Определение степени достоверности отождествления одноименных точек стереопары снимков

Definition of degree of identification reliability of the points of the stereo shots homologue

Хрущ / Khrusch R.
Роман Михайлович
(Chrusch@rambler.ru)
кандидат технических наук, доцент.
ФГКВОУ ВО «Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского» (ВКА им. А. Ф. Можайского) МО РФ, профессор кафедры фототопографии и фотограмметрии.
г. Санкт-Петербург

Гринь / Grin A.
Александр Николаевич
(al-grin1@yandex.ru)
кандидат физико-математических наук, доцент.
ВКА им. А. Ф. Можайского,
профессор кафедры математики.
г. Санкт-Петербург

Соловьев / Soloviev A.
Алексей Владимирович
(solov19882008@mail.ru)
кандидат технических наук.
ВКА им. А. Ф. Можайского,
младший научный сотрудник 45 отдела военного института (научно-исследовательского) .
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: стереопара – stereo; одноименные точки – homologue; идентификация– identification, фильтрация – filtering; степень достоверности – reliability degree.

В статье изложен подход к повышению степени достоверности отождествления (идентификации) одноименных точек стереопары совершенствованием процедуры фильтрации (отбраковки) ошибочно отождествленных точек при их автоматической идентификации в целях фотограмметрической обработки.

In article approach to increase in degree of reliability of identification (identification) of the points of the stereo shots, homologue by improvement of the procedure of filtering (rejection) of mistakenly identified points at their automatic identification for photogrammetric processing is stated.

Фотограмметрические методы играют все большую роль в создании различных видов геопространственной информации, которая используется во многих областях человеческой деятельности. Это обусловлено тем, что за последние несколько десятков лет существенно расширились способы и средства получения первичной информации: на смену классической аэрофотосъемке пришла цифровая аэрофотосъемка, при съемке из космоса широко применяется оптико-электронная мультиспектральная (многозональная) съемка, внедряется гиперспектральная съемка, совершенствуется радиолокационная съемка, расширяется область использования лазерного сканирования – воздушное и наземное лазерное сканирование пополнилось мобильным лазерным сканированием. В последние годы активно используется съемка неметрическими цифровыми камерами с беспилотных летательных аппаратов. Однако самым важным, пожалуй, является то, что первичная информация поступает, как правило, в цифровой форме и фиксируется на магнитных носителях или поступает из космоса по радиоканалам. Все это создало предпосылки для повышения оперативности создания конечной продукции, что во многих случаях играет решающую роль при принятии решений на основе создаваемой геопространственной информации (чрезвычайные ситуации, природные и антропогенные катаклизмы, военное дело и т.п.).

Однако есть еще один весьма важный фактор, влияющий на оперативность создания конечной продукции – ускорение технологических процессов фотограмметрической обработки первичной информации. Это возможно только при самой высокой степени ее автоматизации, другими словами, это достижимо при автоматической обработке, которая предполагает исключение участия оператора из технологических процессов. Поэтому автоматизации фотограмметрической обработки

всегда придавалось и придается большое значение. При этом решающую роль при разработке автоматических технологий создания геопространственной информации играет учет ключевых факторов, влияющих на автоматизацию технологических процессов.

Автоматическая стереофотограмметрическая обработка, например, во многом зависит от качества идентификации (отождествления) одноименных точек снимков стереопары. Многочисленные способы идентификации одноименных точек не являются универсальными, и, пожалуй, самой важной задачей здесь является отбраковка (фильтрация) ошибочно отождествленных точек. Для этого общепризнанным является применение робастных методов, например метода RANSAC. Этот метод используется в различных модификациях, в том числе с использованием фундаментальной матрицы F при выполнении условия идеальной стереопары:

$$u^T F v = 0,$$

где через u и v обозначены пары координат одноименных точек на левом и правом снимках стереопары соответственно [3].

При фильтрации точек задается допуск γ:

$$u^T F v < \gamma,$$

зависящий от ошибок исходных данных (координат точек снимков).

