Оптимальные краевые условия выполнения взаимного маневра космических аппаратов при использовании методов управления вдоль линии визирования

Optimal boundary conditions for mutual maneuver of space vehicles when applying control methods along the light of sight

Гончаревский / Goncharevsky V.
Вилен Степанович
(vilenstepan@yandex.ru)
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки и техники РФ.
ФГБВОУ ВО «Военно-космическая академия
имени А. Ф. Можайского» МО РФ,
почетный профессор.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: взаимный маневр – mutual maneuver; относительная система координат – relative coordinate system; линия визирования – light of sight; энергетические затраты – energy costs.

В результате решения вариационных задач с подвижными концами определены энергетически оптимальные параметры структуры программы управления взаимным маневром космических аппаратов при использовании методов движения вдоль линии визирования. Знание этих параметров позволяет провести выбор экстремальных значений начальных и конечных скоростей, направлений и времени выполнения маневра вдоль этой линии.

As the variable tasks with variable end-points have been completed, we have managed to determine energy-efficient optical parameters of the structure of a program for control of mutual maneuver of space vehicles when applying control methods along the light of sight. As we know these parameters, we are able to select extreme values of initial and final velocities, directions and time for performing the maneuver along this line.

Методы управления относительно линии визирования (ЛВ) относятся к методам, в которых на вид программной траектории взаимного маневра (ВМ) космических аппаратов (КА) накладываются определенные ограничения. Использование этих методов целесообразно при выполнении таких разновидностей ВМ как сближение с пролетом, мягким и жестким контактом, удаление, зависание, облет и барражирование КА. Они, в отличие от методов свободных траекторий, позволяют осуществить эти разновидности маневра, во-первых, даже без знания перед его началом орбитальных характеристик КА или в случае изменения этих характеристик по неизвестному закону, во-вторых, при их использовании на точность осуществления ВМ в меньшей степени влияют погрешности навигационных устройств и, в-третьих, они характеризуются более простой технической реализацией.

Однако введение ограничений на вид программной траектории относительного движения (ОД) аппаратов превращает ее в вынужденную, что увеличивает энергетические затраты (ЭЗ) на выполнение маневра. Поэтому здесь особенно актуальна проблема разработки энергетически оптимальных управляющих воздействий. В работах [1, 2] в результате решения вариационных задач с фиксированными концами была определена структура оптимальной программы управления $\vec{u}$, обеспечивающей минимум функционала, характеризующего ЭЗ на выполнение маневра,

$$J = \int_0^T F d\tau, \qquad (1)$$

где $F = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2$; u_x, u_y, u_z – составляющие управления $\vec{u}$ по осям визирной относительной системы координат (ОСК) xyz;

T – время выполнения маневра.

Однако помимо отыскания структуры управления $\vec{u}$ большой практический интерес представляет также определение энергетически оптимальных значений краевых условий и времени выполнения маневра, являющихся параметрами этой структуры. Найти данные значения можно в результате постановки и решения соответствующих вариационных задач с подвижными концами [3..7]. В этих задачах свободные граничные точки должны быть выбраны таким образом, чтобы функционал (1) достигал экстремума. Для этого необходимо, чтобы полная вариация данного функционала,

