Программы полярного управления относительным движением при неизменной ориентации космических аппаратов

Software for polar control of relative motion at constant orientation of spacecraft

Гончаревский / Goncharevsky V.
Вилен Степанович
(vilenstepan@yandex.ru)
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки и техники РФ.
ФГБВОУ ВО «Военно-космическая академия
имени А. Ф. Можайского» МО РФ,
почетный профессор.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: взаимный маневр – mutual maneuver; относительное движение – relative motion; программа управления – control software.

В статье рассматриваются вопросы отыскания программ полярного управления относительным движением космических аппаратов, которые позволяют выполнить взаимный маневр при неизменной ориентации активного аппарата. В результате решения краевых задач для дифференциальных уравнений, описывающих относительное движение, найдены управляющие воздействия, требуемые для осуществления отдельных разновидностей маневра. Получены соотношения, позволяющие оценить энергозатраты на их выполнение.

The article deals with the issues of searching software for polar control of spacecraft relative motion enabling to perform a mutual maneuver at constant orientation of an active craft. As a result of solving boundary value problems for differential equations describing relative motion, control actions required to perform certain types of maneuver have been found. Relations enabling estimation of energy consumption for their implementation have been obtained.

В работе [1] получены программы управления относительным движением (ОД) космических аппаратов (КА), которые задают величину постоянных управляющих ускорений, создаваемых отдельными двигателями управляющей двигательной установки (ДУ) активного аппарата (АА) при декартовом управлении. Анализ этих программ показывает, что, если в системе управления АА используется ДУ, построенная по более экономичной полярной схеме, то направление создаваемого ею постоянного ускорения в опорной относительной системе координат (ОСК) может быть различным. Следовательно, для реализации управления может потребоваться различная ориентация корпуса АА в этой ОСК.

Задача ориентации АА в произвольном направлении в процессе взаимного маневра (ВМ) представляет собой достаточно сложную техническую проблему. Решение ее существенно упрощается, если это направление совпадает с одной из осей опорной ОСК.

Рассмотрим задачу отыскания программ полярного управления ВМ для данного случая. При решении этой задачи примем следующие исходные условия.

1. Пассивный аппарат (ПА), относительно которого осуществляет ВМ активный аппарат, вращается вокруг планеты по круговой орбите с постоянной угловой скоростью ω. АА перед началом ВМ перемещается по компланарной орбите, близкой к орбите ПА.

2. Движение центра масс АА рассматривается в ОСК $r_1r_2r_3$, начало которой совпадает с центром масс ПА. Ориентация и угловая стабилизация строительных осей КА осуществляется в этой ОСК.

3. Условия выполнения ВМ таковы, что для описания ОД можно воспользоваться линейной динамической моделью [2].

4. Ограничения на вид программной траектории ОД при выполнении ВМ отсутствуют.

5. Время выполнения маневра T задается перед его началом.

6. Модуль полярного управления u – постоянная величина, т.е. $u = const$.

С учетом перечисленных условий для отыскания искомых программ полярного управления можно воспользоваться полученными в работе [1] векторно-матричными соотношениями, имеющими вид (1). Эти соотношения представляют собой решение краевой задачи для неоднородной системы линейных дифференциальных уравнений (ЛДУ) с постоянными коэффициентами и постоянными правыми частями, соответствующей используемой динамической модели ОД [3–5].

$$\vec{R} = \Phi_{11}\vec{R}_0 + \Phi_{12}\vec{V}_0 + F_1\vec{u},$$
$$\vec{V} = \Phi_{21}\vec{R}_0 + \Phi_{22}\vec{V}_0 + F_2\vec{u},$$

$$F_1 = \Phi_{11}F_{12} + \Phi_{12}F_{22}, \quad F_2 = \Phi_{21}F_{12} + \Phi_{22}F_{22}, \qquad (1)$$

$$F_{12} = \int_{\tau_0}^{\tau} L_{12}(\nu,\tau_0)d\nu, \quad F_{22} = \int_{\tau_0}^{\tau} L_{22}(\nu,\tau_0)d\nu,$$

где $\vec{R} = \begin{vmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{vmatrix}$ – вектор относительной дальности,

$\vec{V} = \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{vmatrix}$ – вектор относительной скорости,

$\vec{R}_0, \vec{V}_0$ – значения этих векторов в момент начала маневра $\tau = \tau_0 = 0$,

$$\Phi_{11} = \left[a_{ij}\right]^{3\times3}, \Phi_{12} = \left[b_{ij}\right]^{3\times3}, \Phi_{21} = \left[c_{ij}\right]^{3\times3}, \Phi_{22} = \left[d_{ij}\right]^{3\times3}, L_{12} = \left[h_{ij}\right]^{3\times3},$$

$L_{22} = \left[g_{ij}\right]^{3\times3}$ – клеточные подматрицы третьего порядка матрицанта

$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix}$ и обратного матрицанта $\Phi^{-1} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}$ решений однородной системы ЛДУ, описывающей ОД.