Матрицу F определяют, как правило, используя 8-точечный алгоритм [4]. Для повышения достоверности фильтрации отождествленных точек с использованием метода RANSAC по выборке $\{u^{(j)}, v^{(j)}\}$ вычисляют совокупность фундаментальных матриц $\{F_i\}_{(i)}$. Из этой совокупности с учетом определенного критерия выбирают матрицу F', которая дает лучшие результаты. Однако при выборе критерия не учитывается степень достоверности отбраковки точек с использованием матрицы F', не учитывается влияние совокупности $\{u^{(j)}, v^{(j)}\}$ на ее вычисление и на выбор допуска γ. Решению данной задачи и посвящена настоящая работа.

Так как совокупности $\{u^{(j)}, v^{(j)}\}$ и $\{F_i\}_{(i)}$ имеют случайный характер, то оценка степени достоверности отбраковки одноименных точек будет носить вероятностный характер.

В качестве таких оценок для матрицы $F \in \{F_i\}_{(i)}$ будем рассматривать две величины:

1. Вероятность того, что фильтр пропускает пару (u, v) при условии, что есть $P\left(\left|u^T F v\right| < \gamma / \left|u^T F_0 v\right| > \gamma\right)$.

2. Вероятность того, что фильтр отбраковывает пару (u, v) при условии, что она содержит одноименные точки, то есть $P\left(\left|u^T F v\right| > \gamma / \left|u^T F_0 v\right| < \gamma\right)$.

Здесь F_0 – истинное значение фундаментальной матрицы стереопары.

Пусть P_1, P_2 – стереопара снимков

$$u^{(i)} = \begin{bmatrix} u_1^{(j)} \\ u_2^{(j)} \\ 1 \end{bmatrix} \in P_1, \qquad v^{(i)} = \begin{bmatrix} v_1^{(j)} \\ v_2^{(j)} \\ 1 \end{bmatrix} \in P_2.$$

Допустим, что $\sum = \{(u^{(j)}, v^{(j)})\}_{(j)}$ – множество идентифицированных одноименных точек, причем ошибки их отождествления сведены к ошибкам

$$\Delta v^{(i)} = \begin{bmatrix} \Delta v_1^{(j)} \\ \Delta v_2^{(j)} \\ 1 \end{bmatrix}$$

точки $v^{(j)}$ относительно $u^{(j)}$.

Рассмотрим приближенное значение F фундаментальной матрицы F_0 стереопары (P_1, P_2), определённое по случайной выборке $\sum_0 \subset \sum$, состоящей из 8 элементов. Ошибка матрицы F, вызванная ошибками $\Delta v^{(i)}$ элементов выборки $\sum$, есть величина $\Delta F = F - F_0$. Для оценки величины ΔF проанализируем процесс определения матрицы F. Если $\sum_0 = \{(u^{(j)}, v^{(j)})\}_{j=1}^{8}$ то составление эпиполярных уравнений для каждого элемента выборки $\sum_0$ приводит к системе линейных уравнений,

$$\begin{cases} \left[u^{(1)}\right]^T F v^{(1)} = 0; \\ \left[u^{(2)}\right]^T F v^{(2)} = 0; \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \left[u^{(8)}\right]^T F v^{(8)} = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

определяющей матрицу F в предположении, что $F_{33} = 1$. Если ввести вектор $\widetilde{F} = [F_{11}, F_{12}, F_{13}, \ldots, F_{32}, 1]^T$, то система (1) может быть представлена в виде $A\widetilde{F} = B$, где

