

# Совершенствование методики определения азимутов с использованием лазерных гироскопов

## Enhancing azimuth definition practice using laser gyrocompass

**Чернов / Chernov I.**

Иван Владимирович

(4ern86@bk.ru)

ФГБВОУ ВО «Военно-космическая академия имени

А. Ф. Можайского» МО РФ, адъюнкт.

г. Санкт-Петербург

**Ключевые слова:** лазерный гироскоп – laser gyroscope; лазерный гироскоп – laser gyrocompass; азимут – azimuth; повышение точности – enhancing accuracy; автономное ориентирование – standalone positioning.

В настоящее время на смену роторным чувствительным элементам (ЧЭ) приходят безроторные датчики угловой скорости – лазерные гироскопы (ЛГ). Этот переход обусловлен относительной дешевизной и увеличенным моторесурсом лазерных ЧЭ по сравнению с роторными. Точность современных ЛГ обусловлена характеристиками ЧЭ (самого ЛГ) и методикой вычисления азимута по его показаниям. В статье предлагается методика повышения точности определения азимута гироскопами с ЛГ в качестве ЧЭ.

Nowadays, rotor sensitive elements (SE) are being changed by rotor-free angular direction sensor i.e. laser gyroscopes (LG). Said transition is conditioned by relative cheapness and increased motor capacity of laser SE as compared to rotor ones. Accuracy of up-to-date KG is conditioned by SE features (LG itself) and azimuth calculation practice using its readings. The papers propose a technique to enhance azimuth definition accuracy using gyrocompass with LG as SE.

Высокоточное и одновременно оперативное определение азимута является актуальной задачей современной геодезии. Для высокоточного определения азимутов могут применяться астрономический метод и метод космической геодезии. Оба указанных метода обладают рядом недостатков. Так, астрономический метод, хотя является высокоточным, но его трудоёмкость и сильная зависимость от метеорологических условий не позволяют отнести его к оперативным методам. Метод космической геодезии позволяет в короткие сроки (по сравнению с астрономическим методом) получать азимуты,

но требует дополнительного высокоточного определения составляющих уклонения отвесной линии для пересчёта геодезических азимутов в астрономические. Кроме того, оба метода не являются автономными.

Указанные выше недостатки нехарактерны для гироскопического метода определения азимутов. Но гироскопический метод уступает в точности астрономическому методу и методу космической геодезии. Таким образом, задача повышения точности определения азимутов гироскопическим методом является актуальной.

ЛГ является датчиком угловой скорости. Для идеального статического (неподвижного относительно Земли) ЛГ регистрируемая им угловая скорость составляет [1]:

$$\Omega = \Omega_3 (\cos \varphi \cos \beta \cos a + \sin \varphi \sin \beta), \quad (1)$$

где  $\Omega$  – регистрируемая угловая скорость вращения ЛГ, неподвижно установленного на поверхности Земли;

$\Omega_3$  – угловая скорость вращения Земли;

$\beta$  – угол наклона оси чувствительности (ОЧ) ЛГ к плоскости горизонта;

$\varphi$  – астрономическая широта точки установки ЛГ;

$a$  – астрономический азимут направления ОЧ ЛГ.

Значение астрономического азимута, полученное при использовании в качестве ЧЭ одного статического ЛГ, вычисляется из уравнения:

$$a_{ij} = \arccos \left( \frac{\frac{\Omega_{ij} - \sin \varphi_i \sin \beta_{ij}}{\Omega_3}}{\cos \varphi_i \cos \beta_{ij}} \right), \quad (2)$$

где индекс  $i$  относится к точке установки ЛГ, а индекс  $j$  к направлению ОЧ ЛГ.