Раскроем соотношения (1) и запишем на их основе уравнения для двух скалярных составляющих r_1 и r_2, описывающих ОД в плоскости орбиты ПА. Эти уравнения будут иметь вид

$$r_1 = a_{11}r_{10} + a_{12}r_{20} + b_{11}v_{10} + b_{12}v_{20} + h_{11}u_1 + h_{12}u_2,$$
$$r_2 = a_{21}r_{10} + a_{22}r_{20} + b_{21}v_{10} + b_{22}v_{20} + h_{21}u_1 + h_{22}u_2. \qquad (2)$$

Из соотношений (2) можно найти требуемые значения управляющего воздействия $u_{i\text{П}}$ и начальной скорости $v_{i0\text{П}}$ при управлении по одной из координат r_i, необходимые для выполнения маневра сближения с жестким контактом или с пролетом, если по другой координате управление отсутствует.

$$u_{i\text{П}} = \Delta_{2i} / D_{1i}, \quad v_{i0\text{П}} = D_{2i} / D_{1i}, \qquad (3)$$

где $D_{1i} = b_{1i}h_{2i} - b_{2i}h_{1i}$, $D_{2i} = h_{2i}a^*_{1i} - h_{1i}a^*_{2i}$,

$$\Delta_{2i} = b_{1i}a^*_{2i} - b_{2i}a^*_{1i}, \quad a^*_{ji} = r_{jk} - a_{j1}r_{10} - a_{j2}r_{20} - b_{j2}v_{20},$$

$$a^*_{j2} = r_{jk} - a_{j1}r_{10} - a_{j2}r_{20} - b_{j1}v_{10}, \quad i = 1...2, \; j = 1...2.$$

Программы управления (3) справедливы для различных типов орбит ПА и различных фиксированных направлений корректирования ОД.

Рассмотрим несколько частных случаев, имеющих наибольшее практическое значение.

1. Корректирование вдоль местного горизонта.

Здесь направление корректирования совпадает с осью x_b орбитальной ОСК, т.е. $r_1 = x_b$, а вдоль местной вертикали ($r_2 = y_b$) управление отсутствует. Программы управления маневром определяются из соотношений (3), если положить там $i = 1$. В случае круговой орбиты ПА элементы подматриц в этих соотношениях

$$a_{11} = 1, \; a_{12} = 6(\tau - \sin\tau), \; a_{21} = 0, \; a_{22} = 4 - 3\cos\tau,$$
$$b_{11} = 4\sin\tau - 3\tau, \; b_{12} = 2(1 - \cos\tau), \; b_{21} = -b_{12}, \; b_{22} = \sin\tau,$$
$$h_{11} = 4(1 - \cos\tau) - 1{,}5\tau^2, \; h_{12} = 2(\tau - \sin\tau),$$
$$h_{21} = -h_{12}, \; h_{22} = 1 - \cos\tau \qquad (4)$$

при $\tau = T$.

Выполнив с учетом значений (4) ряд преобразований, получим

$$u_{x\text{П}} = \Delta_{21} / D_{11}, \quad \dot{x}_{0\text{П}} = D_{21} / D_{11}, \qquad (5)$$

где

$$D_{11} = 3T^2(1 + \cos T) - 14T\sin T + 16(1 - \cos T),$$
$$\Delta_{21} = \dot{y}_0[3T\sin T - 8(1 - \cos T)] - [(x_0 - x_k)^2 +$$
$$+ y_0 3T](1 - \cos T) - (y_0 - y_k)(4\sin T - 3T),$$
$$D_{21} = (x_0 - x_k)2(T - \sin T) + (y_0 - y_k)[4(1 - \cos T) -$$
$$-1{,}5T^2] + y_0 3[8(1 - \cos T) -$$
$$-8T\sin T + 0{,}5T^2(5 + 3\cos T)] -$$
$$-\dot{y}_0 T[1{,}5T\sin T - 4(1 - \cos T)].$$

2. Корректирование вдоль местной вертикали.

В этом случае направление корректирования совпадает с осью y_b орбитальной ОСК, т.е. $r_1 = y_b$. Управление вдоль местного горизонта ($r_2 = x_b$) отсутствует. Программы полярного корректирования также определяются соотношениями (3), если положить там $i = 2$.

