Взаимный маневр космических аппаратов при использовании непрерывных управляющих функций постоянной величины в орбитальной относительной системе координат

Mutual maneuver of spacecrafts using continuous control functions of the constant value in the orbital relative coordinate system

Ключевые слова: взаимный маневр – mutual maneuver; относительное движение – relative motion; программная траектория – programmed trajectory.

В статье анализируется возможность использования для выполнения взаимного маневра космических аппаратов непрерывных управляющих функций постоянной величины в орбитальной относительной системе координат.

The article examines the possibility of using continuous constant value control functions to perform mutual maneuver of spacecrafts in the orbital relative coordinate system.

ГОНЧАРЕВСКИЙ / GONCHAREVSKY V.
Вилен Степанович

доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки и техники РФ.
ФГКВОУ ВПО «Военно-космическая академия
им. А.Ф. Можайского» МО РФ,
почетный профессор.
г. Санкт-Петербург

Рассмотрим задачу выполнения взаимного маневра (ВМ) космических аппаратов (КА).

При решении этой задачи примем следующие исходные условия.

1. Пассивный аппарат (ПА), относительно которого осуществляет ВМ активный аппарат (АА), вращается вокруг планеты по круговой орбите с постоянной угловой скоростью ω. АА перед началом ВМ перемещается по компланарной орбите, близкой к орбите ПА.

2. Движение центра масс АА рассматривается в орбитальной (вращающейся) относительной системе координат (ОСК) $x_в y_в z_в$, начало которой совпадает с центром масс ПА, ось $y_в$ направлена по местной вертикали от центра планеты, ось $z_в$ перпендикулярна к плоскости орбиты и совпадает с направлением вектора $\vec{\omega}$, а ось $x_в$ расположена в плоскости орбиты и направлена так, чтобы образовать правую систему координат. Ориентация и угловая стабилизация строительных осей КА осуществляется в этой ОСК.

3. Ограничения на вид программной траектории относительного движения (ОД) при выполнении ВМ отсутствуют.

4. Время выполнения маневра T задается перед его началом.

С учетом этих условий ОД центра масс АА в линеаризованном поле тяготения описывается следующей системой неоднородных линейных дифференциальных уравнений (ЛДУ) с переменными коэффициентами и постоянными правыми частями [1]

$$\dot{\vec{q}} = A(\tau)\vec{q} + \vec{u}, \qquad (1)$$

где $\vec{q} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix}$,

$$A(\tau) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1-3\sin^2\tau & 0 & 1.5\sin 2\tau & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1.5\sin 2\tau & 0 & 1-3\cos^2\tau & 0 \end{bmatrix}.,$$

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ u_x \\ 0 \\ u_y \end{bmatrix},$$

Получить решение этой системы ЛДУ в замкнутой форме непосредственно не представляется возможным из-за переменности элементов матрицы $A(\tau)$. Однако если учесть, что вектор состояния центра масс активного аппарата $\vec{q}$ в орбитальной (вращающейся) ОСК связан с вектором состояния в невращающейся ОСК $\vec{q}_{\text{н}}$ соотношением

$$\vec{q} = M_1(\tau)\vec{q}_{\text{н}}, \tag{2}$$

где $M_1(\tau) = \begin{bmatrix} M(\tau) & -\dot{M}(\tau) \\ \dot{M}(\tau) & M(\tau) \end{bmatrix}$,

$$M(\tau) = \begin{bmatrix} \cos\tau & 0 \\ \sin\tau & \cos\tau \end{bmatrix},$$

и найти решение системы ЛДУ с постоянными коэффициентами, описывающей ОД в орбитальной ОСК, для переменной вектор-функции $\vec{u} = M_1\vec{u}_{\text{н}}$, где $\vec{u}_{\text{н}} = \text{const}$, а затем сделать в этом решении замену переменных (2), то можно получить искомое решение. Оно будет иметь вид

$$\vec{q}_{\text{н}} = \Phi_{\text{н}}(\vec{q}_{\text{н}0} + \int_0^{\tau} \Phi_{\text{н}}^{-1}\vec{u}_{\text{н}}d\eta), \tag{3}$$

