Методика уточнения дальности между геостационарными объектами в задаче предотвращения столкновений на основе ситуационного управления

Range clarification procedure between geostationary objects for collision avoidance tasks on the basis of situation analysis

Горбулин / Gorbulin V.
Владимир Иванович
(v_gorbulin@mail.ru)
доктор технических наук, профессор.
ФГБВОУ ВО «Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского» МО РФ
(ВКА имени А. Ф. Можайского),
профессор кафедры бортового электрооборудования и энергетических систем летательных аппаратов.
г. Санкт-Петербург

Котяшов / Kotyashov E.
Евгений Валериевич
(kev246@mail.ru)
кандидат технических наук.
ВКА имени А. Ф. Можайского,
докторант.
г. Санкт-Петербург

Кудинов / Kudinov M.
Михаил Георгиевич
(kudinov.m@gmail.com)
кандидат технических наук.
ВКА имени А. Ф. Можайского,
начальник научно-исследовательской лаборатории.
г. Санкт-Петербург

Чернявский / Chernyavsky V.
Владимир Александрович
(vladimirchernyavsky@yandex.ru)
кандидат технических наук.
ВКА имени А. Ф. Можайского,
начальник научно-исследовательской лаборатории.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: геостационарные объекты – geostationary objects; маневры космических аппаратов – spacecraft maneuvers; предотвращение столкновений – collision avoidance; математический аппарат псевдоэкватора – pseudo-equator math tool; межспутниковые измерения – intersatellite measurements.

В статье приводится методический подход уточнения параметров орбиты космического аппарата на геостационарной орбите в соответствии с получаемыми результатами межспутниковых измерений с использованием математического аппарата псевдоэкватора. Полученное решение позволяет выбирать стратегии проведения маневров космических аппаратов, движущихся по геостационарной орбите и находящихся в окрестности одной точки стояния, с целью предотвращения опасных сближений.

The article provides the methodological approach for clarification of spacecraft orbital parameters on the geostationary orbit according to the results of intersatellite measurements with the use of the math tool of pseudo-equator. The obtained solution allows choosing the strategy of spacecraft maneuvers following the geostationary orbit and being in the area of one station point in order to prevent dangerous approaches.

Введение

Уникальность геостационарной орбиты (ГСО) предопределила ее широкое применение для различных сфер потребления, что, в свою очередь, вызвало потребность размещения на ней и в ее окрестности большого количества космических аппаратов (КА). В настоящее время на ГСО находятся более 1000 космических объектов, и, по прогнозам специалистов, количество их будет только возрастать.

В силу высокой востребованности ГСО были выработаны международные соглашения, согласно которым заинтересованным государствам выделены секторы удержания КА на орбите (так называемые точки стояния). Сектор удержания КА на ГСО характеризуется долготой центра и размером ячейки – 0,1 градуса, что составляет порядка 73 км по длине дуги. Загруженность ГСО диктует потребность размещения в окрестности одной точки стояния нескольких КА, возможно даже различного целевого назначения. Размещение нескольких спутников в одной точке стояния получило название коллокация КА. Близкое расположение КА на орбитах с практически совпадающими параметрами приводит к повышению вероятности их столкновения и возникновения опасных ситуаций. Опасные сбли-

4 2019 □□□□□□.indd 55 25.12.2019 11:51:51

жения возможно предотвратить, выполняя защитное (упреждающее) маневрирование путем группового (кооперируемого) или индивидуального (независимого) управления КА. В сравнении с традиционной схемой расчета управляющих воздействий в данном случае имеется ряд особенностей поведения соседних КА: неполнота (неопределенность) описания движения КА вследствие непредсказуемого (несогласованного) управления, нечетко формализуемая цель процесса управления, высокая динамичность объекта управления. Перечисленные особенности несут признаки ситуационного и итерационно-терминального управления [1]. В данной работе рассматривается индивидуальное управление КА на ГСО на основе ситуационного управления, которое включает в себя выполнение маневров по удержанию КА в окрестности точки стояния и маневры по предотвращению опасных сближений с КА, располагающимися на близких орбитах. Основной информационной составляющей при формировании ситуационного управления КА является величина дальности до других КО на ГСО.

Для безопасной эксплуатации нескольких КА, расположенных в одной точке стояния, по оценкам [2] необходимо знать их относительное положение с погрешностью не более 150 м (однако не абсолютные координаты каждого спутника, а именно относительное положение, которое может довольно точно и независимо определяться по специальным дифференциальным измерениям) [3].

В статье представлена методика уточнения дальности между дополнительно выведенным в точку стояния КА (КА2) и геостационарным КА (КА1).