Следовательно, при круговой орбите ПА имеем

$$u_{y\text{П}} = \Delta_{22} / D_{12}, \quad \dot{y}_{0\text{П}} = D_{22} / D_{12}, \qquad (6)$$

где

$$D_{12} = 4(1 - \cos T) - 2T\sin T,$$
$$D_{22} = (y_0 - y_k)2(T - \sin T) - [(x_0 - x_k) + \dot{x}_0 T](1 - \cos T),$$
$$\Delta_{22} = (x_0 - x_k)\sin T - (y_0 - y_k)2(1 - \cos T) +$$
$$+ y_0 3[2T\sin T - 4(1 - \cos T)] -$$
$$-\dot{x}_0[3T\sin T - 8(1 - \cos T)].$$

3. Корректирование вдоль фиксированного направления в инерциальном пространстве.

В этой разновидности полярного управления направление корректирования совпадает с одной из осей невращающейся ОСК, например, с осью x_H, т.е. $r_1 = x_H$, а $r_2 = y_H$. Программы управления также определяются из соотношений (3), если положить там $i = 1$. Отличие от предыдущих случаев заключается в том, что элементы подматриц имеют другие значения [6]. Для круговой орбиты ПА они задаются соотношениями

$$a_{11}=1-\cos\tau(1-\cos\tau), a_{12}=3\tau\cos\tau-$$
$$-\sin\tau(2+\cos\tau), a_{21}=-\sin\tau(1-\cos\tau),$$
$$a_{22}=3\tau\sin\tau-2+\cos\tau(2+\cos\tau),$$
$$b_{11}=2\sin\tau(1+\cos\tau)-3\tau\cos\tau,$$
$$b_{12}=-(1-\cos\tau)^2, b_{21}=2(1-\cos\tau)(2+\cos\tau)-$$
$$-3\tau\sin\tau, b_{22}=\sin\tau(2-\cos\tau),$$
$$h_{11}=2\cos 2\tau-\cos\tau+3\tau\sin\tau,$$
$$h_{12}=2\sin 2\tau-\sin\tau-3\tau\cos\tau,$$
$$h_{21}=\sin 2\tau-2\sin\tau, h_{22}=2\cos\tau-\cos 2\tau \quad (7)$$

при $\tau=T$

После ряда преобразований с учетом значений (7) получим программы полярного управления вдоль фиксированного направления в инерциальном пространстве

$$u_{x\text{п}}=\Delta_{21}/D_{11},\ \dot{x}_{0\text{п}}=D_{21}/D_{11}, \quad (8)$$

где

$$D_{11}=10{,}5T\sin T-4{,}5T^2\cos T+4\sin^2 T-20(1-\cos T),$$
$$D_{21}=[1{,}75\sin 2T-5\sin T-0{,}75T(3-\cos 2T)]a_{11}^*-$$
$$-[1{,}5\sin T(T\cos T+\sin T)-5\cos T(1-\cos T)]a_{21}^*,$$
$$\Delta_{21}=[2\sin T(1+\cos T)-3T\cos T]a_{21}^*-$$
$$-[2(1-\cos T)(2+\cos T)-3T\sin T]a_{11}^*,$$
$$a_{11}^*=x_k-a_{11}x_0-a_{12}y_0-b_{12}\dot{y}_0,$$
$$a_{21}^*=y_k-a_{21}x_0-a_{22}y_0-b_{22}\dot{y}_0.$$

Энергетические затраты на выполнение ВМ при использовании полученных программ полярного управления можно оценить по соотношениям

$$V_{pi\text{п}}=u_{i\text{п}}T+\Delta v_{i0\text{п}}, \quad (9)$$

где

$$\Delta v_{i0\text{п}}=v_{i0T}-v_{i0}, i=1,2.$$

В заключение отметим, что использование программ управления, определяемых соотношениями (5), (6) и (8), позволяет существенно упростить решение задачи сообщения программных приращений скорости центру масс АА в требуемом направлении при экономичном полярном способе управления.

Литература

1. Гончаревский, В. С. Взаимный маневр космических аппаратов при использовании управляющих двигателей непрерывной постоянной тяги / В.С. Гончаревский // Информация и Космос. – 2017. – № 3. – С. 144–146.

2. Гончаревский, В. С. Методы и алгоритмы управления относительным движением космических аппаратов / В.С. Гончаревский. – МО РФ, 1998. – 87 с.

3. Гноенский, Л. С. Математические основы теории управляемых систем / Л.С. Гноенский, Г.А. Каменский, Л.С.Эльсгольц. – М.: Наука, 1969. – 512 с.

4. Карташев, А. П. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления / А.П. Карташев, Б.Л. Рождественский. – М.: Наука, 1976. – 256 с.

5. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения / Л.Э. Эльсгольц. – М.: Издательство ЛКИ, 2014. – 312 с.

6. Гончаревский, В. С. Взаимный маневр космических аппаратов при использовании непрерывных управляющих функций постоянной величины в невращающейся относительной системе координат / В.С. Гончаревский // Информация и Космос. – 2014. – № 2. – С. 74–78.