Решение задачи Лаунхардта в нечеткой ситуации

Task of accommodation of the spatial object based on the use of the fuzzy information situations

Цветков / Tsvetkov V.
Виктор Яковлевич
(cvj2@mail.ru)
доктор технических наук, профессор.
АО «Научно-исследовательский
и проектно-конструкторский институт
информатизации, автоматизации и связи на
железнодорожном транспорте»,
заместитель руководителя.
г. Москва

Ознамец / Oznamets V.
Владимир Владимирович
(voznam@bk.ru)
кандидат технических наук, профессор,
почетный работник высшего профессионального
образования РФ, эксперт РАН.
ФГБОУ ВО «Московский государственный
университет геодезии и картографии»,
заведующий кафедрой геодезии.
г. Москва

Филатов / Filatov V.
Валерий Николаевич
(filatov@itain.ru)
доктор военных наук, профессор,
почетный геодезист,
действительный член Академии военных наук.
АО «Российские космические системы»,
главный конструктор по геодезическому обеспечению.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: геодезическое обеспечение – geodetic support; нечеткие множества – fuzzy sets; мягкие вычисления – soft computing; пространственный анализ – spatial analysis; информационная ситуация – information situation; нечеткая информационная ситуация – fuzzy informational situation.

Рассматривается задача размещения пространственного объекта в условиях нечеткой информации. Раскрывается постановка задачи размещения. Вводятся понятия «нечеткая информационная ситуация» и «нечеткая пространственная информационная ситуация». Показано различие между четкой информационной ситуацией и нечеткой информационной ситуацией. Описана связь между лингвистическим переменными и информационной ситуацией. Показано, что поиск оптимума основан на пересечении нечетких множеств. Дано решение задачи в двух вариантах: при условии равнозначности критериев размещения и при условии их неравнозначности. Описаны условия и ограничения данного метода. Отмечено предпочтение применения термина «целесообразность» при мягких вычислениях термину «оптимальность». Метод позволяет проводить пространственный анализ при достаточно большом числе критериев.

The scenario of positioning spatial object on the assumption of fuzzy data availability is studied. The scenario of positioning is developed. The terms "fuzzy information situation" and "fuzzy spatial information situation" are introduced. The distinction between clear information situation and fuzzy information situation has been shown. The relationship between linguistic variables and information situation has been described. It has been demonstrated that optimum search is based on intersection of fuzzy sets. Two options of problem solving have been presented: on the assumption of arrangement criteria equivalence and inequivalence. The conditions and limitations of this method have been described. It has been noted that the term "feasibility" is more preferable compared to the term "optimality" with regard to soft computing. The method allows for spatial analysis with sufficiently large number of criteria.

Введение

В практике городского планирования и строительства возникает важная задача выбора места размещения объекта [1–3] в соответствии с достижением максимальной полезности. Задачи пространственного размещения ресурсов относятся к области геодезического обеспечения. Задачи рационального размещения ресурсов решаются более двух столетий, начиная с работ Иоганна фон Тюнена (1826 г.) [4, 5]. Теория размещения производства [4], является частью региональной экономики. Эта теория решает задачи, где и почему какая-то хозяйственная деятельность находится там, где находится, и базируется на принципе, что фирмы выбирают месторасположения, которые будут максимизировать их прибыль, а частные лица выбирают те места, которые максимизируют собственную полезность. Развитием теории размещения послужили работы Вильгельма Лаунхардта (1885 г.). Его знаменитый треугольник Лаунхардта [6] или «Рациональный штандорт» применяют до настоящего времени. Однако в реальности этот метод не находит широкого применения из-за идеализации условий применения и отсутствия учета реальных особенностей размещения. Для решения задачи размещения применяют различные методы. Можно отметить классический или простейший комбинаторный метод [7]. Широко применяют метод размещения с использованием сетевых моделей [8]. Для размещения территориальных объектов в геомаркетинге применяют теорию массового обслуживания [9]. В условиях отсутствия полной информации применяют численные методы [10]. Общим недостатком большинства методов размещения является требование четкой информации. что в современных условиях динамики и роста информационных объемов не всегда выполнимо. Поэтому решение задачи размещения с использованием нечеткой информации представляет практический и теоретический интерес.