Модель средней квадратической ошибки (СКО) вычисляемого из выражения (2) азимута запишем в виде [2, 3]:

$$m_a = \sqrt{\left(\frac{\partial a_{ij}}{\partial \Omega}\right)^2 m_\Omega^2 + \left(\frac{\partial a_{ij}}{\partial \beta}\right)^2 m_\beta^2 + \left(\frac{\partial a_{ij}}{\partial \varphi}\right)^2 m_\varphi^2}. \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial a_{ij}}{\partial \varphi}\right)^2 = \frac{1}{\Omega_3^2 \cos^2 \varphi_i \sin^2 a_{ij}}. \quad (7)$$

Пусть ЛГ тщательно отгоризонтирован и угол  $\beta < 0,5'$ . Тогда  $\sin \varphi \cdot \sin \beta \approx 0$ . Так как  $\beta < 0,5'$  с точностью до седьмого знака значения  $\sin \beta$  и  $\cos \beta$  можно принять 0 и 1 соответственно. В этом случае частные производные примут вид:

$$\left(\frac{\partial a_{ij}}{\partial \Omega}\right)^2 = \frac{1}{\Omega_3^2 \cos^2 \varphi_i - \Omega_{ij}^2},$$

$$\left(\frac{\partial a_{ij}}{\partial \beta}\right)^2 = \frac{\sin^2 \varphi_i}{\left(1 - \left(\frac{\Omega_{ij}}{\Omega_3 \cos \varphi_i}\right)^2\right) \cos^2 \varphi_i},$$

$$\left(\frac{\partial a_{ij}}{\partial \varphi}\right)^2 = \frac{\left(\frac{\Omega_{ij}}{\Omega_3} \sin \varphi_i\right)^2}{\left(1 - \left(\frac{\Omega_{ij}}{\Omega_3 \cos \varphi_i}\right)^2\right) \cos^4 \varphi_i}.$$

Поскольку угол  $\beta$  мал выражение (1) регистрируемой угловой скорости идеальным ЛГ примет вид:

$$\Omega_{ij} = \Omega_3 \cos \varphi_i \cos a_{ij}. \quad (4)$$

Перепишем формулы частных производных с учётом (4):

$$\left(\frac{\partial a_{ij}}{\partial \Omega}\right)^2 = \frac{1}{\Omega_3^2 \cos^2 \varphi_i - (\Omega_3 \cos \varphi_i \cos a_{ij})^2}; \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial a_{ij}}{\partial \beta}\right)^2 = \frac{1}{\Omega_3^2 \cos^2 \varphi_i (1 - \cos^2 a_{ij})^2}; \quad (6)$$

Характер зависимости (7) ошибки азимута от ориентировки оси чувствительности приведён на рис. 1 (для удобства широта установки ЛГ принята  $45^\circ$ ).

Таким образом, СКО азимута из-за ошибки определения угловой скорости возрастает с приближением значения азимута ОЧ ЛГ к направлению Север-Юг и уменьшается при приближении азимута к линии Запад-Восток.

Оценим влияние точности определения угла  $\beta$  (наклона оси чувствительности ЛГ к плоскости горизонта) на СКО азимута. Для этого используем выражение (6) и (4):

$$\left(\frac{\partial a_{ij}}{\partial \beta}\right)^2 = \frac{\sin^2 \varphi_i}{\sin^2 a_{ij} \cos^2 \varphi_i}.$$

Приняв значение широты места наблюдений  $45^\circ$ , получим:

$$\left(\frac{\partial a_{ij}}{\partial \beta}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2 a_{ij}}.$$

Характер зависимости ошибки азимута от наклона оси чувствительности приведён на рис. 2 (широта установки ЛГ принята  $45^\circ$ ).

