Определение минимальной стоимости обслуживания измерительной системы из двух звеньев при нечетко заданном коэффициенте готовности

Determination of the minimum cost of maintenance of the measuring system of the two links with a fuzzy given readiness index

Смагин / Smagin V.
Владимир Александрович
(va_smagin@mail.ru)
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки и техники РФ.
ФГБВОУ ВО «Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского» МО РФ
(ВКА им. А. Ф. Можайского),
профессор кафедры метрологического обеспечения вооружения, военной и специальной техники.
г. Санкт-Петербург

Усиков / Usikov V.
Валентин Дмитриевич
(usikov_1989@list.ru)
ВКА им. А. Ф. Можайского,
адъюнкт кафедры метрологического обеспечения вооружения, военной и специальной техники.
г. Санкт-Петербург

Лавров / Lavrov R.
Роман Олегович
(9432923@mail.ru)
кандидат технических наук, доцент.
ВКА им. А. Ф. Можайского,
заместитель начальника кафедры метрологического обеспечения вооружения, военной и специальной техники.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: коэффициент готовности – readiness index; неопределенный множитель Лагранжа – Lagrange's indefinite multiplier; система – system; оптимизация – optimization; обстановка – situation.

В работе предлагается решение обратной задачи определения максимума коэффициента готовности измерительной системы, состоящей из двух последовательно соединенных элементов, при ограничении на стоимость, которая была задана нечёткой симметричной гладкой функцией принадлежности. Целью работы является определение минимальной стоимости двухзвенной измерительной системы при нечётко заданном коэффициенте готовности. Решение данной задачи позволит оптимизировать затраты на системы, в которых коэффициент готовности меняется в зависимости от обстановки.

A solution to the inverse problem of determining the maximum readiness index of the measuring system consisting of two series-connected elements with a restriction on cost, which was given by a fuzzy symmetric smooth membership function, is proposed in the article. The aim of the work is to determine the minimum cost of a two-element measuring system with a fuzzy given readiness index. The solution of this problem will optimize the cost for the systems in which the readiness index varies depending on the situation.

Введение

Одним из важных направлений в науке является решение различных прикладных задач, связанных с исследованием оптимальных процессов в условиях, когда отдельные параметры – аргументы этих функций и процессов представляются в виде нечётких множеств.

В статье предложено решение обратной задачи определения максимума коэффициента готовности измерительной системы, состоящей из двух последовательно соединённых элементов при ограничении на стоимость, которая была задана нечёткой симметричной гладкой функцией принадлежности, решенная в статье [1]. При решении обратной задачи определяется минимальная стоимость двухзвенной измерительной системы при нечётко заданном коэффициенте готовности. Сама задача решается традиционным методом неопределенного множителя Лагранжа [2].

Решение подобных задач особенно актуально в современных условиях мирового экономического кризиса и развёртывания гонки вооружения между ведущими мировыми державами. Современное вооружение, военная и специальная техника за последние десятилетия суще-

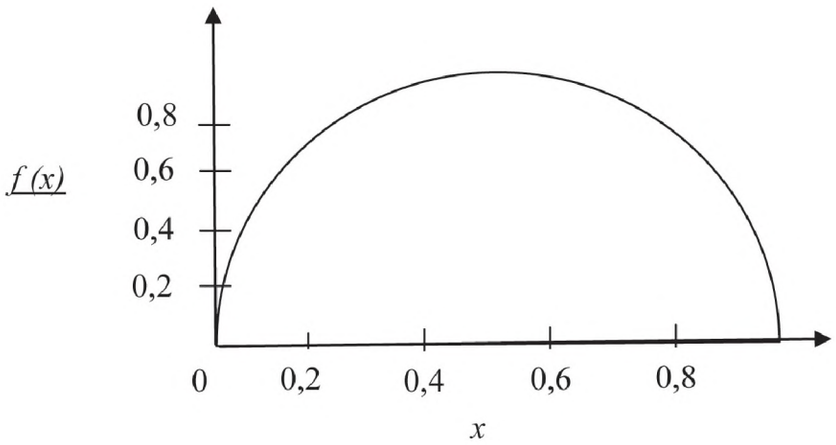

Рис. 1. График непрерывной гладкой функции коэффициента готовности

ственно усложнились и, как следствие, значительно выросли затраты на их содержание и обслуживание [6–12]. Чтобы снизить нагрузку на экономику страны, необходимо решать задачи, которые помогут предотвратить неоправданные траты на системы, выполняющие дублирование основных средств и их коэффициент готовности меняется в зависимости от обстановки.