Теоретическая часть

Размещение ресурсов и объектов на местности относится к области геодезического обеспечения управления территориями. Модель задачи размещения объектов на местности требует анализа значений лингвистических переменных, описывающих нечеткие оценки места размещения в соответствии с заданными критериями оценки. При наличии четкой информации для описания объектов и их окружения применяют модель информационной ситуации [11]. Обычная информационная ситуация и пространственная информационная ситуация [12] обладает четкостью. Она описывает не только объект на местности, но и все его важнейшие связи и пространственные отношения [13].

Нечеткая информационная ситуация s, как и положено нечеткой модели, описывает отельные аспекты информационной ситуации. При этом в качестве значений она использует не точечные значения, а интервальные или треугольные. Она характеризуется лингвистическими переменными y, значения которых имеют различные степени истинности или принадлежности базовому множеству значений [14] U.

$$s = \{(\mu_s(y_k)\},\ y_k \in U, \tag{1}$$

$$\mu_s(\mathrm{yk}) = \{\mu_{s(ykl)}(T^k_l)\};\ \mu_s \in [0,\ 1] \tag{2}$$

где $k = 1, ..., P$; – множество критериев оценки ситуации $l = 1, ..., q_k$., – множество термов данного критерия; T^k_l – значение терма лингвистической переменной y_k по критерию k и по значению l внутри этого критерия. Символ {} применяют для обозначения набора или коллекции данных

$$\{a\} = \{a_1, a_2, a_3, \ldots a_n\} \tag{3}$$

В отдельных случаях выражение (3) можно рассматривать как вектор. Каждое место размещения будет характеризоваться набором значений лингвистических переменных, описывающих параметры мест размещения, и будет описано с помощью соответствующей нечеткой ситуации s_i, i–1...n

$$\hat{s}_i = \{(\mu_s(x_k)\},\ = \{\mu_{s(ykl)}(T^k_l)\} \tag{4}$$

Исследуем множество X, включающее n альтернативных мест размещения пространственных объектов:.

$$X = \{x_1, x_2, x_3, x_n\}$$

Полезность или предпочтительность [15] размещения оценивается на основе множества критериев $K = K_1, K_2, \ldots K_p$. Следует отметить особенность решения данной задачи. Поскольку исходные условия не являются четкими, то говорить об оптимальности решения не представляется корректным. Можно говорить о квазиоптимальности, целесообразности решения, о полезности решения или о предпочтительности решения. Ситуационный анализ и нечеткий анализ, как правило, является сравнительным [16]. Его решения имеют в качестве области истинности только исследуемую совокупность объектов или ситуаций. Поэтому сравнительная полезность или целесообразность решения является условной и может измениться при включении новых объектов в совокупность.

Каждая нечеткая информационная ситуация (4) может быть выражена через нечеткое термальное множество (T^k_l), где $\{(\mu_s(x_k)\}$ – конкретная лингвистическая оценка места x_i по критерию K_k, характеризующая степень соответствия альтернативы понятию, определяемому критерием K_k.