Из приведённого анализа следует, что на интервалах ориентировки ОЧ ЛГ от  $\pi/4$  до  $3\pi/4$  ошибка вычисленного по формуле (2) азимута будет вести себя плавно и составит при  $a_{ij} = \pi/4$ ,  $a_{ij} = 3\pi/4$ :

$$m_a = \sqrt{0,02 m_\Omega^2 + 2 m_\beta^2 + m_\varphi^2}.$$

При  $a_{ij} = \pi/2 \pm 20^\circ$ :

$$m_a = \sqrt{0,01 m_\Omega^2 + m_\beta^2}.$$

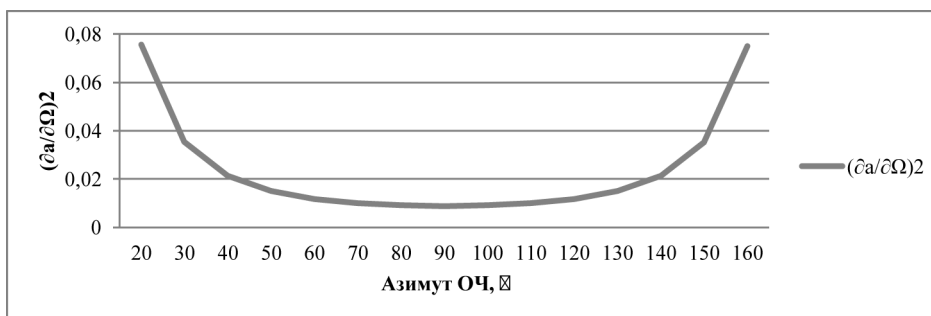


Рис. 1. Характер зависимости ошибки азимута от ориентировки оси чувствительности

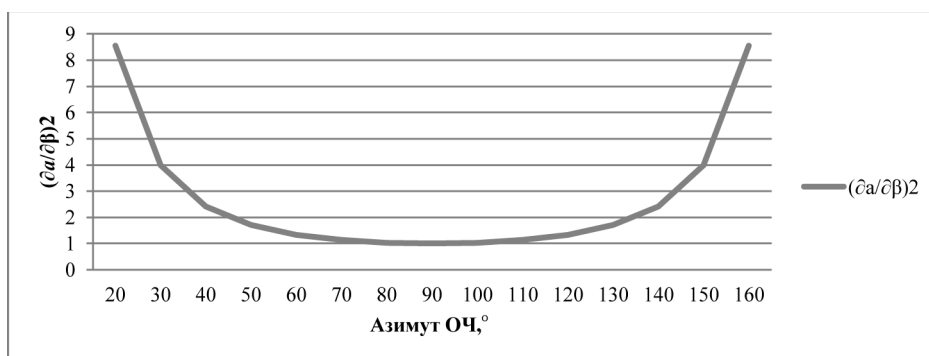


Рис. 2. Характер зависимости ошибки азимута от наклона оси чувствительности

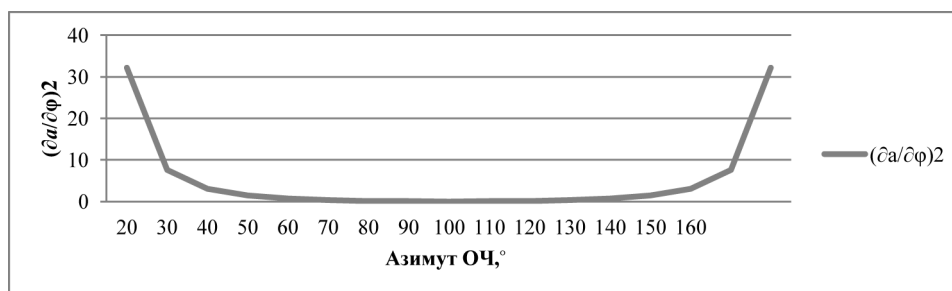


Рис. 3. Характер зависимости ошибки азимута от ошибки определения широты места установки ЛГ

Современные высокоточные уровни позволяют выполнять горизонтирование с секундным уровнем точности (примерно 2"). Точность (СКО) широты места установки ЛГ примем 15 м (из абсолютных определений аппаратурой потребителя космических навигационных систем), что в угловой мере составит примерно 0,5". Точность измерения проекции угловой скорости на ОЧ ЛГ составляет примерно 4'/4, что определит точность вычисления азимута около 0,5'. Таким образом, доминирующей ошибкой является ошибка определения Ω ОЧ ЛГ. Значение проекции угловой скорости на ОЧ ЛГ получим из соотношения:

$$\Delta v = \Omega 4S / L\lambda, K = L\lambda / 4S,$$

где  $K$  – масштабный коэффициент ЛГ (коэффициент пропорциональности между угловой скоростью вращения ЛГ и разности частот встречных волн;

$S$  – площадь оптического резонатора;

$L$  – периметр оптического резонатора;

$\lambda$  – длина волны ЛГ;

$\Delta v$  – измеренное значение разности частот встречных волн, возникающих во вращающемся ЛГ.