$$A = \begin{bmatrix} u_1^{(1)} \cdot v_1^{(1)} & u_1^{(1)} \cdot v_2^{(1)} & u_1^{(1)} & u_2^{(1)} \cdot v_1^{(1)} & u_2^{(1)} \cdot v_2^{(1)} \\ u_1^{(2)} \cdot v_1^{(2)} & u_1^{(2)} \cdot v_2^{(2)} & u_1^{(2)} & u_2^{(2)} \cdot v_1^{(2)} & u_2^{(2)} \cdot v_2^{(2)} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ u_1^{(8)} \cdot v_1^{(8)} & u_1^{(8)} \cdot v_2^{(8)} & u_1^{(8)} & u_2^{(8)} \cdot v_1^{(8)} & u_2^{(8)} \cdot v_2^{(8)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} u_2^{(1)} & v_1^{(1)} & v_2^{(1)} \\ u_2^{(2)} & v_1^{(2)} & v_2^{(2)} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ u_2^{(8)} & v_1^{(8)} & v_2^{(8)} \end{matrix} \Bigg],$$

$$B = [-1 \quad -1 \quad \cdots \quad -1]^T.$$

$$\delta_F \le \frac{C_A \cdot \delta_A}{1 - C_A \cdot \delta_A}, \quad (C_A \cdot \delta_A < 1), \qquad (2)$$

Если нормы F и $\widetilde{F}$ согласованы, то, согласно [1]:
где C_A – число обусловленности матрицы A;

$\delta_A = \dfrac{\|\Delta A\|}{\|A\|}$ – относительная погрешность матрицы A;

$\delta_F = \dfrac{\|\Delta F\|}{\|F\|}$ – относительная погрешность матрицы F.

Если в выборке $\sum_0$ содержится $r \le 8$ неверно отождествленных пар, то есть пар, для которых $\left|u^T F_0 v\right| > \gamma$, то в 2-норме:

$$\|\Delta A\| = \sqrt{\sum_{j-1}^{r}\left(u_1^{(j)}\cdot v_1^{(j)}\right)^2 + \left(u_1^{(j)}\cdot v_2^{(j)}\right)^2 + \left(u_2^{(j)}\cdot v_1^{(j)}\right)^2 + \left(v_1^{(j)}\right)^2 + \left(v_2^{(j)}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\sum_{j-1}^{r}\left(\left[u_1^{(j)}\right]^2 + \left[u_2^{(j)}\right]^2 + 1\right)\cdot\left(\left[v_1^{(j)}\right]^2 + \left[v_2^{(j)}\right]^2\right)} \le$$

$$\le \sum_{j-1}^{r}\sqrt{\left(\left[u_1^{(j)}\right]^2 + \left[u_2^{(j)}\right]^2 + 1\right)}\cdot\sqrt{\left[v_1^{(j)}\right]^2 + \left[v_2^{(j)}\right]^2} = \sum_{j-1}^{r}\left\|u^{(j)}\right\|\cdot\left\|\Delta v^{(j)}\right\|.$$

Поскольку элементы, определяющие $\|\Delta A\|$, были отождествлены неверно, то $\left|\left[u^{(j)}\right]^T F_0 v^{(j)}\right| > \gamma$, следовательно $\left|\left[u^{(j)}\right]^T F_0 \Delta v^{(j)}\right| > \gamma$, а потому, используя оценку $\left|\left[u^{(j)}\right]^T F_0 \Delta v^{(j)}\right| \le \left\|\left[u^{(j)}\right]^T\right\|\cdot\|F_0\|\cdot\left\|\Delta v^{(j)}\right\|$ получим

$$\left\|\Delta v^{(j)}\right\| > \frac{\gamma}{\left\|\left[u^{(j)}\right]^T\right\|\cdot\|F_0\|}.$$

Тогда

$$\|\Delta A\| \le \sum_{v-1}^{r}\left\|u^{(j)}\right\|\cdot\frac{\gamma}{\left\|\left[u^{(j)}\right]^T\right\|\cdot\|F_0\|},$$

то есть

$$\|\Delta A\| \le \frac{r\gamma}{\|F_0\|}. \qquad (3)$$

Проводя аналогичные вычисления для

$$\|A\| \text{ и } \|A\| \le 8K_1\cdot K_2$$

получим:

$$K_1 = \max_{(j)}\left\{\left\|u^{(j)}\right\|\right\}, \quad K_2 = \max_{(j)}\left\{\left\|v^{(j)}\right\|\right\}.$$