Для формализации постановки задачи целесообразно ввести следующие понятия и определения.

Пороговая дальность – минимальное значение дальности между КА2 и КА1 в текущий момент времени, при котором считается, что угрозы их столкновения не существует.

Критическая ситуация – событие достижения локального минимума функции дальности между КА2 и КА1 в окрестности точки стояния.

Глубина прогноза – интервал времени, на который осуществляется прогноз возникновения критических ситуаций.

Опасное сближение – критическая ситуация, при которой расстояние между КА2 и КА1 становится менее пороговой.

Общая постановка задачи

Определение дальности до орбитального объекта является важной составляющей в стратегии управления КА на ГСО. Так, в процессе движения КА2 с одной стороны не должен выходить за пределы окрестности точки стояния, с другой – дальность до КА1, находящегося в окрестности этой точки стояния, не должна быть менее пороговой, которая, в свою очередь, не может быть принята постоянной. В первую очередь это обусловлено погрешностью определения векторов текущего состояния КА1 и КА2, а также целым рядом возмущающих факторов [2].

Относительное движение КА1 и КА2 в окрестности точки стояния имеет достаточно сложный характер, а соответственно, изменение дальности между ними также представляет собой сложную зависимость от времени и их текущих параметров движения. Для принятия решения о совершении корректирующего маневра во избежание столкновения необходимо оценить, насколько прогнозируемая дальность может соответствовать ее действительному значению. На основе полученной оценки делается вывод, является ли критическая ситуация опасной, и принимается решение о необходимости выполнения корректирующего манёвра.

Формирование необходимых условий выполнения корректирующего манёвра в таком виде позволяет перейти от анализа текущей обстановки к заблаговременному предотвращению опасных сближений. Кроме того, такой подход позволяет значительно упростить поиск моментов времени начала и окончания маневрирования.

Исходя из введенных определений критической ситуации и пороговой дистанции, можно сформулировать условие безопасного полёта КА2 следующим образом – на заданной глубине прогнозирования все критические ситуации не должны быть опасными, то есть:

$$l_i \geq l_{\min} + \Delta l_i = l_{\text{порог}},$$

$$l_i = L(t_i, q_{0\_KA1}, q_{0\_KA2}),$$

$$\Delta l_i = \Phi(t_i, \Delta q_{0\_KA1}, \Delta q_{0\_KA2}, l_i),$$

где l_i – прогнозируемое значение дальности до ГКА на момент времени i-ой критической ситуации;

Δl_i – оценка дисперсии дальности для i-ой критической ситуации;

$l_{\min}$ – минимальное допустимое значение дальности до КА1, при которой объекты не столкнутся;

q_{0_KA1}, q_{0_KA2} – оценки векторов текущего состояния КА1 и КА2 соответственно на начальный момент времени;

Δq_{0_KA1}, Δq_{0_KA2} – отклонения векторов текущего состояния КА1 и КА2 соответственно на начальный момент времени.

Значение $l_{\min}$ является постоянным и выбирается исходя из габаритов КА1 $l_{\max}^{KA1}$ и КА2 $l_{\max}^{KA2}$:

$$l_{\min} = l_{\max}^{KA1} + l_{\max}^{KA2}.$$

Интерпретация относительного движения космических объектов с помощью математического аппарата псевдоэкватора

Анализ основных путей решения данной задачи показал, что для вывода аналитических выражений

4 2019 .indd 56 25.12.2019 11:51:51

расчета дальности до орбитального объекта целесообразно использовать математический аппарат псевдоэкватора.

Суть этого аппарата заключается в том, что для двух космических аппаратов, расположенных на круговых орбитах одной высоты, плоскости орбит которых заданы прямыми восхождениями восходящих узлов Ω_1, Ω_2 и наклонениями плоскостей орбит к экватору i_1, i_2, а начальное положение КА1 и КА2 – аргументами широты u_{01}, u_{02}, существует такая плоскость, называемая псевдоэкватором, проходящая через центр Земли, для которой справедливы следующие утверждения:

– углы i_1^*, i_2^* между плоскостями орбит и псевдоэкватором равны между собой;

– в некоторый момент времени t_0^* КА1 и КА2 окажутся в плоскости псевдоэкватора в своих восходящих узлах относительно этой плоскости.

Геометрическая интерпретация плоскости псевдоэкватора показана на рис. 1.

Из рис. 1 следует, что линия визирования между космическими аппаратами всегда параллельна плоскости псевдоэкватора, а расстояние от плоскости псевдоэкватора до линии визирования изменяется по синусоидальному закону: в первую четверть периода оно возрастает, во вторую четверть – уменьшается до нуля и т.д.