где

$$\Phi_{\text{н}} = M_1^{-1}\Phi M_1, \quad \Phi_{\text{н}}^{-1} = M_1^{-1}\Phi^{-1}M_1, \tag{4}$$

Ф – фундаментальная матрица решений ЛДУ с постоянными коэффициентами, описывающих ОД в орбитальной ОСК [2].

На основе соотношения (4) можно получить выражения для элементов матрицанта $\Phi_{\text{н}}$ и обратного матрицанта $\Phi_{\text{н}}^{-1}$. Используя их и решая уравнение (3) относительно $\vec{u}_{\text{н}}$, получим

$$\vec{u}_{\text{н}} = F_{\text{н}}^{-1}(\Phi_{\text{н}}^{-1}\vec{q}_{\text{н}} - \vec{c}_{\text{н}}), \tag{5}$$

где $F_{\text{н}}^{-1}$ – матрица, обратная матрице $F_{\text{н}} = \int_0^{\tau} \Phi_{\text{н}}^{-1}d\eta$,

$\vec{c}_{\text{н}}$ – вектор произвольных постоянных, определяемый начальными условиями маневра $\vec{q}_{\text{н}0}$.

Из соотношения (5) можно получить управление, обеспечивающее встречу АА и ПА в момент $\tau = T$

$$\vec{u}_{\text{нП}} = F_{\text{н}T}^{-1}(\Phi_{\text{н}T}^{-1}\vec{q}_{\text{н}T} - \vec{c}_{\text{н}}), \tag{6}$$

где

$$\vec{q}_{\text{н}T} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{x}_{\text{н}T} \\ 0 \\ \dot{y}_{\text{н}T} \end{bmatrix}.$$

Раскрыв это векторно-матричное соотношение, найдем составляющие постоянного управления

$$\vec{u}_{\text{нП}} = \begin{bmatrix} u_{x\text{нП}} \\ u_{y\text{нП}} \end{bmatrix}$$

$$u_{x\text{нП}} = D_{\text{н}x} / D_{\text{н}}, \quad u_{y\text{нП}} = D_{\text{н}y} / D_{\text{н}}, \tag{7}$$

где $D_{\text{н}x}, D_{\text{н}y}, D_{\text{н}}$ – коэффициенты, определяемые краевыми условиями и временем выполнения маневра. Подставив соотношения (6, 7) в соотношение (3), получим выражение для программной траектории ОД АА, обеспечивающей в момент $\tau = T$ встречу КА с жестким контактом

$$\vec{q}_{\text{н}} = \Phi_{\text{н}}(\vec{c}_{\text{н}} + F_{\text{н}}\vec{u}_{\text{нП}}). \tag{8}$$

Таким образом, соотношение (6) определяет программу управления при отсутствии ограничений на вид траектории ОД в случае использования непрерывных управляющих воздействий в невращающейся ОСК. Такое управление может быть реализовано с помощью двигателей постоянной тяги, работающих в непрерывном режиме, если предположить, что масса АА в процессе ВМ существенно не изменяется.

Энергетические затраты (ЭЗ) на выполнение этой программы в случае применения на АА полярной схемы построения двигательной установки (ДУ) управления движением центра масс можно вычислить по формуле