Значения оценок μ вычисляются по формулам мягких вычислений, но с учетом качества критерия. На практике критерии имеют два качества. Одни требуют максимума (например, прибыль), другие минимума (например, затраты). Поэтому с учетом каче-

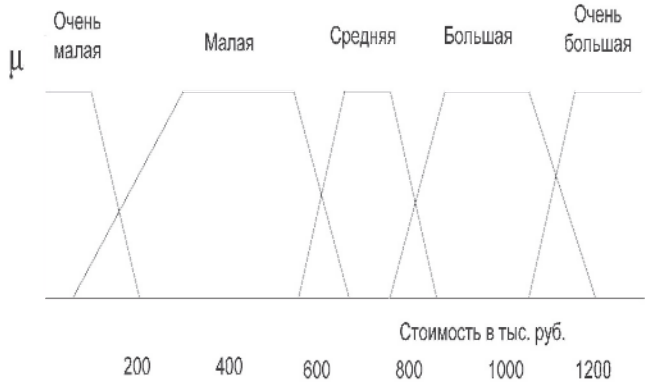

Рис. 1. Стоимость размещения автозаправки

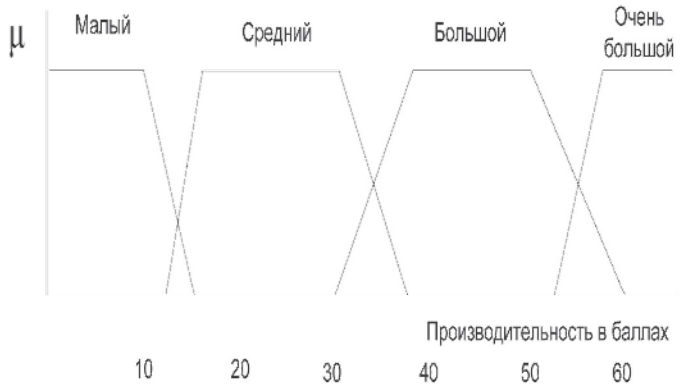

Рис.2. Терм-множество лингвистической переменной «Объем работы»

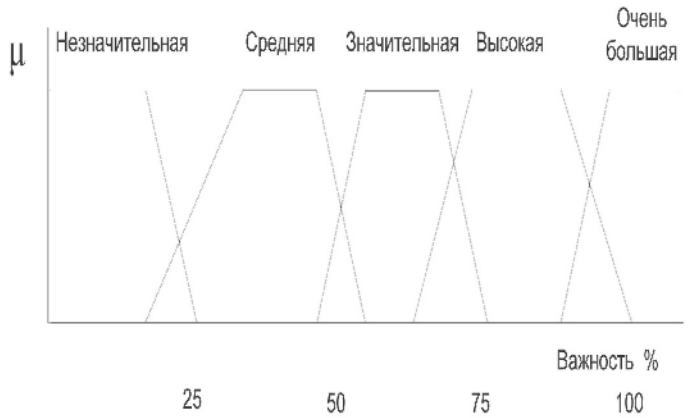

Рис. 3. Терм-множество лингвистической переменной «важность объекта»

Таблица 1

Параметры мест размещения

Места	*Стоимость размещения*	*Объем работ*	*Важность*
x_1	малая	средний	высокая
x_2	большая	малый	высокая
x_3	очень малая	большой	высокая
x_4	очень большая	средняя	высокая
x_5	большая	малый	незначительная
x_6	средняя	очень большой	высокая
x_7	малая	большой	очень большая

ства критерия производят лингвистические оценки, в одних случаях ищут максимум, в других – минимум. Возможны и боле сложные минимаксные или максиминимумные варианты [17].

Значения оценок лингвистических переменных $\{\mu_{s(xkl)}(T^k)\}$, $k=1,\ldots P$ вычисляются по формулам [2] для двух вариантов. При требовании минимизации критерия, описываемого лингвистической переменной y_k применяют формулу (5)

$$\mu_{\tilde{s}_i}(y_k)=\frac{q_k}{q_k}\cdot\mu_{\mu s_i(y_k)}(T_1^k)+\frac{q_k-1}{q_k}\cdot\mu_{\mu s_i(y_k)}(T_2^k)+$$
$$+\frac{q_k-2}{q_k}\cdot\mu_{\mu s_i(y_k)}(T_3^k)+\ldots+\frac{1}{q_k}\cdot\mu_{\mu s_i(y_k)}(T_{q_k}^k) \qquad (5)$$