Расстояние между КА1 и КА2, наоборот, имеет максимальное значение, когда они находятся на псевдоэкваторе, и минимальное – через четверть периода. Изменение этого расстояния носит также колебательный характер. Линия визирования осуществляет вращательное движение вокруг оси, перпендикулярной плоскости псевдоэкватора.

Таким образом, движение в околоземном космическом пространстве любых двух объектов по круговым орбитам, имеющим одинаковый период обращения, можно рассматривать от момента t_0^*, когда они одновременно окажутся на псевдоэкваторе. Естественно, в любой последующей момент времени они будут находиться на одинаковом угловом расстоянии от псевдоэкватора (на псевдошироте), а разница между их текущими псевдодолготами будет постоянной. Кроме того, линия визирования будет всегда параллельна плоскости псевдоэкватора и будет совершать вращательное движение вокруг оси, перпендикулярной этой плоскости; расстояние между КА максимально на псевдоэкваторе, а минимально – через четверть витка.

Методика уточнения дальности между геостационарными объектами

Пусть на момент $t_{ср}$ заданы (точно) параметры орбиты и положение на ней второго КА $Q_{КА_2}$, а параметры орбиты первого спутника известны приблизительно и подлежат уточнению, причем его положение характеризуется вектором $\tilde{\boldsymbol{q}}_{КА_1}^T = [\tilde{r}_1, \tilde{V}_{r1}, \tilde{V}_{\tau 1}, \tilde{u}_{ср1}^*, \tilde{\gamma}, \tilde{U}_{ср1}^*]$ (здесь обозначено: ^{T} – знак транспонирования матрицы, $\tilde{r}_1$ –

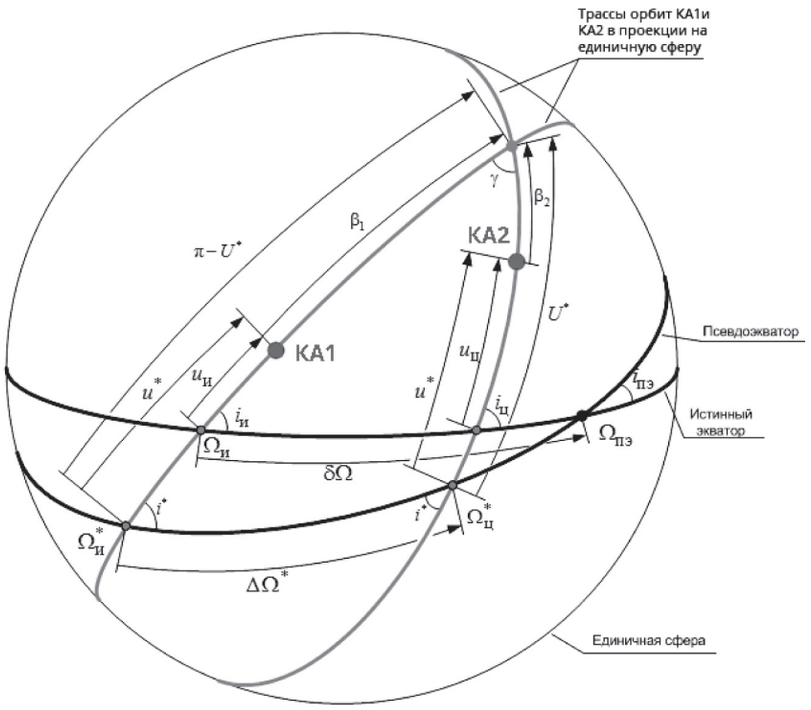

Рис. 1. Геометрическая интерпретация плоскости псевдоэкватора

4-2019 ..... .indd 57 25.12.2019 11:51:52

модуль радиуса-вектора, $\widetilde{V}_{r1}$, $\widetilde{V}_{\tau 1}$ – радиальная и трансверсальная составляющие вектора скорости соответственно, $\widetilde{\gamma}$ – угол между плоскостями орбит, $\widetilde{U}^*_{\text{ср }1}$ – угловое расстояние на момент $t_{\text{ср}}$ от плоскости псевдоэкватора до точки пересечения плоскостей орбит рассматриваемых КА на восходящих участках, $\widetilde{u}^*_{\text{ср}1}$ – угловое расстояние на момент $t_{\text{ср}}$ от восходящего узла орбиты относительно плоскости псевдоэкватора до текущего положения первого КА). Пусть расчетные значения дальностей определяются величинами $\widetilde{L}_{\text{А}}, \widetilde{L}_{\text{Б}}, \widetilde{L}_{\text{В}}, \widetilde{L}_{\text{Г}}, \widetilde{L}_{\text{Д}}, \widetilde{L}_{\text{Е}}$, которые отличаются от измеренных значений на некоторые невязки $\Delta L_{\text{А}}, \Delta L_{\text{Б}}, \Delta L_{\text{В}}, \Delta L_{\text{Г}}, \Delta L_{\text{Д}}, \Delta L_{\text{Е}}$:

$$L_{\text{А}} = \widetilde{L}_{\text{А}} + \Delta L_{\text{А}}, \quad L_{\text{Б}} = \widetilde{L}_{\text{Б}} + \Delta L_{\text{Б}},$$
$$L_{\text{В}} = \widetilde{L}_{\text{В}} + \Delta L_{\text{В}}, \quad L_{\text{Г}} = \widetilde{L}_{\text{Г}} + \Delta L_{\text{Г}},$$
$$L_{\text{Д}} = \widetilde{L}_{\text{Д}} + \Delta L_{\text{Д}}, \quad L_{\text{Е}} = \widetilde{L}_{\text{Е}} + \Delta L_{\text{Е}}.$$

Требуется определить такое приращение $\Delta\widetilde{\boldsymbol{q}}_{\text{KA}_1}$ вектора состояния $\widetilde{\boldsymbol{q}}_{\text{KA}_1}$ КА1 в момент $t_{\text{ср}}$, т.е. приращения $\Delta r_{1\,\text{ср}}, \Delta V_{r1\,\text{ср}}, \Delta V_{\tau 1\,\text{ср}}, \Delta u^*_{1\,\text{ср}}, \Delta\gamma_{\text{ср}}, \Delta U^*_{1\,\text{ср}}$ (т.е. $\Delta\widetilde{\boldsymbol{q}}_{\text{KA}_1} = \left[\Delta r_{1\,\text{ср}}, \Delta V_{r1\,\text{ср}}, \Delta V_{\tau 1\,\text{ср}}, \Delta u^*_{1\,\text{ср}}, \Delta\gamma_{\text{ср}}, \Delta U^*_{1\,\text{ср}}\right]^T$), чтобы расчетные значения дальностей:

$$\breve{L}(t) = \breve{L}(\widetilde{\boldsymbol{q}}_{\text{KA}_1}(t) + \Delta\widetilde{\boldsymbol{q}}_{\text{KA}_1}(t_{\text{ср}}),\ Q_{\text{KA}_2}(t)) = \breve{L}(\boldsymbol{q}_{\text{KA}_1}(t),\ Q_{\text{KA}_2}(t)),$$

при $t = t_{\text{А}}$, $t = t_{\text{Б}}, t = t_{\text{В}}, t = t_{\text{Г}}, t = t_{\text{Д}}, t = t_{\text{Е}}$ соответствовали измеренным значениям $L_{\text{А}}, L_{\text{Б}}, L_{\text{В}}, L_{\text{Г}}, L_{\text{Д}}, L_{\text{Е}}$ соответственно. Иными словами, требуется разрешить систему из шести уравнений с шестью неизвестными следующего вида:

$$\begin{cases} \breve{L}_{A} = \breve{L}(\boldsymbol{q}_{KA_1}(t_{A}),\ Q_{KA_2}(t_{A})) = L_{A}, \\ \breve{L}_{Б} = \breve{L}(\boldsymbol{q}_{KA_1}(t_{Б}),\ Q_{KA_2}(t_{Б})) = L_{Б}, \\ \breve{L}_{B} = \breve{L}(\boldsymbol{q}_{KA_1}(t_{B}),\ Q_{KA_2}(t_{B}) = L_{B}, \\ \breve{L}_{Г} = \breve{L}(\boldsymbol{q}_{KA_1}(t_{Г}),\ Q_{KA_2}(t_{Г})) = L_{Г}, \\ \breve{L}_{Д} = \breve{L}(\boldsymbol{q}_{KA_1}(t_{Д}),\ Q_{KA_2}(t_{Д})) = L_{Д}, \\ \breve{L}_{E} = \breve{L}(\boldsymbol{q}_{KA_1}(t_{E}),\ Q_{KA_2}(t_{E})) = L_{E}. \end{cases} \quad (1)$$

Для разрешения представленной системы уравнений целесообразно воспользоваться кеплеровскими законами, описывающими движение тела в притягивающем центре, теорией малых приращений и особенностями динамики псевдоэкватора и движения двух спутников относительно псевдоэкватора.