$$V_{\text{р}1} = u_{\text{нП}}T, \tag{9}$$

а в случае применения декартовой схемы ДУ – по формуле

$$V_{\text{р}\Sigma} = T\sum_{i=1}^{n} u_{i\text{нП}}. \tag{10}$$

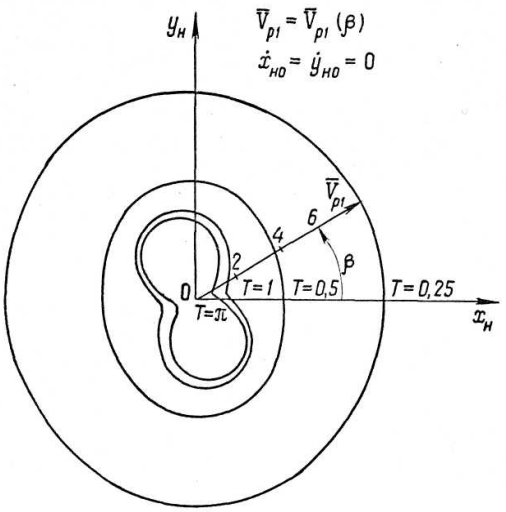

Рис. 1

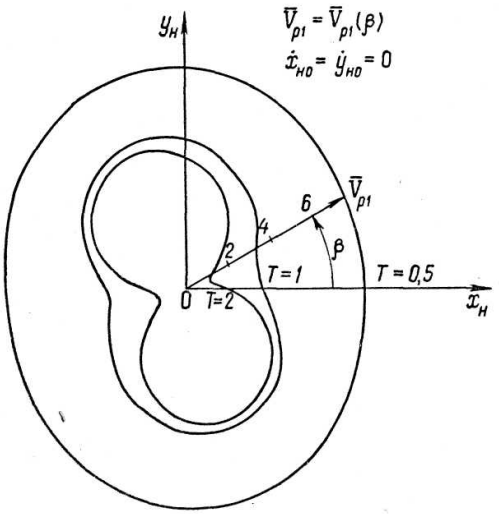

Рис. 2

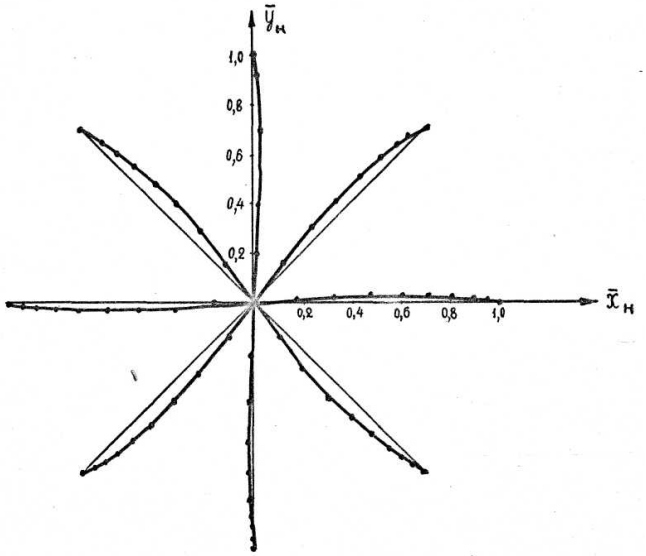

Рис. 3

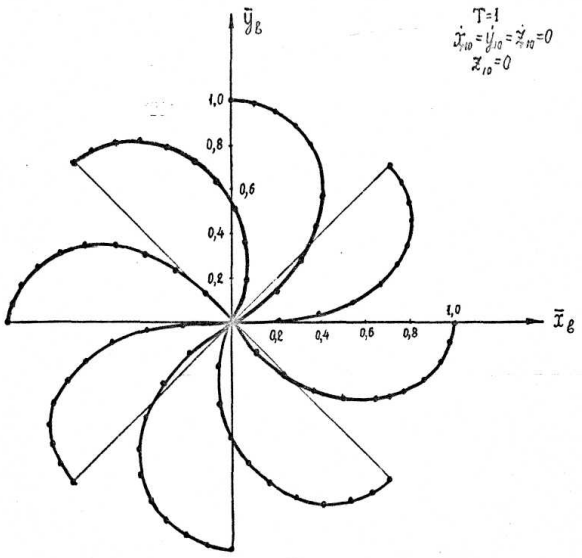

Рис. 4

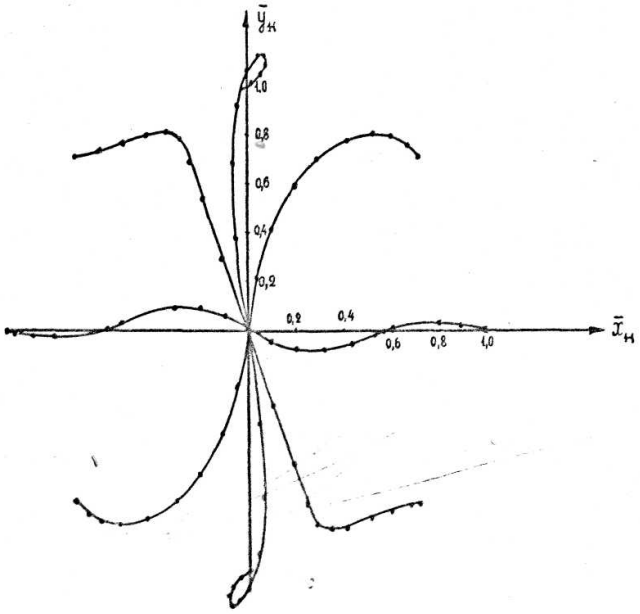

Рис. 5

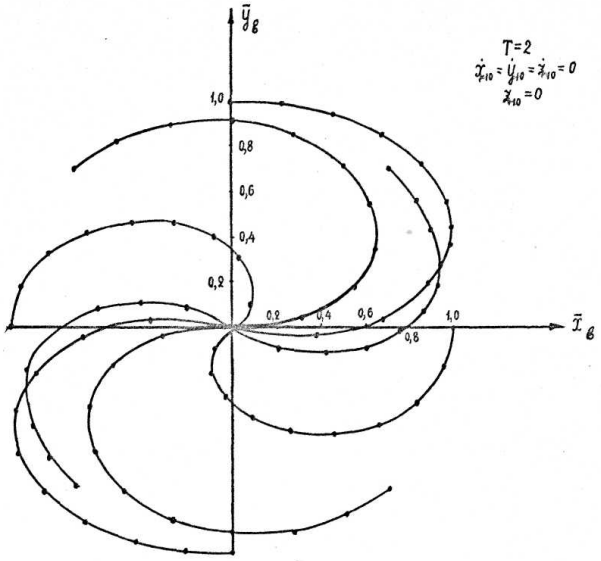

Рис. 6

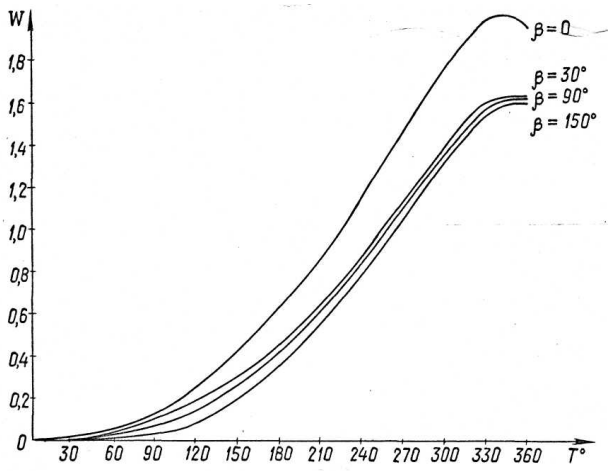

Рис. 7

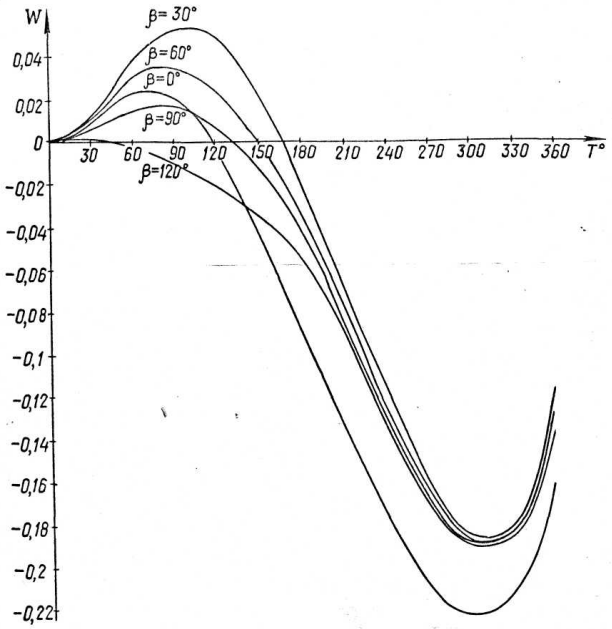

Рис. 8

Заметим, что соотношения (9, 10) характеризуют ЭЗ на осуществление встречи КА с жестким контактом. Для обеспечения мягкого контакта необходимо в конце ВМ сообщить АА приращение скорости

$$\vec{V}_{\text{н}T} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{\text{н}T} \\ \dot{y}_{\text{н}T} \end{bmatrix},$$