3 2018.indd 134 26.09.2018 10:05:33

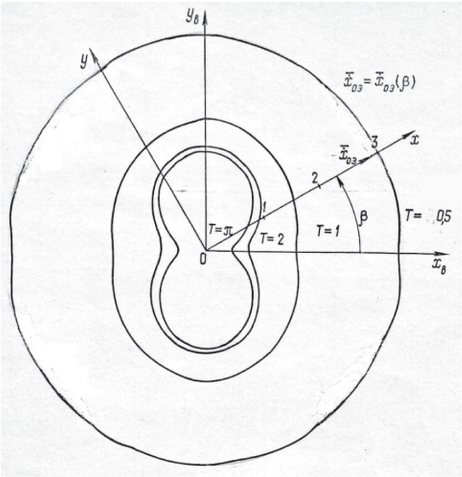

Рис. 1

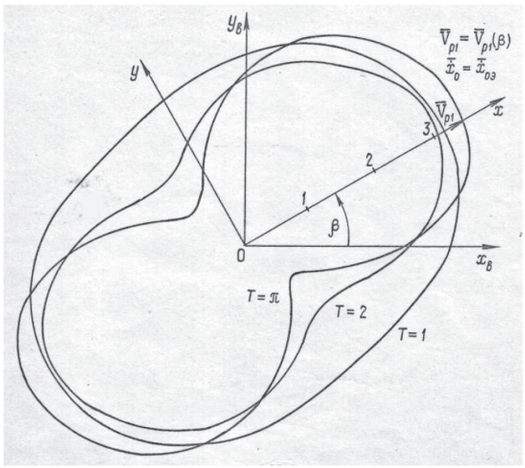

Рис. 2

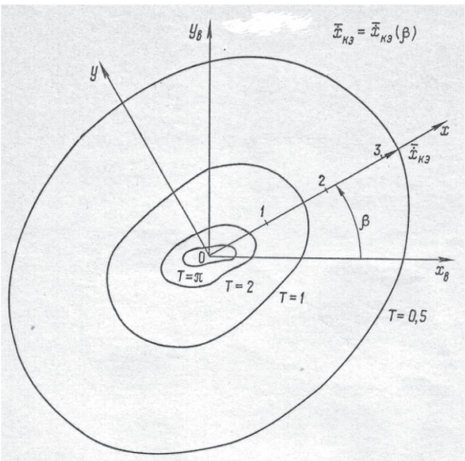

Рис. 3

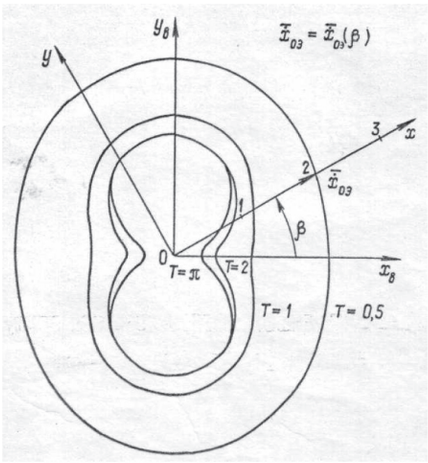

Рис. 4

3 2018.indd 135 26.09.2018 10:05:34

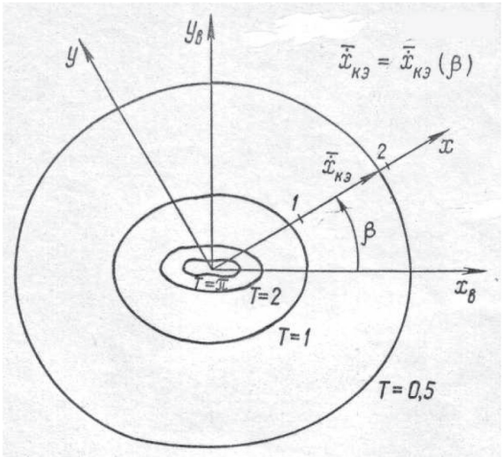

Рис. 5

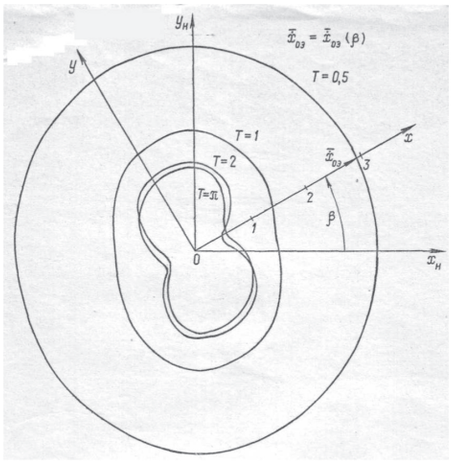

Рис. 6

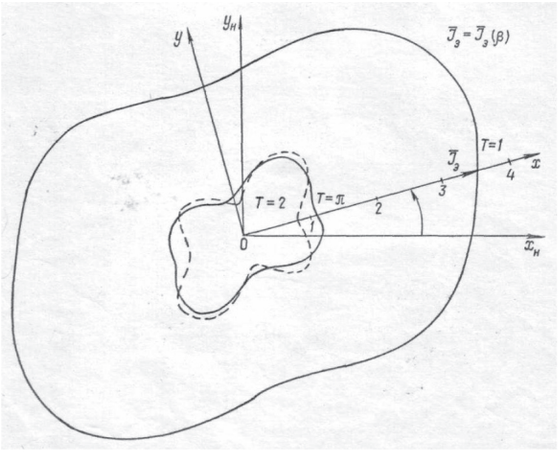

Рис. 7

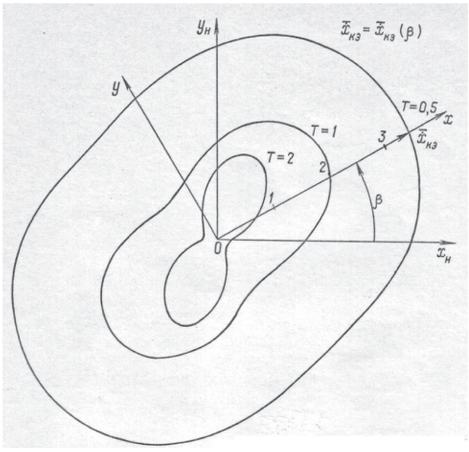

Рис. 8

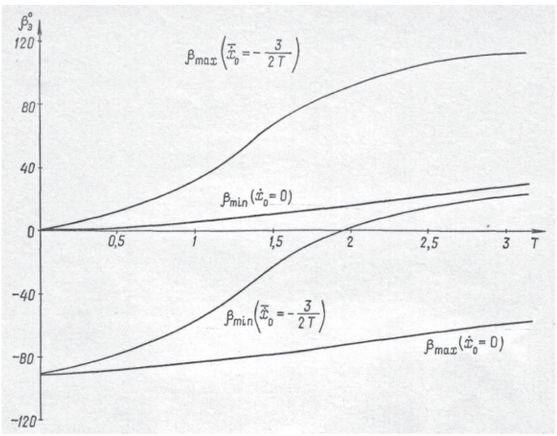

Рис. 9

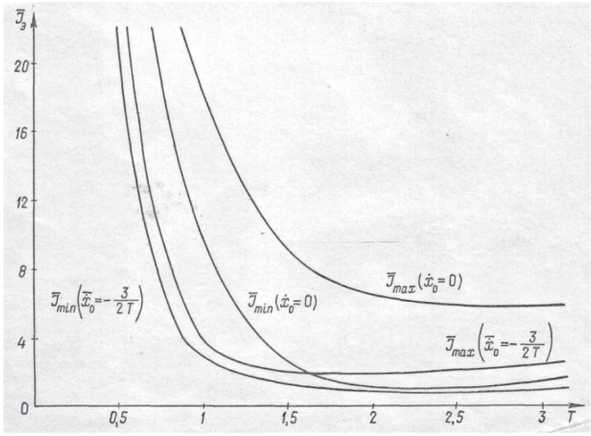

Рис. 10

3 2018.indd 136 26.09.2018 10:05:36

вызванная не только вариациями функций, описывающих программную траекторию, но и вариацией концов этой траектории, обращалась в нуль.

Условия трансверсальности для функционала (1), необходимые для отыскания оптимальных значений начальной и конечной скоростей движения вдоль ЛВ $\dot{x}_0$ и $\dot{x}_k$ при фиксированном времени выполнения компланарного ВМ, в случае использования метода орбитального параллельного сближения (ОПС) с учетом кинематических связей, накладываемых этим методом на траекторию ОД в визирной ОСК, могут быть записаны в виде [1]

$$(F_{\ddot{x}}\delta\dot{x})\Big|_0^T = 0, \qquad (2)$$

где $F_{\ddot{x}} = u_x = \ddot{x} - a_{11}x$, $a_{11} = 3\sin^2\beta$,

β – угол, характеризующий направление стабилизированной ЛВ относительно местной вертикали.

Условия (2) совместно с фиксированными краевыми условиями по координате определяют постоянные интегрирования в экстремали $x_э$ из вариационной задачи с фиксированными концами [1]. Они дают возможность найти оптимальное положение концов этой экстремали по скорости для различных вариантов определения параметров структуры управления. Так, оптимальная начальная скорость вдоль ЛВ $\dot{x}_{0э}$ определяется в результате решения вариационной задачи с подвижным правым концом по скорости. Левый конец экстремали закреплен по координате x и скорости $\dot{x}$, правый – только по координате x. Таким образом, в соотношении (2) $\delta\dot{x}_k = 0$, а в силу произвольности величины $\dot{x}_0, \delta\dot{x}_0 \neq 0$ и имеет место дополнительное граничное условие $F_{\ddot{x}_0} = \ddot{x}_0 - a_{11}x_0 = 0$.

