Взаимный маневр космических аппаратов при использовании управляющих двигателей непрерывной постоянной тяги

Mutual maneuver of spacecrafts when using managing engines of continuous fixed thrust

Гончаревский / Goncharevsky V.
Вилен Степанович
(vilenstepan@yandex.ru)
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки и техники РФ.
ФГБВОУ ВО «Военно-космическая академия
имени А. Ф. Можайского» МО РФ,
почетный профессор.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: взаимный маневр – mutual maneuver; относительное движение – relative movement; программная траектория – program trajectory.

В статье рассматриваются возможности использования двигателей непрерывной постоянной тяги для управления взаимным маневром космических аппаратов. В результате решения краевых задач для дифференциальных уравнений, описывающих относительное движение аппаратов, найдены управляющие воздействия, требуемые для осуществления различных разновидностей маневра. Получены соотношения, позволяющие оценить энергозатраты на их выполнение.

In the article, the possibilities of use of engines of continuous fixed thrust for management of mutual maneuver of spacecraft's are considered. Because of the solution of regional tasks for the differential equations describing the relative movement of devices, the managing influences demanded for implementation of different kinds of maneuver are found. The ratios allowing evaluating energy costs on their performance are received.

Для реализации оптимальных и квазиоптимальных непрерывных программ управления, рассмотренных в работах [1, 2], в двигательной установке управления движением центра масс космического аппарата (КА), выполняющего маневр, необходимо использовать двигатели переменной тяги. Дросселирование же тяги ракетных двигателей в широких пределах и особенно двигателей, работающих на химическом топливе, связано с рядом технических трудностей. Поэтому определенный интерес представляют такие непрерывные методы управления взаимным маневром (ВМ), в которых управляющие воздействия $\vec{u} = \vec{P}/m$, где $\vec{P}$ – управляющая сила тяги, m – масса КА, являются постоянными по величине. Для создания таких управляющих воздействий, если пренебречь изменением массы маневрирующего (активного) аппарата в процессе маневра, будут необходимы двигатели постоянной тяги P, работающие в непрерывном режиме. Определить управляющие воздействия, требуемые для выполнения ВМ в этом случае, можно в результате решения краевых задач для дифференциальных уравнений, описывающих движение космических аппаратов в заданной относительной системе координат (ОСК).

Предположим, что условия выполнения ВМ таковы, что для описания относительного движения (ОД) космических аппаратов можно воспользоваться линейной динамической моделью [3]

$$d\vec{q} / \alpha\tau = D(\tau)\vec{q} + \vec{\xi}_u, \qquad (1)$$

где $\vec{q} = [\vec{R}, \vec{V}]$ – вектор относительного состояния центров масс КА, определяемый тремя компонентами вектора относительного положения $\vec{R}$ и тремя компонентами вектора относительной скорости $\vec{V}$;

D – матрица коэффициентов, вид которой зависит от типа ОСК, в которой рассматривается ВМ, и от типа орбиты пассивного аппарата (ПА), с которым связано начало этой ОСК;

$\vec{\xi}_u = [0, \vec{u}]$ – вектор-функция, определяемая управляющим воздействием $\vec{u}$;

τ – текущее безразмерное время ВМ.

Тогда решение задачи Коши для неоднородных

линейных дифференциальных уравнений (1) можно записать в виде

$$\vec{q}(\tau) = \Phi(\tau,\tau_0)[\vec{q}(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} \Phi^{-1}(\nu,\tau_0)\vec{\xi}_u(\nu)d\nu], \quad (2)$$

где $\vec{q}(\tau_0) = \vec{q}_0$ – вектор начальных условий ВМ;

$\Phi(\tau,\tau_0) = [f_{ij}]^{6\times 6}$ – матрицант решений $f_{11}...f_{66}$ однородной системы уравнений (1);

τ_0 – момент начала ВМ.

Разобьем матрицу Φ и обратный матрицант Φ^{-1} на четыре клеточные квадратные подматрицы третьего порядка, т.е.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix}, \quad \Phi^{-1} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где

$$\Phi_{11} = [a_{ij}]^{3\times 3}, \quad \Phi_{12} = [b_{ij}]^{3\times 3},$$

$$\Phi_{21} = [c_{ij}]^{3\times 3}, \quad \Phi_{22} = [d_{ij}]^{3\times 3}.$$

Тогда решение (2) может быть представлено в виде двух векторно-матричных соотношений

$$\vec{R} = \Phi_{11}(\vec{R}_0 + \vec{L}_1) + \Phi_{12}(\vec{V}_0 + \vec{L}_2), \quad (4)$$

$$\vec{V} = \Phi_{21}(\vec{R}_0 + \vec{L}_1) + \Phi_{22}(\vec{V}_0 + \vec{L}_2), \quad (5)$$

где

$$\vec{L}_1 = \int_{\tau_0}^{\tau} L_{12}(\nu,\tau_0)\vec{u}(\nu)d\nu, \quad \vec{L}_2 = \int_{\tau_0}^{\tau} L_{22}(\nu,\tau_0)\vec{u}(\nu)d\nu.$$