величина и направление которого определяется из соотношения (8) при $\tau = T$. Суммарные ЭЗ на выполнение ВМ в этом случае будут равны $V_{\text{р}1\Sigma} = V_{\text{р}1} + V_{\text{н}T}$ при полярной схеме и

$V_{\text{р}2\Sigma} = V_{\text{р}2} + \sum_{i=1}^{n} V_{i\,\text{н}T}$ – при декартовой схеме ДУ.

Некоторые результаты моделирования программ управления (6–8) и расчетов ЭЗ на их реализацию представлены на рис. 1–6.

Графики на рис. 1, 2 характеризуют ЭЗ соответственно на выполнение встречи с жестким и мягким контактом при полярном управлении. Анализ графиков показывает, что для уменьшения ЭЗ целесообразно выбирать время ВМ в пределах $\pi/2 < T < \pi$, а начальное направление β – в пределах (0^0...30^0) или (180^0...210^0). На рис. 3, 5 изображены траектории управляемого ОД в невращающейся ОСК при использовании рассматриваемого метода, а рис. 4, 6 иллюстрируют вид этих же траекторий в орбитальной ОСК.

На рис. 7–8 представлены сравнительные характеристики по ЭЗ непрерывных методов с постоянными управлениями в орбитальной и невращающейся ОСК.

Рис.8, где $W = (V'_{\text{рП}} - V^*_{\text{рП}})/V^*_{\text{рП}}$, а $V'_{\text{рП}}$ и $V^*_{\text{рП}}$ – затраты соответственно в методах с постоянными управлениями в невращающейся и в орбитальной ОСК, относится к маневру встречи с мягким контактом, а рис.7, где $W = (V^*_{\text{рП}} - V'_{\text{рП}})/V'_{\text{рП}}$ – к маневру встречи с жестким контактом. Видно, что при малых $T < 1$ величины $V'_{\text{рП}}$ и $V^*_{\text{рП}}$ практически совпадают, а при $T > \pi$ затраты в методе с постоянными управлениями в орбитальной ОСК для всех начальных направлений β больше, чем в методе с постоянными управлениями в невращающейся ОСК.

Литература

1. *Гончаревский, В.С.* Методы и алгоритмы управления относительным движением космических аппаратов / В.С. Гончаревский. – МО РФ, 1998. – 87 с.

2. *Гончаревский, В.С.* Взаимный маневр космических аппаратов при отсутствии ограничений на вид траектории / В.С. Гончаревский. – СПб: ВКА им. А.Ф. Можайского, 2010.– 115 с.