В любой момент времени модули r_1, r_2 радиусов-векторов двух КА, линейная L и угловая ρ дальности между спутниками связаны соотношением:

$$L^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2\cdot r_1\cdot r_2\cdot\cos\rho = r_1^2 + r_2^2 - 2\cdot r_1\cdot r_2\cdot l, \quad (2)$$

где $l = \cos\rho$.

Анализ этого соотношения показывает, что в любой момент времени приращение значений дальности L (вследствие варьирования фазовых координат КА1 в момент $t_{\text{ср}}$) обеспечивается за счет изменения величин r_1, l, т.к. $r_2 = \text{const}$,

$$\Delta L = \frac{\partial L}{\partial r_1}\cdot\Delta r_1 + \frac{\partial L}{\partial l}\cdot\Delta l = \frac{1}{L}\cdot\left((r_1 - r_2\cdot l)\cdot\Delta r_1 - r_1\cdot r_2\cdot\Delta l\right). \quad (3)$$

В свою очередь, приращения Δr_1, Δl можно найти следующим образом:

$$\Delta r_1(t) = \frac{\partial r_1(t)}{\partial r_{1\,\text{ср}}}\cdot\Delta r_{1\,\text{ср}} + \frac{\partial r_1(t)}{\partial V_{r1\,\text{ср}}}\cdot\Delta V_{r1\,\text{ср}} + \frac{\partial r_1(t)}{\partial V_{\tau 1\,\text{ср}}}\cdot\Delta V_{\tau 1\,\text{ср}} + \frac{\partial r_1(t)}{\partial u^*_{1\,\text{ср}}}\cdot\Delta u^*_{1\,\text{ср}} + \frac{\partial r_1(t)}{\partial\,\gamma_{\text{ср}}}\cdot\Delta\gamma_{\text{ср}} + \frac{\partial r_1(t)}{\partial U^*_{1\,\text{ср}}}\cdot\Delta U^*_{1\,\text{ср}}, \quad (4)$$

$$\Delta l(t) = \frac{\partial l(t)}{\partial r_{1\,\text{ср}}}\cdot\Delta r_{1\,\text{ср}} + \frac{\partial l(t)}{\partial V_{r1\,\text{ср}}}\cdot\Delta V_{r1\,\text{ср}} + \frac{\partial l(t)}{\partial V_{\tau 1\,\text{ср}}}\cdot\Delta V_{\tau 1\,\text{ср}} + \frac{\partial l(t)}{\partial u^*_{1\,\text{ср}}}\cdot\Delta u^*_{1\,\text{ср}} + \frac{\partial l(t)}{\partial\,\gamma_{\text{ср}}}\cdot\Delta\gamma_{\text{ср}} + \frac{\partial l(t)}{\partial U^*_{1\,\text{ср}}}\cdot\Delta U^*_{1\,\text{ср}}. \quad (5)$$

Если ввести следующие обозначения функций, их значений, векторов и матриц:

$$M(t) = \frac{r(t)_1 - r_2(t)\cdot l(t)}{L(t)},$$

$$N(t) = \frac{r_1(t)\cdot r_2(t)}{L(t)},$$

$$P_1(t) = \frac{\partial r_1(t)}{\partial r_{1\,\text{ср}}}, \quad P_2(t) = \frac{\partial r_1(t)}{\partial V_{r1\,\text{ср}}}, \quad P_3(t) = \frac{\partial r_1(t)}{\partial V_{\tau 1\,\text{ср}}},$$

$$P_4(t) = \frac{\partial r_1(t)}{\partial u^*_{1\,\text{ср}}}, \quad P_5(t) = \frac{\partial r_1(t)}{\partial\,\gamma_{\text{ср}}}, \quad P_6(t) = \frac{\partial r_1(t)}{\partial U^*_{1\,\text{ср}}},$$

$$S_1(t) = \frac{\partial l(t)}{\partial r_{1\,\text{ср}}}, \quad S_2(t) = \frac{\partial l(t)}{\partial V_{r1\,\text{ср}}}, \quad S_3(t) = \frac{\partial l(t)}{\partial V_{\tau 1\,\text{ср}}},$$

$$S_4(t) = \frac{\partial l(t)}{\partial u^*_{1\,\text{ср}}}, \quad S_5(t) = \frac{\partial l(t)}{\partial\,\gamma_{\text{ср}}}, \quad S_6(t) = \frac{\partial l(t)}{\partial U^*_{1\,\text{ср}}},$$