При требовании максимизации критерия, описываемого лингвистической переменной y_k, применяют формулу (6)

$$\mu_{\tilde{s}_i}(y_k)=\frac{q_k}{q_k}\cdot\mu_{\mu s_i(y_k)}(T_{q_k}^k)+\frac{q_k-1}{q_k}\cdot\mu_{\mu s_i(y_k)}(T_{q_k-1}^k)+$$
$$+\frac{q_k-2}{q_k}\cdot\mu_{\mu s_i(y_k)}(T_{q_k-2}^k)+\ldots+\frac{1}{q_k}\cdot\mu_{\mu s_i(y_k)}(T_1^k) \qquad (6)$$

В формулах (5) и (6) величина q_k определяется количеством термов для критерия K.

Если имеется P критериев: $K=K_1, K_2, \ldots K_P$, то лучшей считается альтернатива, удовлетворяющая большему числу критериев. Отсюда [18] правило для выбора наилучшей альтернативы может быть записано в виде пересечения соответствующих нечетких множеств. Операции пересечения нечетких множеств соответствует операция min, выполняемая над их функциями принадлежности:

$$\mu_D(x_i)=\min_{k=1,\ldots,P}\mu_{\tilde{s}_i}(y_k),\ i=1,\ldots,n. \qquad (7)$$

В качестве лучшей альтернативы будет выбираться объект x^*, имеющий наибольшее значение функции принадлежности

$$\mu_D(x^*)=\max_i\mu_D(x_i),\ i=1,\ldots,n. \qquad (8)$$

Экспериментальные исследования

Рассмотрим работу этого метода на примере, задавая пошаговую последовательность действий. Общая задача найти место размещения автозаправочной станции.

Шаг 1. Заданы три критерия размещения автозаправочной станции: стоимость размещения, объем работы автозаправки, социальная важность для города. Последний критерий обусловлен тем, что заправка выполняет социальные функции по обслуживанию населения. В ней, как правило, имеется торговая точка, которая обслуживает население района. На рис. 1 приведена лингвистическая переменная, характеризующая первый критерий.

На рис. 2 приведена лингвистическая переменная, характеризующая второй критерий – объем работы автозаправки. Объем работы может быть выражен в натуральных и условных сравнительных единицах. На рис. 2 использованы сравнительные единицы.

На рис. 3 приведена лингвистическая переменная, характеризующая третий критерий – важность объекта. Важность объекта может быть выражена в экспертных баллах или процентах. На рис. 2 использованы проценты.

Шаг 2. На основе предварительного обследования выявлено семь возможных мест размещения автоза-

Таблица 2

Расчет лингвистических переменных для нечетких ситуаций

Места	*Стоимость размещения*	*Объем работ*	*Важность*	$\mu_D(x_l)$
x_1	малая	небольшой	большая	
$\mu_{\hat{s}1}(y_k)$	4/5	2/4	2/5	2/5
x_2	большая	довольно малый	малая	
$\mu_{\hat{s}2}(y_k)$	2/5	1/4	1/5	1/5
x_3	очень малая	большой	небольшая	
$\mu_{\hat{s}3}(y_k)$	1	3/4	2/5	2/5
x_4	очень большая	небольшой	небольшая	
$\mu_{\hat{s}4}(y_k)$	2/5	1/4	4/5	1/4
x_5	большая	малый	очень малая	
$\mu_{\hat{s}5}(y_k)$	2/5	¼	1/5	1/5
x_6	небольшая	Очень большой	большая	
$\mu_{\hat{s}6}(y_k)$	3/5	1/4	4/5	1/4
x_7	малая	большой	очень большая	
$\mu_{\hat{s}7}(y_k)$	4/5	3/4	1	3/4

правки. После этого места размещения оценены в соответствии с тремя вышеупомянутыми критериями. В реальной практике критериев может быть больше. Ограничение обусловлено только вычислительными ресурсами. Результаты предварительной оценки представлены в таблице 1.

