \tau + \dot{\beta}_{i} \sin r_{i} \tau / r_{i} - 3b_{i} (\cos r_{i} \tau - 1) / r_{i}^{2}, \quad k_{i} < 0$$



Puc. 1

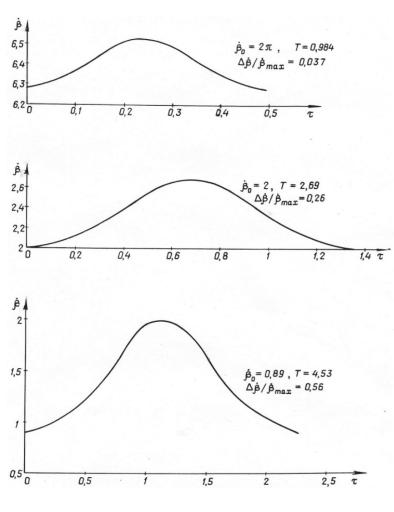
$$r_i = \left| \sqrt{3K_i} \right|, \, \beta_{i-1} \le \beta \le \beta_i.$$

Далее исследование свободного поперечного ОД можно производить следующим образом: задавшись начальными условиями по углу β и скорости β для какоголибо из n участков, находим интегральную кривую, соответствующую этим начальным условиям, затем определяем координату в и скорость в на границе с соседним участком траектории, на котором ОД описывается уже другим ЛДУ, а в качестве начальных условий для его решения берем значение вектора поперечного состояния на предыдущем участке и т.д. В результате, проводя такое последовательное припасовывание начальных условий, можно получить закон свободного поперечного ОД по круговой траектории облета ПА. Подставив затем этот закон во второе уравнение системы (1), найдем программу непрерывного управления продольным ОД, удерживающего АА на постоянной дальности в процессе облета ПА.

На рис.1 приведены зависимости времени полного облета от величины начальной скорости  $\dot{\beta}_0$  для ряда начальных угловых положений AA.

Эти зависимости получены в результате решения первого уравнения системы (1) методом припасовывания при аппроксимации функции sin2β кусочноломаной трапецеидальной формы с погрешностью аппроксимации не более 15...20%. Видно, что при  $\beta_0$  < 5 время облета T, в отличие от движения с постоянной угловой скоростью, увеличивается с уменьшением  $\dot{\beta}_0$ существенно нелинейно. По графикам можно, зная требуемое время облета, найти требуемую начальную скорость  $\dot{\beta}_{0T}$ , а, следовательно, и величину программного импульса управления  $\Delta \dot{\beta}_0 = \dot{\beta}_{0T} - \dot{\beta}_0$ , переводящего АА на круговую траекторию облета из положений, когда он находится либо непосредственно под или над ПА, либо на одной орбите – впереди или сзади ПА. Зависимости угловой скорости полного облета ПА от времени т на интервале  $0 \le \tau \le T/2$  при  $\beta_0 = 0$  или  $\beta_0 = 180^{\circ}$  и при различном Тизображены на рис. 2.

Видно, что максимальное значение скорости имеет место при  $\beta=\pm90^\circ$ . Видно также, что если T<2, то отклонение закона свободного ОД от закона ОД с постоянной угловой скоростью не превышает 15%, а при T<1-5%. Следовательно, при таких значениях T движение



Puc. 2

2 2020.indd 150

с постоянной скоростью будет близко к свободному поперечному ОД.

Суммарные ЭЗ при декартовом управлении в случае использования рассматриваемого комбинированного метода облета будут определяться соотношением

$$\overline{V}_{p2} = \overline{V}_{px} + \overline{V}_{py},$$

где

$$V_{px} = \int_{0}^{T} \left| u_{x} \right| d\tau, V_{py} = \left| \Delta \dot{\beta}_{0} \right|$$

Расчеты по этим соотношениям показывают, что использование комбинированного управления позволяет снизить 93 по сравнению, например, с непрерывным управлением, обеспечивающим облет  $\Pi A$  с постоянной угловой скоростью, рассмотренным в работе [6]. Это снижение увеличивается с ростом времени облета T. Так, например, при T=2,7 оно составляет примерно 15% от величины 93, имеющих место при комбинированном управлении. Таким образом, это позволяет сделать вывод о том, что с энергетической точки зрения применение дискретного вида управления для корректирования поперечного 0Д при осуществлении облета  $\Pi A$  является более целесообразным.

## Литература

1.Гончаревский, В. С. Методы и алгоритмы управления относительным движением космических аппаратов / В.С. Гончаревский. – МО РФ, 1998. – 87 с.

2. Гноенский, Л. С. Математические основы теории управляемых систем / Л.С. Гноенский, Г.А. Каменский, Л.С. Эльсгольц. – М.: Наука, 1969. – 512 с.

3. Карташев, А. П. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления / А.П. Карташев, Б.Л. Рождественский. – М.: Наука, 1976. – 256 с.

4. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения / Л.Э. Эльсгольц. – М.: Издательство ЛКИ, 2014. – 312 с.

5. Бутенин, Н. В. Введение в теорию нелинейных колебаний / Н.В. Бутенин, Ю.Н. Неймарк, Н.А. Фуфаев. – М.: Наука, 1976. – 384 с.

6. Гончаревский, В. С. Непрерывный метод управления облетом космических аппаратов / В.С. Гончаревский // Информация и Космос. — 2019. — № 2. — С. 136—138.