$$m_1 = M(t_{\text{А}}), \quad m_2 = M(t_{\text{Б}}), \quad m_3 = M(t_{\text{В}}),$$
$$m_4 = M(t_{\text{Г}}), \quad m_5 = M(t_{\text{Д}}), \quad m_6 = M(t_{\text{Е}}),$$
$$n_1 = N(t_{\text{А}}), \quad n_2 = N(t_{\text{Б}}), \quad n_3 = N(t_{\text{В}}),$$
$$n_4 = N(t_{\text{Г}}), \quad n_5 = N(t_{\text{Д}}), \quad n_6 = N(t_{\text{Е}}),$$
$$p_{i1} = P_i(t_{\text{А}}), \quad p_{i2} = P_i(t_{\text{Б}}), \quad p_{i3} = P_i(t_{\text{В}}), \quad p_{i4} = P_i(t_{\text{Г}}),$$
$$p_{i5} = P_i(t_{\text{Д}}), \quad p_{i6} = P_i(t_{\text{Е}}),$$
$$s_{i1} = S_i(t_{\text{А}}), \quad s_{i2} = S_i(t_{\text{Б}}), \quad s_{i3} = S_i(t_{\text{В}}), \quad s_{i4} = S_i(t_{\text{Г}}),$$
$$s_{i5} = S_i(t_{\text{Д}}), \quad s_{i6} = S_i(t_{\text{Е}}), \quad i = \overline{1,6}$$

4 2019 ..... .indd 58 25.12.2019 11:51:56

$$f_{11}=\frac{\partial L(t_1)}{\partial r_{1\text{ср}}}=m_1\cdot p_{11}+n_1\cdot s_{11},\quad f_{12}=\frac{\partial L(t_1)}{\partial V_{r1\text{ср}}}=m_1\cdot p_{21}+n_1\cdot s_{21},$$

$$f_{13}=\frac{\partial L(t_1)}{\partial V_{\tau1\text{ср}}}=m_1\cdot p_{31}+n_1\cdot s_{31},\quad f_{14}=\frac{\partial L(t_1)}{\partial u^*_{1\text{ср}}}=m_1\cdot p_{41}+n_1\cdot s_{41},$$

$$f_{15}=\frac{\partial L(t_1)}{\partial \gamma_{\text{ср}}}=m_1\cdot p_{51}+n_1\cdot s_{51},\quad f_{16}=\frac{\partial L(t_1)}{\partial U^*_{1\text{ср}}}=m_1\cdot p_{61}+n_1\cdot s_{61},$$

…

$$f_{61}=\frac{\partial L(t_1)}{\partial r_{1\text{ср}}}=m_1\cdot p_{16}+n_1\cdot s_{16},\quad f_{62}=\frac{\partial L(t_1)}{\partial V_{r1\text{ср}}}=m_1\cdot p_{26}+n_1\cdot s_{26},$$

$$f_{63}=\frac{\partial L(t_1)}{\partial V_{\tau1\text{ср}}}=m_1\cdot p_{36}+n_1\cdot s_{36},\quad f_{64}=\frac{\partial L(t_1)}{\partial u^*_{1\text{ср}}}=m_1\cdot p_{46}+n_1\cdot s_{46},$$

$$f_{65}=\frac{\partial L(t_1)}{\partial \gamma_{\text{ср}}}=m_1\cdot p_{56}+n_1\cdot s_{56},\quad f_{66}=\frac{\partial L(t_1)}{\partial U^*_{1\text{ср}}}=m_1\cdot p_{66}+n_1\cdot s_{66},$$

$$F_{[6,6]}=\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{16}\\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{26}\\ \dots & \dots & & \dots\\ f_{61} & f_{62} & \dots & f_{66}\end{bmatrix},$$

$$\Delta\tilde{\boldsymbol{q}}_{\text{KA}_1\langle6\rangle}=\left[\Delta r_{1\text{ср}},\Delta V_{r1\text{ср}},\Delta V_{\tau1\text{ср}},\Delta u^*_{1\text{ср}},\Delta\gamma_{\text{ср}},\Delta U^*_{1\text{ср}}\right]^T,$$

$$\lambda_1=\Delta L_{\text{А}},\lambda_2=\Delta L_{\text{Б}},\lambda_3=\Delta L_{\text{В}},\lambda_4=\Delta L_{\Gamma},\lambda_5=\Delta L_{\text{Д}},\lambda_6=\Delta L_{\text{Е}},$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_{\langle6\rangle}=\left[\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4,\lambda_5,\lambda_6\right]^T,$$