Решение задачи в нечёткой постановке

Функция принадлежности коэффициента готовности $\mu(Kg)$ задана непрерывной гладкой функцией, $\mu(Kg) = 4Kg(1-Kg)$, $x = Kg$, на интервале [0,1], показанной на рис. 1.

Для перехода к дискретной форме записи введём исходную функцию Лагранжа, которая для задачи минимизации будет представлена в следующем виде:

$$L(q1,q2,\gamma) = c1\cdot q1 + c2\cdot q2 + \gamma\left(Kg - \frac{q1\cdot\mu1}{q1\cdot\mu1+\lambda1}\cdot\frac{q2\cdot\mu2}{q2\cdot\mu2+\lambda2}\right). \quad (1)$$

Для перехода к дискретной форме записи введём:

$$Kg = 0, 0.1..1.0; \frac{d}{dx}\Phi(x) \to \Delta(x); i = 0,1..10;$$
$$Kg_i = i\cdot\delta; \mu_i = 4\cdot Kg_i(1-Kg_i).$$

Запишем уравнение (1) в виде зависимости от Kg:

$$R(Kg) = c1\cdot q1 + c2\cdot q2 + \gamma\left(Kg - \frac{q1\cdot\mu1}{q1\cdot\mu1+\lambda1}\cdot\frac{q2\cdot\mu2}{q2\cdot\mu2+\lambda2}\right). \quad (2)$$

Тогда, применяя символьное решение, получим следующие пошаговые уравнения для нахождения совокупности отдельных оптимальных решений методом неопределённого множителя Лагранжа:

$$R(Kg) \to \begin{pmatrix} \gamma\left(0 - \frac{\mu1q1\cdot\mu2q2}{(\mu1q1+\lambda1)(\mu2q2+\lambda2)}\right) + c1q1 + c2q2 \\ \gamma\left(0.1 - \frac{\mu1q1\cdot\mu2q2}{(\mu1q1+\lambda1)(\mu2q2+\lambda2)}\right) + c1q1 + c2q2 \\ \gamma\left(0.2 - \frac{\mu1q1\cdot\mu2q2}{(\mu1q1+\lambda1)(\mu2q2+\lambda2)}\right) + c1q1 + c2q2 \\ \gamma\left(0.3 - \frac{\mu1q1\cdot\mu2q2}{(\mu1q1+\lambda1)(\mu2q2+\lambda2)}\right) + c1q1 + c2q2 \\ \gamma\left(0.4 - \frac{\mu1q1\cdot\mu2q2}{(\mu1q1+\lambda1)(\mu2q2+\lambda2)}\right) + c1q1 + c2q2 \\ \gamma\left(0.5 - \frac{\mu1q1\cdot\mu2q2}{(\mu1q1+\lambda1)(\mu2q2+\lambda2)}\right) + c1q1 + c2q2 \\ \gamma\left(0.6 - \frac{\mu1q1\cdot\mu2q2}{(\mu1q1+\lambda1)(\mu2q2+\lambda2)}\right) + c1q1 + c2q2 \\ \gamma\left(0.7 - \frac{\mu1q1\cdot\mu2q2}{(\mu1q1+\lambda1)(\mu2q2+\lambda2)}\right) + c1q1 + c2q2 \\ \gamma\left(0.8 - \frac{\mu1q1\cdot\mu2q2}{(\mu1q1+\lambda1)(\mu2q2+\lambda2)}\right) + c1q1 + c2q2 \\ \gamma\left(0.9 - \frac{\mu1q1\cdot\mu2q2}{(\mu1q1+\lambda1)(\mu2q2+\lambda2)}\right) + c1q1 + c2q2 \\ \gamma\left(1.0 - \frac{\mu1q1\cdot\mu2q2}{(\mu1q1+\lambda1)(\mu2q2+\lambda2)}\right) + c1q1 + c2q2 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Далее для выполнения численных расчётов используем исходные данные:

$$\mu1 = 1h^{-1}, \mu2 = 0.5h^{-1}, \lambda1 = 0.01h^{-1}, \lambda2 = 0.05h^{-1},$$
$$c1 = 0.5\,ед., c2 = 0.7\,ед.$$

Пусть требуется установить $Kg = K_0 = 0.836$ и определить необходимые стоимостные затраты. Для нахождения ответа применим уравнение:

2-2019.indd 69 14.06.2019 16:50:52

Таблица 1

Результаты решения пошаговых уравнений методом неопределенного множителя Лагранжа