Шаг 3. Зададим нечеткие ситуации для каждого из мест размещения объекта.

$\dot{s}_{11}$={[(0/ом), (1/м), (0/с), (0/б), (0/об]}
$\dot{s}_{12}$={[(0/м), (1/с), (0/б), (0/об]}
$\dot{s}_{13}$={[(0/нз), (1/с), (0/з), (1/в), (0/об]} (9)

$\dot{s}_{21}$={[(0/ом), (0/м), (0/с), (1/б), (0/об]}
$\dot{s}_{22}$={[(1/м), (0/с), (0/б), (0/об]}
$\dot{s}_{23}$={[(1/нз), (0/с), (0/з), (1/в), (0/об]} (10)

$\dot{s}_{31}$={[(1/ом), (0/м), (0/с), (0/б), (0/об]}
$\dot{s}_{32}$={[(/м), (0/с), (1/б), (0/об]}
$\dot{s}_{33}$={[(0/нз), (1/с), (0/з), (1/в), (0/об]} (11)

$\dot{s}_{41}$={[(0/ом), (0/м), (0/с), (0/б), (1/об]}
$\dot{s}_{42}$={[(0/м), (1/с), (0/б), (0/об]}
$\dot{s}_{43}$={[(0/нз), (0/с), (1/з), (1/в), (0/об]} (12)

$\dot{s}_{51}$={[(0/ом), (0/м), (0/с), (1/б), (0/об]}
$\dot{s}_{52}$={[(1/м), (0/с), (0/б), (0/об]}
$\dot{s}_{53}$={[(1/нз), (0/с), (0/з), (0/в), (0/об]} (13)

$\dot{s}_{61}$={[(0/ом), (0/м), (1/с), (0/б), (0/об]}
$\dot{s}_{62}$={[(1/м), (0/с), (0/б), (1/об]}
$\dot{s}_{63}$={[(0/нз), (0/с), (0/з), (1/в), (0/об]} (14)
$\dot{s}_{71}$={[(0/ом), (1/м), (0/с), (0/б), (0/об]}
$\dot{s}_{72}$={[(0/м), (0/с), (1/б), (0/об]}
$\dot{s}_{73}$={[(0/нз), (0/с), (0/з), (0/в), (1/об]} (15)

В выражениях (9–15) описания нечетких ситуаций верхние строки соответствуют первому критерию, средние строки второму критерию и нижние строки соответствуют третьему критерию. В выражениях (9–15) применены обозначения в соответствии с критериями из рис. 1–3. Для первого критерия: ом – очень малая, м – малая, с – средняя, б – большая, об – очень большая. Для второго критерия следующие обозначения: м – малый, с- средний, б – большой, об – очень большой. Для третьего критерия использованы следующие обозначения: нз – незначительная, с – средняя, з – значительная, об – очень большая. Принципиальным является то, что всем качественным критериям соответствуют термы множества, которые приведены на рис. 1–3. Названия термов могут быть

Таблица 3

Значения лингвистических переменных с учетом важности критериев

Места	*Стоимость размещения*	*Объем работ*	*Важность*	$\mu_D(x_l)$
$\mu^*_{\hat{s}1}(y_k)$	0,56	0,05	0,08	0.05
$\mu^*_{\hat{s}2}(y_k)$	0,28	0,025	0,04	0,025
$\mu^*_{\hat{s}3}(y_k)$	0,7	0,075	0,08	0.075
$\mu^*_{\hat{s}4}(y_k)$	0,28	0,025	0,16	0.025
$\mu^*_{\hat{s}5}(y_k)$	0,28	0,025	0,04	0.025
$\mu^*_{\hat{s}6}(y_k)$	0,42	0,025	0,16	0.025
$\mu^*_{s7}(y_k)$	0,56	0,075	0,2	0.075

любые. Главное – это количественное определение лингвистической переменной.