Это условие, а также краевые условия $x(0) = x_0$, $x(T) = x_k$, $\dot{x}(T) = \dot{x}_k$ позволяют определить значения постоянных интегрирования в экстремали $x_э$. Подставив эти значения в выражение для первой производной экстремали при $\tau = 0$, получим искомую оптимальную начальную скорость $\dot{x}_{0э}$. На рис. 1...2 представлены зависимости величины $\dot{x}_{0э}$ и величины энергозатрат $\overline{V}_{p1}$, соответствующих маневру с ней (индекс « – » означает нормирование величины по начальной дальности x_0), при компланарном сближении с мягким контактом от направления β для различных значений T. Из графиков видно, что при малом T скорость $\dot{x}_{0э}$ практически не зависит от β. С увеличением T она уменьшается по абсолютной величине и начинает проявляться довольно сильная зависимость от угла β, причем наибольшие значения соответствуют направлениям, близким к местной вертикали, а наименьшие – направлениям, близким к местному горизонту. Характер зависимости ЭЗ от направления и времени сближения остается примерно аналогичным характеру зависимостей, соответствующих маневру с неоптимальной начальной скоростью. Однако величина ЭЗ значительно снижается. Так, при T=1 и β=0 уменьшение составляет примерно 30% от величины ЭЗ при маневре с неоптимальной скоростью, а при β=90° примерно 50%. Таким образом, можно сделать вывод о том, что обеспечение на первом этапе процесса управления вдоль ЛВ значения скорости близкого к $\dot{x}_{0э}$, позволяет существенно уменьшить ЭЗ на втором этапе этого маневра.

Оптимальная конечная скорость вдоль ЛВ $\dot{x}_{kэ}$ определяется в результате решения вариационной задачи со свободным левым концом по скорости. Правый конец закреплен по координате и скорости, левый – только по координате. Следовательно, краевые условия $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$, $x(T) = x_k$. Четвертое условие $F_{\ddot{x}_k} = \ddot{x}_k - a_{11}x_k = 0$ следует из условий трансверсальности (2). Эти условия позволяют определить произвольные постоянные в экстремали $x_э$. Подставив их значения в выражение для первой производной экстремали при $\tau = T$, получим искомое значение скорости $\dot{x}_{kэ}$. Оно позволяет оценить величину этой скорости при осуществлении сближения с жестким контактом.

Графики на рис. 3 иллюстрируют зависимость $\overline{\dot{x}}_{kэ}$ от направления сближения с жестким контактом при начальных орбитах аппаратов, близких к круговым. При малых T модуль $\dot{x}_k$ слабо зависит от направления β. С ростом T он уменьшается, а зависимость от направления усиливается, причем если при T = 0,5 максимум соответствует β=45°, а минимум β=135°, то при $T = \pi$ они наблюдаются соответственно при β=15° и β=105°.

Задача отыскания оптимальных начальной и конечной скоростей вдоль ЛВ относится к классу вариационных задач с подвижным правым и левым концом по скорости. Так как при этом оба конца экстремали закреплены по координате, то краевые условия имеют вид $x(0) = x_0$, $x(T) = x_k$. Ещё два условия $F_{\ddot{x}_0} = \ddot{x}_0 - a_{11}x_0 = 0$, $F_{\ddot{x}_k} = \ddot{x}_k - a_{11}x_k = 0$ следуют из условий трансверсальности. Используя эти условия для определения произвольных постоянных и подставляя полученные значения в выражение для первой производной экстремали при $\tau = 0$ и $\tau = T$, находим искомые значения $\dot{x}_{0э}$ и $\dot{x}_{kэ}$. Они дают значения этих параметров при выполнении сближения с жестким контактом. Характер влияния направления и времени сближения на их величину иллюстрируются графиками на рис. 4...5. Интересно отметить, что если минимум и максимум $\dot{x}_{0э}$ наблюдается соответственно при направлении ЛВ, совпадающем с местной горизонталью и вертикалью, то для $\dot{x}_{kэ}$ вид экстремумов для указанных направлений меняется на противоположный.

Для отыскания оптимального времени маневра $T_э$ нужно решить вариационную задачу с подвижным левым концом по текущему времени τ и фиксированными границами по координатам и скоростям. Условия трансверсальности здесь имеют вид

$$F - \dot{x}F_{\dot{x}} - \ddot{x}F_{\ddot{x}}\Big|_{\tau=T_э} = 0.$$

Подстановка в эти условия значений частных производных дает дополнительное уравнение для отыскания $T_э$

3 2018.indd 137 26.09.2018 10:05:37

$$\sum_{i=1}^{4} r_i^2 C_i \exp r_i T_э = \sqrt{(a_{11}^2 + a_{21}^2)x_k^2 - b_{12}^2 \dot{x}_k^2} \ . \qquad (3)$$

Специфика краевых условий для выполняемой разновидности маневра будет отражаться в постоянных C_i задачи с фиксированными концами при $T = T_э$. Так при сближении с мягким контактом уравнение (3) принимает вид итерационного соотношения

$$T_э = r_1^{-1} arch[chr_2 T_э - \bar{\dot{x}}_0 (r_1^{-1} shr_1 T_э - r_2^{-1} shr_2 T_э)] \, .$$