Соотношение (4) позволяет в случае полета активного аппарата (АА) под воздействием управления $\vec{u}$ осуществить переход от значений координат и скоростей в точке τ_0 к значениям координат в точке τ, а соотношение (5) – к значениям скоростей в этой же точке. Таким образом, эти соотношения определяют управляемое ОД АА при произвольном виде управляющих воздействий $\vec{u}$. В рассматриваемой задаче вектор-функция $\vec{u}$ постоянна во времени. Следовательно, соотношения (4, 5) принимают вид

$$\vec{R} = \Phi_{11}\vec{R}_0 + \Phi_{12}\vec{V}_0 + F_1\vec{u}, \quad (6)$$

$$\vec{V} = \Phi_{21}\vec{R}_0 + \Phi_{22}\vec{V}_0 + F_2\vec{u}, \quad (7)$$

$$F_1 = \Phi_{11}F_{12} + \Phi_{12}F_{22}, \; F_2 = \Phi_{21}F_{12} + \Phi_{22}F_{22},$$

где $$F_{12} = \int_{\tau_0}^{\tau} L_{12}(\nu,\tau_0)d\nu, \; F_{22} = \int_{\tau_0}^{\tau} L_{22}(\nu,\tau_0)d\nu.$$

Если обозначить момент начала ВМ $\tau = \tau_0 = 0$, а момент его окончания $\tau = \tau_k = T$, то по соотношению (6) можно найти значение вектора управления $\vec{u}_П$ требуемое для попадания АА в точку с заданными координатами $\vec{R}(\tau_k) = \vec{R}_{k3}$. Для этого в соотношение (6) нужно подставить $\tau = \tau_k = T$, $\vec{u} = \vec{u}_П$, $\vec{R}(\tau_k) = \vec{R}_{k3}$. Выполнив это, получим

$$\vec{R}_{k3} = \Phi_{11}(T,0)\vec{R}_0 + \Phi_{12}(T,0)\vec{V}_0 + F_1(T,0)\vec{u}_П. \quad (8)$$

Решая уравнение (8) относительно $\vec{u}_П$, получим

$$\vec{u}_П = F_1^{-1}(T,0)[\vec{R}_{k3} - \Phi_{11}(T,0)\vec{R}_0 - \Phi_{12}(T,0)\vec{V}_0], \quad (9)$$

где $F_1^{-1}(T,0)$ – матрица обратная матрице $F_1\ (T,0)$;

$$\vec{R}_0 = \vec{R}(\tau_0), \quad \vec{V}_0 = \vec{V}(\tau_0).$$

Значение скорости АА в момент окончания ВМ можно найти из соотношения (7), если подставить туда уравнение (9). Выполнив это, получим

$$\vec{V}_k = F_2(T,0)F_1^{-1}(T,0)(\vec{R}_{k3} - \vec{R}_0) + F_3(T,0)\vec{V}_0, \quad (10)$$

где

$$F_3(T,0) = \Phi_{22}(T,0) - F_2(T,0)F_1^{-1}(T,0)\Phi_{12}(T,0).$$

Подставив выражение (9) в решения (6, 7), получим фазовую траекторию, проходящую в момент $\tau = T$ через точку $\vec{q}_k = [\vec{R}_{k3}, \vec{V}_k]$, т.е. обеспечивающую пролет ПА на заданном расстоянии $\vec{R}_{k3}$ или сближение с жестким контактом, если $\vec{R}_{k3} = 0$.

Таким образом, соотношение (9) определяет программу управления при отсутствии ограничений на вид траектории ОД в случае использования непрерывных управляющих воздействий, реализуемых с помощью двигателей постоянной тяги.

Энергетические затраты (ЭЗ) на выполнение этой программы в случае применения на АА полярной схемы построения двигательной установки (ДУ) можно вычислить по формуле

$$V_{p1} = u_П T, \quad (11)$$

а в случае применения декартовой схемы ДУ – по формуле

$$V_{p2} = T\sum_{i=1}^{n} u_{iП}. \quad (12)$$

Заметим, что соотношения (11, 12) характеризуют ЭЗ на осуществление пролета и встречи с жестким контактом. Для обеспечения мягкого контакта необходимо в конце маневра сообщить АА приращение скорости, величина и направление которого определяется равенством (10). Суммарные ЭЗ на выпол-

нение ВМ в этом случае будут равны $V_{p1\Sigma} = V_{p1} + V_k$ при полярной схеме и $V_{p2\Sigma} = V_{p2} + \sum_{i=1}^{n} V_{ik}$ при декартовой схеме построения ДУ.

Литература

1. Гончаревский, В. С. Энергетически оптимальное управление взаимным маневром космических аппаратов при отсутствии ограничений на вид программной траектории / В.С. Гончаревский // Информация и Космос. – 2004. – № 4. – С. 57–58.

2. Гончаревский, В. С. Энергетически квазиоптимальное управление взаимным маневром космических аппаратов / В.С. Гончаревский // Информация и Космос. – 2012. – № 1. – С. 102–104.

3. Гончаревский, В. С. Методы и алгоритмы управления относительным движением космических аппаратов / В.С. Гончаревский. – МО РФ, 1998. – 87 с.