Kg^*	$q1^*$	$q2^*$	γ^*
0.05	0.933×10^{-3}	0.012	0.18
0.1	0.014	0.021	0.173
0.2	0.023	0.04	0.196
0.3	0.034	0.064	0.244
0.4	0.046	0.095	0.323
0.5	0.063	0.138	0.459
0.6	0.083	0.202	0.71
0.7	0.128	0.308	1.256
0.8	0.207	0.52	2.816
0.9	0.445	1.154	11.247
1.0	4.713	12.559	1.124×10^3

$$L(q1,q2,\gamma)=c1q1+c2q2+\gamma(K_0-\frac{\mu1q1}{\mu1q1+\lambda1}\cdot\frac{\mu2q2}{\mu2q2+\lambda2}). \quad (4)$$

Обозначим:

$$A(q1,q2,\gamma)=\frac{\partial}{\partial q1}L(q1,q2,\gamma),\quad B(q1,q2,\gamma)=\frac{\partial}{\partial q2}L(q1,q2,\gamma),$$

$$C(q1,q2,\gamma)=\frac{\partial}{\partial\gamma}L(q1,q2,\gamma),$$

и составим систему уравнений $A(q1,q2,\gamma)=0$, $B(q1,q2,\gamma)=0$, $C(q1,q2,\gamma)=0$. Далее, применяя операторы *Given* и $Find(q1,q2,\gamma)$, найдём численные результаты для указанных символов: $q1^*=0.26, q2^*=0.659, \gamma^*=4.185$. Подставляя эти значения в необходимые выражения, найдём требуемое значения величины коэффициента готовности $Kg^*=\frac{q1^*\mu1}{q1^*\mu1+\lambda1}\cdot\frac{q2^*\mu2}{q2^*\mu2+\lambda2}=0.836$; и минимальной затраченной стоимости на его достижение $C^*=c1\cdot q1^*+c2\cdot q2^*=0.591$ *ед*.Решение всех уравнений в соответствии с (3) даёт возможность построить функции принадлежности для показателей $q1^*, q2^*, \gamma^*$. Результаты уравнений сведены в таблицу 1.

Анализ результатов

На рис. 2 представлены графики функций принадлежности, из которых следует что единичные значения переменных $q1^*\approx 0.26$, $q2^*\approx 0.659$. Это означает, что при нечётком симметричном ограничении на величину коэффициента готовности Kg с максимальным значением 0.836, совпадающим со значением чёткого ограничения, результаты решения обеих задач практически остаются неизменными. Области изменения обеих переменных $q1^*, q2^*<1$. Это отвечает тому, что реальные значения достоверностей контроля, имеющих вероятностные выражения, не должны превосходить единицы. В отличие от статьи [1] здесь не имеется ограничений правильности необходимых исходных данных при постановке обратной задачи. Поэтому полученные результаты корректны в области максимальных значений функций принадлежности определяемых аргументов. Что касается функции принадлежности неопределённого множителя Лагранжа, то она также в области рассматриваемых решений не требует более точного представления с точки зрения её гладкости. При других значениях данных более точное представление этой функции может быть достигнуто выбором соответствующего шага дискретности в решении задачи.

Заключение

Наряду со статьями [1, 6–12] в данной статье дополнительно предпринята попытка применения метода неопределённых множителей Лагранжа к решению обратной задачи условной оптимизации функции в предположении, что величина ограничения, наложенного на величину целевой функции – коэффициента готовности, – задана нечётко с определённой функцией принадлежности.

Решение основано на использовании свойства фильтрации функции Лагранжа одномерной дельта-функцией равноотстоящих значений аргумента функции принадлежности вероятностного ограничения. Резуль-

2-2019.indd 70 14.06.2019 16:59:58

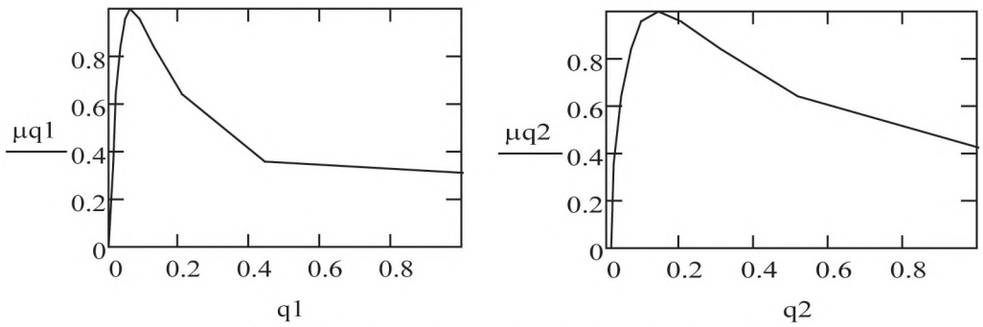

Рис. 2. Графики функций принадлежности q^1 и q^2

таты фильтрации далее используются для нахождения значений аргументов минимизируемого стоимостного ограничения в обычном представлении. Это позволяет построить функции принадлежности всех аргументов и сделать заключение о влиянии на решение нечёткого вероятностного ограничения.