Следовательно, из (2) получим

$$\|\Delta F\| = \delta_F\cdot\|F\| \le \frac{C_A r\gamma\|F\|}{8K_1K_2\left(1 - \frac{C_A r\gamma}{\|F\|8K_1K_2}\right)\|F_0\|}$$

или

$$\|\Delta F\| \le \frac{C_A\cdot r\gamma\cdot\|F\|}{8K_1\cdot K_2\cdot\|F_0\| - C_A\cdot r\gamma}. \qquad (4)$$

Полученную оценку используем для нахождения

$$P\left(\left|u^T F v\right| < \gamma / \left|u^T F_0 v\right| > \gamma\right)$$
$$P\left(\left|u^T F v\right| > \gamma / \left|u^T F_0 v\right| < \gamma\right).$$

Пусть $\left|u^T F_0 v\right| > \gamma$. С учетом того, что $\left|u^T F_0 \Delta v_0\right| = 0$, поскольку (u_0, v_0) – одноименные точки, имеем $\left|u^T F_0 \Delta v\right| > \gamma$ и, учитывая, что $\left|u^T F_0 \Delta v\right| \le \left\|u^T\right\|\cdot\|F_0\|\cdot\|\Delta v\|$, получим

$$\|\Delta v\| > \frac{\gamma}{\|u\|\cdot\|F\|}. \qquad (5)$$

Рассмотрим

$$\left|u^T F v\right| = \left|u^T\left(F_0 + \Delta F\right)\cdot\left(v_0 + \Delta v\right)\right| =$$
$$= \left|u^T F_0 v_0 + u^T F_0\Delta v + u^T\Delta F v\right| =$$
$$= \left|u^T F_0\Delta v + u^T\Delta F v\right|.$$

Если $\left|u^T F v\right| < \gamma$, то

$$\left|u^T F_0\Delta v + u^T\Delta F v\right| < \gamma. \qquad (6)$$

Неравенство (6) выполняется, если

$$\left(u^T\Delta F v\right)\cdot\left(u^T F_0\Delta v\right) < 0$$

и

$$-\gamma < \left|u^T\Delta F v\right| - \left|u^T F_0\Delta v\right| < \gamma, \qquad (7)$$

или

$$\begin{cases}\left|u^T\Delta F v\right| > \left|u^T F_0\Delta v\right| - \gamma;\\ \left|u^T\Delta F v\right| < \left|u^T F_0\Delta v\right| + \gamma.\end{cases} \qquad (8)$$

Из (8), с учетом оценки (4) величины $\|\Delta F\|$ следует оценка:

$$\|\Delta v\| < \frac{C_A\cdot r\gamma\cdot\|F\|\cdot\|v\|}{\|F_0\|\left(8K_1K_2\|F_0\| - C_A\cdot r\gamma\right)} + \frac{\gamma}{\|u\|\cdot\|F_0\|},$$

откуда относительная погрешность $\delta(v)$ величины v определится как:

$$\delta(v) < \frac{C_A\cdot r\gamma\cdot\|F\|\cdot\|v\|}{\|F_0\|\left(8K_1K_2\|F_0\| - C_A\cdot r\gamma\right)} + \frac{\gamma}{\|u\|\cdot\|v\|\cdot\|F_0\|}$$

и при этом в силу (5)

$$\delta(v) < \frac{\gamma}{\|u\|\cdot\|v\|\cdot\|F_0\|}. \qquad (9)$$

Тогда, если обозначить:

$$\delta_m = \max\delta(v)$$

и

$$Q = \frac{C_A\cdot r\gamma\cdot\|F\|}{\|F_0\|\left(8K_1K_2\|F_0\| - C_A\cdot r\gamma\right)},$$