Шаг 4. Для каждой ситуации и для каждой лингвистической переменной рассчитаем значения $\mu_{s_i(y_k)}(y_k)$, $k=1,...,P$, по формулам (5–6), а также найдем пересечение нечетких множеств по формуле (7). Результаты показаны в таблице 2.

Шаг 5. Выбор предпочтительного места.

Тогда, согласно формуле (8), наилучшей будет альтернатива x_3, так как значение $\mu_D(x^*)=\max \mu_D(x_l)=3/4$. Таким образом, анализ нечетких информационных ситуаций дает возможность выбрать место наиболее целесообразного размещения пространственного объекта.

Это решение получено в предположении того что критерии выбора мета K_1, K_2, K_3 – равнозначны. Обычно неравнозначность может быть заложена в термы. Однако на практике, при проектировании или строительстве, возможны ситуации, когда факторы экономической целесообразности становятся менее значимы, чем социальные факторы. Или наоборот, экономическая целесообразность важнее социальных факторов. В этом случая для перераспределения результатов вводят веса факторов.

В этом случае, если критерии имеют разную важность, каждому из них приписывается вес $1>\alpha_k>0$ (чем важнее критерий, тем больше α_k.

Для определения веса вводят коэффициенты N относительной важности на основе экспертного оценивания. Важность может быть оценена любым числом, но затем этот числовой ряд нормируют и превращают в весовой ряд. Затем необходимо учесть влияние коэффициентов α_k на соответствующие значения лингвистических переменных. Этот учет осуществляется путем преобразования

$$\mu^*\hat{s}_1(y_k)=\alpha_k\,\mu_{\hat{s}1}(y_k) \qquad (16)$$

Дополним рассмотренный пример условием различной важности критериев. Оценим важность критерия 1 значением N=7, важность критерия 2 оценим значением N=1, важность критерия 3 оценим значением N=2. Нормировка даст значения весов α_k : 0.7, 0.1, 0.2. Пересчитываем таблицу 2 на основе формулы (16). Результаты приведены в таблице 3.

По формуле (8) максимальное из всех значений будет равно 0,075. Это соответствует двум местам размещения x_3 и x_7. Для дополнительного анализа учтем то, что в данном случае критерий 1 более важен, чем критерий 3. По этому критерию (таблица 1) место x_3 предпочтительнее x_7. В итоге выбираем место x_3 для размещения автозаправки.

Обсуждение

Предложенный метод позволяет принимать решения в условиях нечеткой информации. Однако следует учитывать его условность, которая присуща многим методам анализа в области мягких вычислений. Результаты анализа являются сравнительными. Они распространяются только на исследуемую совокупность объектов анализа. Результаты анализа не являются оптимальными, а условно оптимальными или целесообразными. Нечеткость информации сопоставима с погрешностью вычислений, поэтому выбор оптимальных вариантов для такого случая сопоставим с расчетами при существенных погрешностях. Если оптимизирующая функция не является унимодальной, то даже незначительная погрешность может привести к определению не самого оптимально решения. Такое решение является одним из оптимальных, но не самым оптимальным. Поэтому решения, находимые с помощью теории нечетких множеств, следует называть целесообразными или нечетко оптимальными.

Заключение

В данной работе дано решение задачи размещения при наличии нечетких условий размещения и отсутствии четкой информации. Результатом работы явля-

ется описанный и апробированный метод решения задачи пространственного размещения при отсутствии четкой информации. Эффективность метода состоит в том, что он позволяет осуществлять анализ, выбор альтернативы и принятие решений в условиях, при которых обычные методы оптимизации решение не дают. Эффективность метода заключается в расширении возможностей принятия решений при использовании нечеткой информации.