Исследование выполнено на примере минимизации стоимости обеспечения заданной готовности двухзвенной измерительной системы с контролем восстановительной работоспособности звеньев [13–15]. Результат исследования получен только для гладкой симметричной функции принадлежности. Он подтвердил правомочность предложенного подхода. На наш взгляд, предложенный метод может быть распространён на более сложные системы, с более сложными функциями принадлежности.

Литература

1. Смагин, В. А. Решение задачи на условный экстремум при нечётком ограничении / В.А. Смагин // АВТ. – 2011. – № 2. – С. 29–35.

2. Ramali, A. Method for Solving Fussy Nonlinear Equation / A. Ramali, V.L. Abdullah, Mamat M. Broyden`s – Hindawi Publishing Corporation Advances in Fussy Systems, 2010. – 6 p.

3. Новиков, А. Н. Обоснование критериев отнесения технических средств к средствам измерения военного назначения / А.Н. Новиков, Я.Н. Гусеница, Г.И. Афонин // Вопросы оборонной техники. – 2018. – № 7–8 – С. 97–105.

4. Лавров, Р. О. Сравнительный анализ методов ослабления влияния отражений звуковой волны при градуировке приемников звука в воздушной среде по свободному полю / Р.О. Лавров, Ю.А. Кувыкин // T-Comm Телекоммуникации и транспорт. – 2018. – Т. 12. – С. 41–45.

5. Кравцов, А. Н. Подход к оперативному контролю качества компонентов жидкого ракетного топлива при долгосрочном хранении в резервуарах на заправочных станциях / А.Н. Кравцов, А.Ю. Величко, В.Д. Усиков // Наукоемкие технологии в космических исследованиях Земли. – 2018. – Т. 10, № 1. – С. 29–39.

6. Новиков, А. Н. Алгоритм определения вариантов структуры системы передачи единиц величин с заданными ограничениями / А.Н. Новиков, В.А. Смагин, О.А. Ширямов // Труды Военно-космической академии имени А.Ф.Можайского. – 2018. – Вып. 660. – С. 89–99.

7. Новиков, А. Н. О подходе к обеспечению метрологической надежности эргатических систем управления / А.Н. Новиков, В.А. Смагин // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2018. – Вып. 2. – С. 464–477.

8. Смагин, В. А. Способ оптимизации стоимостных затрат при построении измерительной системы / В.А. Смагин, О.А. Ширямов // Труды III всероссийской научно-практической конференции «Проблемы технического обеспечения войск в современных условиях», 2018.– С.195–199.

9. Смагин, В. А. Информационный подход оценивания точности метрологических систем / В.А. Смагин, Р.О. Лавров, А.И. Пихтов // Информация и Космос. – 2010. – № 1. – С. 42–44.

10. Расчёт показателя вероятности выполнения измерительной задачи информационно-измерительной системой с временной избыточностью / В.А. Смагин [и др.] // Наукоемкие технологии в космических исследованиях земли. – 2017. – Т. 9, № 4. – С. 42–47.

11. Смагин, В. А. Модель двумерной функции принадлежности при наличии корреляции свойств системы / В.А. Смагин, Я.Н. Гусеница, С.А. Шерстобитов // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. – 2017. – Т. 1, № 3 (31). – С. 45–49.

12. Смагин, В. А. Оценивание длительности и количества информационной работы в цикле управляющей сети / В.А. Смагин, С.А. Шерстобитов // Информация и Космос. – 2016. – № 1. – С. 75–79.

13. Новиков, А. Н. Задание границ области дрейфа метрологических характеристик бортовых измерительных систем космических аппаратов / А.Н. Новиков, С.В. Пузанков // Наукоемкие технологии в космических исследованиях Земли. – 2016. – Т. 8, № 2. – С. 26–31.

14. Лесун, И. В. Основные направления развития метрологического обеспечения вооружения и военной техники / И.В. Лесун // Оборонный комплекс Российской Федерации: состояние и перспективы развития. – 2011. – Т. 7. – С. 447–454.

15. Миронов, Е. А. Разработка моделей процесса эксплуатации оборудования систем связи с учетом старения / Е.А. Миронов, И.В. Мищенко, С.А. Платонов // T-Comm Телекоммуникации и транспорт. – 2018.– Т. 12, № 6.– С. 41–45.

2-2019.indd 71 14.06.2019 16:50:54