Ошибка, полученной таким образом, угловой скорости при непосредственном измерении ЛГ обусловлена [4]:

– дрейфом нуля  $D_0$  (медленной не учитываемой составляющей),

– случайным дрейфом  $D_\delta$  (шумом ЛГ),

– ошибкой съёма информации  $\xi_0$ , включающей дискретность считываемой информации с ЛГ и ошибки вычитания подставки (ошибка значения положения колеблющегося ЛГ относительно основания в момент съёма информации) [4]. Суммарная ошибка съёма информации будет возникать дважды в начале и конце измерений и составит  $\xi = \xi_0 \cdot 2^{1/2}$ .

Ошибка масштабного коэффициента  $K$  будет обусловлена суммарной ошибкой съёма информации и случайным дрейфом. Кроме того, само значение масштабного коэффициента нестабильно и изменяется в процессе эксплуатации ЛГ. Можно сделать вывод, что для получения астрономического азимута по формуле (2) предварительно требуется:

– определить значения угла наклона ОЧ ЛГ с СКО, превосходящей точность ориентирования как минимум вдвое;

– определить значения широты места установки прибора с учётом требуемой точности ориентирования;

– задать допустимые направления для наблюдений;

– определить величину масштабного коэффициента.

Таким образом, несовершенства метода гироскопического ориентирования с применением современных ЛГ являются:

– необходимость определения  $\beta$  с СКО, превышающей требуемую точность определения азимута примерно в 2 раза;

– необходимость определения  $\varphi$  с СКО, превышающей требуемую точность определения азимута;  
 – необходимость определения  $K$  в момент измерений.

Проблему высокоточного определения  $\beta$  возможно решить применением современных высокоточных уровней. При применении высокоточных уровней для горизонтирования ЛГ формула (1) примет вид (4), тогда измеренная угловая скорость при направлении ОЧ ЛГ изменённом против часовой стрелки на  $90^\circ$  составит:

$$\Omega_{i(j-90^\circ)} = \Omega_3 \cos \varphi_i \cos(a_{ij} - 90^\circ), \quad (8)$$

отсюда справедливо:

$$\Omega_{i(j-90^\circ)} = \Omega_3 \cos \varphi_i \sin a_{ij}, \quad (9)$$

разделив (9) на (4) получим:

$$\frac{\Omega_{i(j-90^\circ)}}{\Omega_{ij}} = \operatorname{tg} a_{ij};$$

$$a_{ij} = \operatorname{arctg} \left( \frac{\Omega_{i(j-90^\circ)}}{\Omega_{ij}} \right). \quad (10)$$

Заменим в выражении (10) значения угловых скоростей, используя формулу  $\Delta v = \Omega 4S / (L\lambda)$ ,  $K = L\lambda / (4S)$ . Приняв значения масштабных коэффициентов ЛГ при обоих измерениях стабильным, получим:

$$a_{ij} = \operatorname{arctg} \left( \frac{\Delta v_{i(j-90^\circ)}}{\Delta v_{ij}} \right). \quad (11)$$

Т.е. выполнение второго измерения в направлении, отличным от первого направления на  $90^\circ$ , при условии высокоточного горизонтирования, избавляет от необходимости определения широты и масштабного коэффициента ЛГ. Соответственно значение вычисляемого астрономического азимута избавлено от ошибок определения широты и масштабного коэффициента. Но идеальное горизонтирование невозможно, как и поворот ОЧ ровно на  $90^\circ$ , что неизбежно приведёт к появлению ошибок значения определяемого азимута.