Предложенный метод помогает принимать решения в нечетких ситуациях при соблюдении ряда условий. Необходимо иметь или задать качественные характеристики, описывающие ситуацию по какому-либо критерию. Каждой качественной характеристики необходимо поставить в соответствие количественные значения. Обязательным условием является формирование терм-множества для каждого критерия на основе привязки к количественным значениям реальных условий. После определения терм-множества выбирают альтернативы для принятия решений. Каждую альтернативу оценивают по выбранным критериям. На основе оценки формируют таблицу лингвистических переменных. Используют принципы мягких вычислений пересечения нечетких множеств. В случае различной важности критериев вводят веса критериев и пересчитывают лингвистические переменные. Работа показывает, что есть основание вводить новые понятия: «нечеткая информационная ситуация», «нечеткая информационная пространственная ситуация» для решения пространственных задач и пространственного анализа.

Литература

1. Николаев, С. А. Межрайонный и внутрирайонный анализ размещения производительных сил / С.А. Николаев. – М.: Наука, 1971. – 192 с.

2. Розенберг, И. Н. Решение задач размещения с нечеткими данными с использованием геоинформационных систем / И.Н. Розенберг, Т.А. Старостина. – М.: Научный мир, 2006. – 208 с.

3. Цветков, В. Я. Геоинформационный анализ задач размещения / В.Я. Цветков, С.Г. Семушкина // Вестник Московского государственного областного педагогического университета. Серия Экономика. – 2009. – № 4. – С. 61–64.

4. Блауг, М. Тюнен, Иоганн Генрих фон // 100 великих экономистов до Кейнса / М. Блауг. – СПб.: Экономикус, 2008. – С. 299.

5. Горбунов, В. С. Использование модели Й. фон Тюнена в современной региональной экономике / В.С. Горбунов // Московский экономический журнал. – 2017. – № 2. – С. 1–10.

6. Launhardt W. Mathematische Begrundung der Volkswirthschaftslehre. – W. Engelmann, 1885.

7. Комбинаторные методы и алгоритмы решения задач дискретной оптимизации большой размерности / В.Р. Хачатуров [и др.]. – М. : Наука, 2000. – 360 с.

8. Гимади, Э. Х. Задача размещения на сети с центрально-связными областями обслуживания / Э.Х. Гимади // Управляемые системы: Сб. науч. тр. Новосибирск: Ин-т математики СО АН СССР. – 1984. – № 25. – С. 38–47.

9. Цветков, В. Я. Геомаркетинг: Прикладные задачи и методы / В.Я. Цветков. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 240 с.

10. Серов, С. С. Динамическая задача размещения предприятий отрасли и численный метод ее решения / С.С. Серов, А.П. Уздемир //Автоматика и телемеханика. – 1976. – № 4. – С. 120–127.

11. Цветков, В. Я. Модель информационной ситуации / В.Я. Цветков // Перспективы науки и образования. – 2017. – № 3 (27). – С. 13–19.

12. Павлов, А. И. Пространственная информационная ситуация / А.И. Павлов // Славянский форум. – 2016. – № 4 (14). – С. 198–203.

13. Савиных, В. П. Информационные пространственные отношения / В.П. Савиных // Образовательные ресурсы и технологии. – 2017. – № 1 (18). – С. 79–88.

14. Мелихов, А. Н. Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой / А.Н. Мелихов, Л.С. Берштейн, С.Я. Коровин. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1990. – 272 с.

15. Цветков, В. Я. Основы теории предпочтений / В.Я. Цветков. – М.: МАКС Пресс, 2004. – 48с.

16. Корячко, В. П. Интеллектуальные системы и нечеткая логика / В.П. Корячко, М.А. Бакулева, В.И. Орешков. – М.: КУРС, 2017. – 352 с.

17. Тихонов, А. Н. Методы и системы поддержки принятия решений / А.Н. Тихонов, В.Я. Цветков. – М.: МАКС Пресс, 2001. – 312с.

18. Борисов, А. Н. Принятие решений на основе нечетких моделей. Примеры использования / А.Н. Борисов, О.А. Крумберг, И.П. Федоров. – Рига: Зинатне, 1990. – 184 с.