то мера множества возможных значений $\delta(v)$ при условии, что

$$\delta(v) > \frac{\gamma}{\|u\| \cdot \|v\| \cdot \|F_0\|}$$

есть

$$\mu(r) = \begin{cases} Q, \text{ если } 0 < Q + \dfrac{\gamma}{\|u\| \cdot \|v\| \cdot \|F_0\|} < \delta_m; \\ 0, \text{если } Q < 0; \\ \delta_m, \text{если } Q + \dfrac{\gamma}{\|u\| \cdot \|v\| \cdot \|F_0\|} > \delta_m. \end{cases}$$

Если же $\dfrac{\gamma}{\|u\| \cdot \|v\| \cdot \|F_0\|} > \delta_m$, то $\mu(r) = 0$.

Мера множества значений δ_m, удовлетворяющих условию (9) есть:

$$\mu_{\delta_m} = \begin{cases} \delta_m - \dfrac{\gamma}{\|u\| \cdot \|v\| \cdot \|F_0\|}, \text{ если } \dfrac{\gamma}{\|u\| \cdot \|v\| \cdot \|F_0\|} < \delta_m; \\ 0, \text{ если} \dfrac{\gamma}{\|u\| \cdot \|v\| \cdot \|F_0\|} > \delta_m. \end{cases}$$

Следовательно, если предполагать равномерное распределение ошибок, то при условии, что количество неверно отождествленных пар в $\sum_0$ равно r, с учетом условия (7) получим:

$$P\left(\left|u^T F v\right| < \gamma / \left|u^T F_0 v\right| > \gamma\right) = \frac{\mu(r)}{2\mu_{\delta_m}}.$$

Поскольку величина r при получении F неизвестна, выдвинем гипотезы: H_r – количество неверно отождествленных пар (u, v) в $\sum_0$ равно $r (r = 0...8)$. Тогда по формуле полной вероятности [2]:

$$P\left(\left|u^T F v\right| < \gamma / \left|u^T F_0 v\right| > \gamma\right) =$$
$$= \sum_{r=0}^{8} P(H_r) \cdot P\left(\left(\left|u^T F v\right| < \gamma / \left|u^T F_0 v\right| > \gamma\right) / H_r\right).$$

Если предположить, что вероятность неверно отождествленной пары в $\sum$ есть q, то по формуле Бернулли [2]:

$$P(H_r) = C_8^r q^r (1-q)^{8-r}$$

и

$$P\left(\left|u^T F v\right| < \gamma / \left|u^T F_0 v\right| > \gamma\right) = \sum_{r=0}^{8} C_8^r q^r (1-q)^{8-r} \cdot \frac{\mu(r)}{2\mu_{\delta_m}}. \quad (10)$$

Произведя вычисления, аналогичные указанным при нахождении $P\left(\left|u^T F v\right| < \gamma / \left|u^T F_0 v\right| > \gamma\right)$, определим $P\left(\left|u^T F v\right| > \gamma / \left|u^T F_0 v\right| < \gamma\right)$, то есть вероятность отбраковки фильтром пары одноименных точек.

Пусть

$$Q = \frac{C_A \cdot r\gamma \cdot \|F\|}{\|F_0\|\left(8K_1K_2\|F_0\| - C_A \cdot r\gamma\right)}.$$

Рассмотрим

$$\mu_1 = \min\left\{\frac{Q}{2}, \frac{\gamma}{K_1K_2 \cdot \|F_0\|}, \delta_m\right\},$$

$$\mu_2 = \min\left\{\frac{\gamma}{K_1K_2 \cdot \|F_0\|}, \delta_m\right\},$$

$$\mu_3 = \begin{cases} Q, \text{ если } \gamma_1 - Q > 0 \text{ и } Q < \delta_m; \\ \delta_m - (\gamma_1 - Q), \ \gamma_1 > \delta_m \text{ и } \gamma_1 - Q < \delta_m; \\ 0, \text{если } \gamma_1 - Q < \delta_m; \end{cases}$$