Современные возможности автоматизированной угловой высокоточной выставки превосходят угловую секунду, т.е. вполне обеспечивают разворот оси чувствительности ЛГ на  $90^\circ$  с СКО  $1''$ . Остаётся определить способ расчёта поправки в вычисляемый азимут за остаточный после горизонтирования угол наклона ОЧ ЛГ к плоскости горизонта. Приблизительное значение азимута  $a'$  в первом положении ОЧ ЛГ получим из выражения (10) или (11):

$$\operatorname{tg} a'_1 = \frac{\Omega_2}{\Omega_1}; \quad (12)$$

где  $\Omega_1$  – угловая скорость, зарегистрированная в первом положении ОЧ ЛГ;

$\Omega_2$  – угловая скорость, зарегистрированная в положении ОЧ ЛГ, изменённом против часовой стрелки на  $90^\circ$  от первого положения.

Заменим угловые скорости в соответствии с (1):

$$\operatorname{tg} a'_1 = \frac{\cos \varphi \cos \beta_2 \sin a_1 + \sin \varphi \sin \beta_2}{\cos \varphi \cos \beta_1 \cos a_1 + \sin \varphi \sin \beta_1},$$

Разделим числитель и знаменатель правой части на  $\cos \varphi \cdot \cos a$ :

$$\operatorname{tg} a'_1 = \frac{\cos \beta_2 \operatorname{tg} a_1 + \operatorname{tg} \varphi \frac{\sin \beta_2}{\cos a_1}}{\cos \beta_1 + \operatorname{tg} \varphi \frac{\sin \beta_1}{\cos a_1}},$$

Приняв точность горизонтирования  $0,5'$  получим  $\cos \beta \approx 1$ . Тогда выражение примет вид:

$$\operatorname{tg} a'_1 = \frac{\operatorname{tg} a_1 + \operatorname{tg} \varphi \frac{\sin \beta_2}{\cos a_1}}{1 + \operatorname{tg} \varphi \frac{\sin \beta_1}{\cos a_1}}.$$

Преобразовав выражение, получим:

$$\operatorname{tg} a_1 = \operatorname{tg} a'_1 + \operatorname{tg} a'_1 \operatorname{tg} \varphi \frac{\sin \beta_1}{\cos a_1} - \operatorname{tg} \varphi \frac{\sin \beta_2}{\cos a_1};$$

или

$$\operatorname{tg} a_1 = \operatorname{tg} a'_1 + \left( \operatorname{tg} a'_1 \frac{\sin \beta_1}{\cos a_1} - \frac{\sin \beta_2}{\cos a_1} \right) \operatorname{tg} \varphi. \quad (13)$$

Для оценки значения второго слагаемого правой части примем  $\varphi=45^\circ$ ,  $\beta=30''$ , в этом случае, как показано ранее, ошибка азимута увеличится до двух величин  $\beta$ , т.е. до  $1'$ . Сравнив значения второго слагаемого правой части  $f(a)$  при  $a_0$  и  $a' = a_0 + 2\beta$ , получим графики, отображённые на рис. 4.

Таким образом, можно сделать вывод, что во втором слагаемом правой части значения  $a$  можем заменить на  $a'$ . В итоге получим выражение для расчёта скорректированного значения азимута:

$$\operatorname{tg} a_1 = \operatorname{tg} a'_1 + \operatorname{tg} a'_1 \operatorname{tg} \varphi \frac{\sin \beta_1}{\cos a'_1} - \operatorname{tg} \varphi \frac{\sin \beta_2}{\cos a'_1};$$

или

$$\operatorname{tg} a_1 = \operatorname{tg} a'_1 + \left( \operatorname{tg} a'_1 \frac{\sin \beta_1}{\cos a'_1} - \frac{\sin \beta_2}{\cos a'_1} \right) \operatorname{tg} \varphi. \quad (14)$$