то систему уравнений (1) с учетом (3), (4), (5) можно записать в виде следующего векторного уравнения:

$$\boldsymbol{\Lambda}_{\langle6\rangle}=F_{[6,6]}\cdot\Delta\tilde{\boldsymbol{q}}_{\text{KA}_1\langle6\rangle}.$$

Из этого уравнения искомые приращения $\Delta\tilde{\boldsymbol{q}}_{\text{KA}_1\langle6\rangle}$ параметров орбиты КА определяются по формуле:

$$\Delta\tilde{\boldsymbol{q}}_{\text{KA}_1\langle6\rangle}=F^{-1}_{[6,6]}\cdot\boldsymbol{\Lambda}_{\langle6\rangle}. \tag{6}$$

Для поиска частных производных

$$\frac{\partial r_1(t)}{\partial r_{1\text{ср}}},\ \frac{\partial r_1(t)}{\partial V_{r1\text{ср}}},\ \frac{\partial r_1(t)}{\partial V_{\tau1\text{ср}}},\ \frac{\partial r_1(t)}{\partial u^*_{1\text{ср}}},\ \frac{\partial r_1(t)}{\partial\gamma_{\text{ср}}},\ \frac{\partial r_1(t)}{\partial U^*_{1\text{ср}}},$$

входящих в правую часть выражений (4) и (6), удобно воспользоваться законами орбитального движения в виде годографа скорости, потребной для перелета из точки в точку [3]

$$\frac{r_{1\text{ср}}}{r_1(t)}\cdot V^2_{\tau1\text{ср}}=V^2_{\tau1\text{ср}}\cdot\cos\Delta u-\frac{\mu}{r_{1\text{ср}}}+\frac{\mu}{r_{1\text{ср}}}\cdot\cos\Delta u-$$

$$-V_{r1\text{ср}}\cdot V_{\tau1\text{ср}}\cdot\sin\Delta u, \tag{7}$$

где $r_{1\text{ср}}$ – модуль радиуса-вектора КА1 на момент $t_{\text{ср}}$,

$r_1(t)$ – модуль радиуса-вектора КА1 на текущий момент времени t,

$V_{\tau1\text{ср}}$, $V_{r1\text{ср}}$ – составляющие вектора скорости КА1 на момент времени $t_{\text{ср}}$,

Δu угловая дальность перелета КА1 за интервал времени $t-t_{\text{ср}}$.

Из выражения (7) следует, что текущее значение $r_1(t)$ зависит только от параметров $r_{1\text{ср}}$, $V_{r1\text{ср}}$, $V_{\tau1\text{ср}}$ и не зависит от $\Delta u^*_{1\text{ср}}$, $\Delta\gamma_{\text{ср}}$, $\Delta U^*_{1\text{ср}}$. Поэтому соответствующие частные производные тождественно равны нулю:

$$\frac{\partial r_1(t)}{\partial u^*_{1\text{ср}}}=0,\ \frac{\partial r_1(t)}{\partial\gamma_{\text{ср}}}=0,\ \frac{\partial r_1(t)}{\partial U^*_{1\text{ср}}}=0. \tag{8}$$

Остальные искомые производные получаются после дифференцирования выражения (7):

$$\frac{\partial r_1(t)}{\partial r_{1\text{ср}}}=\frac{r_1(t)}{r_{1\text{ср}}}-\frac{\mu\cdot(1-\cos\Delta u)\cdot r_1^2(t)}{V^2_{r1\text{ср}}(t)\cdot r^3_{1\text{ср}}},$$

$$\frac{\partial r_1(t)}{\partial V_{r1\text{ср}}}=\frac{r_1^2(t)}{r_{1\text{ср}}}\cdot\frac{\sin\Delta u}{V_{\tau1\text{ср}}}, \tag{9}$$

$$\frac{\partial r_1(t)}{\partial V_{\tau1\text{ср}}}=\frac{r_1(t)}{r_{1\text{ср}}\cdot V^2_{\tau1\text{ср}}}\cdot\left[2\cdot V_{\tau1\text{ср}}\cdot\left(\frac{r_{1\text{ср}}}{r_1(t)}-1\right)+V_{r1\text{ср}}\cdot\sin\Delta u\right].$$

Учитывая, что $r_{1\text{ср}}\approx r_1(t)$, и малость величины Δu, выражения (9) для расчета частных производных можно упростить следующим образом:

$$\frac{\partial r_1(t)}{\partial r_{1\text{ср}}}\cong 1,\quad \frac{\partial r_1(t)}{\partial V_{r1\text{ср}}}\cong\Delta t=t-t_{\text{ср}},$$

$$\frac{\partial r_1(t)}{\partial V_{\tau1\text{ср}}}\cong\frac{V_{r1\text{ср}}\cdot\Delta t}{V_{\tau1\text{ср}}}. \tag{10}$$