здесь

$$\gamma_1 = \frac{\gamma}{K_1K_2 \cdot \|F_0\|}.$$

Тогда, используя, как и в предыдущих вычислениях, формулу полной вероятности и формулу Бернулли, получим:

$$P\left(\left|u^T F v\right| > \gamma / \left|u^T F_0 v\right| < \gamma\right) = \frac{1}{2}\sum_{r=0}^{8} C_8^r q^r (1-q)^{8-r} \cdot \frac{\mu_1 + \mu_3}{\mu_2}.$$

Полученные результаты были апробированы на конкретной выборке одноименных точек стереопары. Искажая случайным образом фиксированное количество ошибок в выборке точек и определяя приближенное значение фундаментальной матрицы 8-точечным алгоритмом, с помощью этой матрицы были получены оценки вероятностей, рассмотренных в работе. Результаты представлены в таблицах 1 и 2.

В указанных выше таблицах используются следующие исходные данные: значения допуска γ (первая строка таблиц) и процент точек (первый столбец таблиц), которые не являются одноименными (отождествлены не верно) в исходном множестве предварительно отождествленных точек.

Анализ данных первой таблицы позволяет сделать вывод, что вероятность пропуска фильтром ошибочно отождествленных точек практически одинаково зависит, как от допуска γ, так и от количества таких точек (см. значения вероятностей по строкам и столбцам). Следовательно, совместное влияние обоих факторов приводит к повышению вероятности практически в N раз ($N = n \times m$, где n – увеличение допуска γ, m – увеличение количества ошибочных точек в выборке), что подтверждается значением вероятностей пропуска фильтром неверно отождествленных.

Из данных табл. 2 следует, что увеличение допуска γ ведет к незначительному уменьшению вероятности отбраковки правильно отождествленных точек. Однако изменение количества ошибочно отождествленных точек

Таблица 1

Вероятности пропуска фильтром не верно отождествленных пар при данных значениях γ и *q*

q,% \ γ	0,015	0,030	0,045	0,060	0,075	0,090
6	0,012	0,024	0,037	0,050	0,063	0,077
12	0,024	0,049	0,074	0,101	0,129	0,159
18	0,036	0,074	0,113	0,155	0,199	0,246
24	0,048	0,099	0,153	0,211	0,272	0,338
30	0,060	0,125	0,194	0,269	0,349	0,436
36	0,073	0,151	0,236	0,329	0,430	0,541

Таблица 2

Вероятности исключения фильтром верно отождествленных пар точек при данных значениях γ и *q*

q,% \ γ	0,015	0,030	0,045	0,060	0,075	0,090
6	0,220	0,208	0,204	0,202	0,201	0,200
12	0,361	0,342	0,335	0,332	0,330	0,328
18	0,449	0,425	0,417	0,413	0,401	0,409
24	0,502	0,475	0,466	0,461	0,459	0,457
30	0,533	0,504	0,495	0,490	0,487	0,485
36	0,551	0,521	0,511	0,506	0,503	0,502

ведет к существенному увеличению вероятности отбраковки правильно отождествленных точек (см. изменение значения вероятности по столбцам).

Таким образом, для правильной и эффективной работы фильтра RANSAC необходимо не только внимательно относиться к определению значения допуска γ, но и обращать внимание на возможное количество ошибочно отождествленных точек в общем количестве предварительно отождествленных точек.

Литература

1. Лоусон, Ч. Численное решение задач метода наименьших квадратов / Ч. Лоусон, Р. Хенсон. – М.: Наука, 1986. – 239 с.

2. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 2007. – 327 с.

3. Конушин, А. С. Обзор робастных схем оценки параметров моделей на основе случайных выборок / А.С. Конушин, К.С. Мариничев, В.П. Вежневе // Труды 14-й Международной конференции по компьютерной графике и зрению ГрафиКон, 2004. – С. 86–89.

4. Hartley, R. I. Theory and Practice of Projective Rectification / R. I. Hartley // International Journal of Computer Vision. – 1999. – Vol. 35. – P. 115–127.