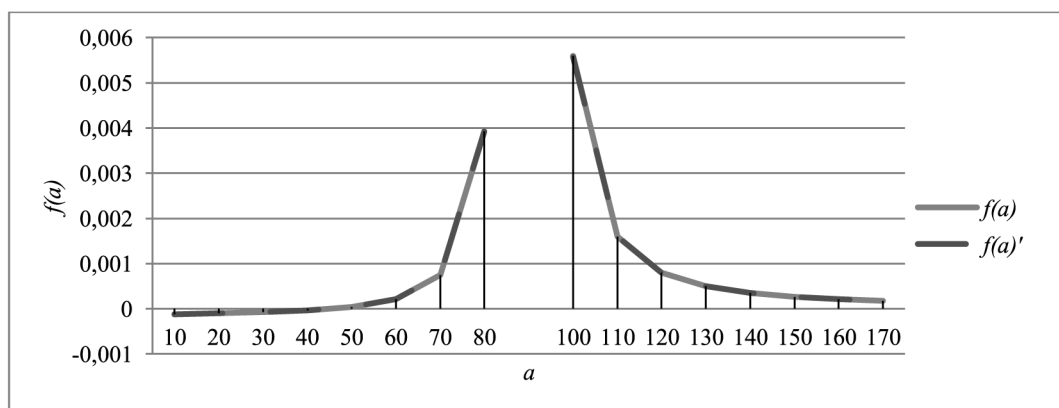


Рис. 4. Влияние остаточного  $\beta$  на поправку в азимут

Указанный подход позволяет отказаться от определения масштабного коэффициента ЛГ при определении азимута.

Для компенсации значительной части дрейфа ЛГ известна методика наблюдений, когда ОЧ разворачивается на  $180^\circ$ . После разворота ОЧ показания ЛГ, связанные с вращением Земли, меняют знак. Показания же, связанные с дрейфом, остаются теми же [5]. Это позволяет учесть влияние медленного дрейфа нуля.

Можно сделать вывод, что определение азимута должно состоять из четырёх измерений. Как описывалось ранее, вблизи направления Север–Юг ошибки измерений ЛГ максимальны, а вблизи направления Запад–Восток чувствительность ЛГ минимальна. Всё указанное в совокупности определяет методику наблюдений ЛГ для повышения точности при определении азимута:

1. Измерение проекции угловой скорости вращения на ось чувствительности лазерного гирокомпаса в направлении ОН1 близком к азимуту  $135^\circ$ .

2. Измерение проекции угловой скорости вращения на ось чувствительности лазерного гирокомпаса в направлении ОН2=ОН1– $90^\circ$ .

3. Измерение проекции угловой скорости вращения на ось чувствительности лазерного гирокомпаса в направлении ОН3=ОН2– $90^\circ$ .

4. Измерение проекции угловой скорости вращения на ось чувствительности лазерного гирокомпаса в направлении ОН4=ОН3– $90^\circ$ .

5. Учёт медленной составляющей дрейфа ЛГ (из совместной обработки ОН1, ОН3 и ОН2,ОН4).

6. Вычисление поправки в проекции измеренной угловой скорости вращения на ось чувствительности лазерного гирокомпаса в направлениях ОН1 и ОН2 за дрейф [5].

7. Исправление проекции измеренной угловой скорости вращения на ось чувствительности лазерного гирокомпаса в направлениях ОН1 и ОН2 поправкой за дрейф.

8. Вычисление азимута направления ОН1 без учёта масштабного коэффициента:

8.1 Вычисление значения  $\text{tg } a'$  из исправленных значений проекции угловой скорости по формуле (12).

8.2 Вычисление значения  $a'$ , используя формулу (10) или (11).

8.3 Расчет азимута направления ОН1 без учёта масштабного коэффициента по формуле (14).