Для поиска частных производных

$$\frac{\partial l(t)}{\partial r_{1\text{ср}}},\ \frac{\partial l(t)}{\partial V_{r1\text{ср}}},\quad \frac{\partial l(t)}{\partial V_{\tau1\text{ср}}},\quad \frac{\partial l(t)}{\partial u^*_{1\text{ср}}},\ \frac{\partial l(t)}{\partial\gamma_{\text{ср}}},\ \frac{\partial l(t)}{\partial U^*_{1\text{ср}}},$$

входящих в правую часть выражений (4) и (6), удобно воспользоваться уравнением:

$$l=\cos\rho=-\sin^2\frac{\gamma}{2}\cdot\cos(2\cdot u^*)-\cos^2\frac{\gamma}{2}\cdot\cos(2\cdot U^*), \tag{11}$$

где γ – угол некомпланарности между плоскостями орбит.

На малых интервалах времени справедливы выражения:

4-2019 □□□□□□.indd 59 25.12.2019 11:52:02

$$u^* = u_0^* + \omega \cdot (t - t_0), \quad \omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \tag{12}$$

$$U^* = U_0^* + W \cdot (t - t_0), \; W = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}, \tag{13}$$

где ω_1, ω_2 – мгновенные значения угловых скоростей вращения КА1 и КА2 по орбите.

После дифференцирования выражения (11) с учетом (12), (13) при $t_0 = t_{\text{ср}}$ получается:

$$\frac{\partial l(t)}{\partial r_{1\,\text{ср}}} = -\frac{V_{\tau_1} \cdot \Delta t}{r_{\text{ср}}^2} \cdot \sin^2\frac{\gamma}{2} \cdot \sin(2 \cdot u^*), \; \frac{\partial l(t)}{\partial V_{r1\,\text{ср}}} = 0,$$

$$\frac{\partial l(t)}{\partial V_{\tau 1\,\text{ср}}} = \frac{\Delta t}{r_{1\,\text{ср}}} \cdot \left(\sin^2\frac{\gamma}{2} \cdot \sin(2 \cdot u^*) - \cos^2\frac{\gamma}{2} \cdot \sin(2 \cdot U^*) \right),$$

$$\frac{\partial l(t)}{\partial u_{1\,\text{ср}}^*} = 2 \cdot \sin^2\frac{\gamma}{2} \cdot \sin(2 \cdot u^*),$$

$$\frac{\partial l(t)}{\partial\, \gamma_{\text{ср}}} = 2 \cdot \sin\gamma \cdot \sin(u_{\text{ср}}^* + U_{\text{ср}}^* + 2 \cdot \omega_2 \cdot \Delta t) \cdot$$

$$\cdot \sin(u_{\text{ср}}^* - U_{\text{ср}}^* + 2 \cdot \omega_1 \cdot \Delta t), \tag{14}$$

$$\frac{\partial l(t)}{\partial U_{1\,\text{ср}}^*} = 2 \cdot \cos^2\frac{\gamma}{2} \cdot \sin(2 \cdot U^*),$$

где $\Delta t = t - t_{\text{ср}}$.

Таким образом, полученная система шести линейных уравнений (6) в совокупности с аналитическими выражениями для расчета частных производных (8–14) позволяют уточнять параметры орбиты КА в соответствии с получаемыми результатами межспутниковых измерений.

Заключение

Методика уточнения дистанции до орбитального объекта с использованием математического аппарата псевдоэкватора позволяет строить эффективные численно-аналитические алгоритмы, которые могут быть реализованы при формировании управления движением космических аппаратов на ГСО. Полученное решение позволяет выбирать стратегии проведения маневров КА, движущихся по геостационарной орбите и находящихся в окрестности одной точки стояния с целью предотвращения опасных сближений.

Литература

1. Поспелов, Д. А. Ситуационное управление: теория и практика / Д.А. Поспелов. – М.: Наука, 1986. – 288 с.

2. Sawada, F. Near-Miss Analysis for Non-coordinated, Co-located Geosynchronous Satellites / F. Sawada, S. Kawase // 7th Workshop on Astrodynamics and Flight Mechanics, ISAS, Sagamihara, July, 1997.

3. Современные технологии навигации геостационарных спутников / Ю.М. Урличич [и др.]. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 271 с.

4 2019 □□□□□.indd 60 25.12.2019 11:52:03