Решение задачи определения оптимальных параметров структуры управления, когда для выполнения маневра применяется метод инерциального параллельного сближения (ИПС), целесообразно провести для случая использования наиболее простой с точки зрения технической реализации квазиоптимальной программы с числом n=2 [2]. Приравняв нулю частные производные от функции, характеризующей ЭЗ, по различным параметрам программы управления и решив полученные уравнения, получим экстремальные значения начальной и конечной скоростей $\dot{x}_{0э}$, $\dot{x}_{kэ}$ и направления сближения. Характер зависимости $\dot{x}_{0э}$ от направления и времени сближения иллюстрируется графиками на рис. 6. Видно, что при T<0,5 скорость практически одинакова для всех β. С ростом T зависимость от направления ЛВ усиливается, причем максимумы и минимумы наблюдаются соответственно при β=100°−120° и β=10°−30°. Модуль $\dot{x}_{0э}$ при увеличении времени до T=2 существенно уменьшается для всех направлений, в диапазоне 2< T< π уменьшение незначительно, а для ряда направлений наблюдается даже увеличение. На рис. 7 изображены графики показателя энергозатрат $J_э = J_э(\beta)$ для различных T при $\dot{x}_0 = \dot{x}_{0э}$. Общий характер зависимости примерно аналогичен маневру с неоптимальной $\dot{x}_0$, только величина ЭЗ уменьшается. На рис. 8 представлены зависимости скорости $\dot{x}_{kэ}$ от направления и времени сближения. Графики получены для случая компланарного сближения с жестким контактом, когда начальные орбиты аппаратов близки к круговым. В этом случае $\dot{x}_0 = 0,75 x_0 \sin 2\beta$.

Экстремальные направления компланарного ИПС характеризуются соотношением

$$\beta_э = 0,5 arctg A_S / B_C \, , \qquad (4)$$

а ЭЗ при маневре с этих направлений

$$J_{\min} = C_T - \sqrt{A_S^2 + B_C^2} \, , \ \ J_{\max} = C_T + \sqrt{A_S^2 + B_C^2} \, , \qquad (5)$$

где A_S, B_C, C_T – коэффициенты, определяемые краевыми условиями задачи с фиксированными концами.

Из соотношений (4...5) следует, что эти направления и соответствующие им ЭЗ зависят от краевых условий по дальности и скорости, а также от времени T. Результаты расчета $\beta_{\min}$ и $\beta_{\max}$ для случая сближения с мягким контактом при $\dot{x}_0$=0 и $\bar{\dot{x}}_0 = \dot{x}_0 / x_0 = -1,5/T$, а также соответствующих им $J_{\min}$ и $J_{\max}$ представлены на рис. 9...10. Видно, что с точки зрения ЭЗ время маневра целесообразно задавать в пределах 1<T<2,5. В указанном диапазоне времени оптимальное направление ЛВ соответствует углам $\beta_{\min} = 5^0 \div 25^0 (\dot{x}_0 = 0)$ и $\beta_{\min} = -60^0 \div 15^0 (\bar{\dot{x}}_0 = -1,5/T)$.

Литература

1. Гончаревский, В. С. Энергетически оптимальное управление взаимным маневром космических аппаратов при наличии ограничений на вид программной траектории / В.С. Гончаревский // Информация и Космос. – 2009. – № 2. – С. 111–114.

2. Гончаревский, В. С. Оптимальное управление взаимным маневром космических аппаратов при использовании методов инерциального параллельного сближения и сближения по радиолучу / В.С. Гончаревский // Информация и Космос. – 2018. – № 1. – С. 150–154.

3. Болтянский, В. Г. Математические методы оптимального управления / В.Г. Болтянский. – М.: Наука, 1966. – 308 с.

4. Буслаев, В. С. Вариационное исчисление / В.С. Буслаев. – Л.:Изд-во Ленингр. ун-та, 1980. – 288 с.

5. Гельфанд, И. М. Вариационное исчисление / И.М. Гельфанд, С.В. Фомин. – М.: Физматгиз, 1961. – 228 с.

6. Петров, Ю. П. Вариационные методы теории оптимального управления / Ю.П. Петров. – Л.: Энергия, 1977. – 280 с.

7. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л.Э. Эльсгольц. – М.: Наука, 1969. – 424 с.

3 2018.indd 138 26.09.2018 10:05:38