Рассчитаем априорно значение СКО определения астрономического азимута по представленной формуле (14). Модель СКО вычисляемого азимута из выражения (14) запишем в виде:

$$m_a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial a'}\right)^2 m_a'^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial \beta}\right)^2 m_\beta^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial \varphi}\right)^2 m_\varphi^2} \quad (15)$$

Для удобства вычислений примем широту места установки ЛГ  $45^\circ$  и угол  $\beta = 30''$ . Пусть СКО определения широты места установки ЛГ составляет  $1''$ , СКО определения угла  $\beta$  ОЧ ЛГ составляет  $5''$ . Тогда квадраты частных производных в (15) примут вид:

$$\left(\frac{\partial a}{\partial a'}\right)^2 = \frac{1}{(1 - (\text{tga}' - 1)^2) \cos^4 a'} \approx 4;$$

$$\left(\frac{\partial a}{\partial \beta}\right)^2 = \frac{(\text{tga}' - 1)^2}{(1 - (\text{tga}' - 1)^2) \cos^2 a'} \approx 0;$$

$$\left(\frac{\partial a}{\partial \varphi}\right)^2 = \frac{(\text{tga}' \sin \beta_1 - \sin \beta_2)^2}{(1 - (\text{tga}' - 1)^2) \cos^4 \varphi \cos^2 a'} \approx 0.$$

С учётом ограничений формула (15) примет вид:

$$m_a = \sqrt{4m_a'^2}, \quad (16)$$

Как описывалось ранее, ошибка  $m_a'$  будет обусловлена [4] характеристиками ЛГ:

– дрейфом нуля  $D_0$  (медленной не учитываемой составляющей),

– случайным дрейфом  $D_\delta$  (шумом ЛГ),

– суммарной ошибкой съёма информации.

Для ЛГК, принятого на вооружение, указанные характеристики составляют [4]:

–  $D_0 \approx 0,0003-0,001^\circ/\text{ч}$ , что в секундной мере составит около  $1-4''/\text{ч}$ ;

–  $D_\delta \approx 0,001^\circ/\text{ч}^{1/2}$ , что в секундной мере составит около  $4''/\text{ч}^{1/2}$ ;

–  $\xi \approx 0,03-0,05''$ .

В этом случае формулу ошибки  $m_a'$  можно записать:

$$m_a'^2 = (tD_0)^2 + (D_\delta \sqrt{t})^2 + \xi^2. \quad (17)$$

Пусть время одного наблюдения составляет 5 мин. Так как описанная методика определения азимута включает 4 направления, то общее время работы ЛГ составит 20 мин. В этом случае формулу ошибки  $m_a'$  можно записать:

$$m_a'^2 = (0,3 \cdot 1)^2 + (0,5 \cdot 3,6)^2 + (4 \cdot 0,03)^2,$$

$$m_a' \approx 2''.$$

Из вышеизложенного и формулы (17) следует, что ошибка определения астрономического азимута составит  $4''$  за 20 минут наблюдений. Т.е. применение предложенной методики наблюдений для существующего ЛГК позволит значительно повысить точность ориентирования. Предложенный подход позволит применять ЛГК для измерений геодезического класса точности. Кроме того, относительная дешевизна и значительный моторесурс в совокупности с высокой точностью позволит лазерным гирокомпасам составить достойную конкуренцию гирокомпасам с роторным чувствительным элементом.

## Литература

1. Воронков, Н. Н. Гироскопическое ориентирование / Н.Н. Воронков, В.В. Кутырев, Н.М. Ашимов. – М.: «Недра», 1980. – 295 с.
2. Астапович, А. В. Теория математической обработки геодезических измерений: учебное пособие / А.В. Астапович. – Санкт-Петербург: «СПВВТКУ», 1997. – 199 с.
3. Теория математической обработки геодезических измерений / П.А. Гайдаев, В.Д. Большаков. – М.: «Недра», 1969. – 400 с.
4. Лазерный гирокомпас / Руководство по эксплуатации: ГЕКН.401233.033РЭ. – М.: Геодезия, 2012. – 35 с.
5. Суханов, С. В. Алгоритмы компенсации погрешностей выходного сигнала лазерного гироскопа / С.В. Суханов // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 3 (2). – С. 134–140.