Подавление ответных (ретранслированных) помех при обработке псевдослучайных сигналов с относительной фазовой модуляцией

Suppressing Response (Retranslated) Interference in the Course of Processing Pseudo-Random Signals with Relative Phase Modulation

Бикченин / Bikkenin R.
Рафаэль Рифгатович
(tosir@sut.ru)
доктор технических наук, профессор,
заслуженный работник высшей школы РФ.
Военный институт дополнительного
профессионального образования (ВИ ДПО)
ВУНЦ ВМФ "Военно-морская академия имени
Адмирала Флота Советского Союза Н. Г. Кузнецова"
(ВМА им. Н. Г. Кузнецова) МО РФ,
доцент кафедры средств связи.
г. Санкт-Петербург

Андрюков / Andrukov A.
Алексей Анатольевич
(aaa260977@yandex.ru)
ВИ ДПО ВУНЦ ВМФ
ВМА им. Н. Г. Кузнецова МО РФ,
преподаватель кафедры средств связи.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: псевдослучайные сигналы – pseudo-random signals; относительная фазовая модуляция – differential phase shift keying; демодуляция – demodulation; ответная (ретранслированная) помеха – response (retranslated) interference; шум – noise; вероятность ошибки – error probability.

Рассмотрена процедура некогерентного приема с когерентным сложением псевдослучайных сигналов с относительной фазовой модуляцией при воздействии преднамеренных ответных (ретранслированных) помех. Найдено соотношение для вероятности ошибки, позволяющее оценить помехоустойчивость приема.

The procedure is reviewed of non-coherent reception with coherent summation of pseudo-random signals with differential phase shift keying under the effect of intentional response (retranslated) interference. An expression is derived for error probability that makes it possible to assess reception noise immunity.

Введение

В современных условиях системы военной связи и управления, а также некоторые системы связи гражданского применения функционируют, как правило, в сложной радиоэлектронной обстановке при воздействии комплекса помех естественного и искусственного происхождения. Искусственные помехи могут быть непреднамеренными, в частности, внутрисистемными или внешними. Но наиболее опасны специально создаваемые преднамеренные помехи, которые формируются комплексами и средствами радиоэлектронного подавления (РЭП).

В числе организованных или преднамеренных помех, которые в настоящее время реализуются сравнительно несложными методами в системах РЭП, в [1, 2] названы: шумовая заградительная помеха, помеха в части полосы сигнала, прицельная по частоте помеха, ответная (ретранслированная) помеха, импульсная помеха.

Среди указанных помех одной из наиболее эффективных считается ответная (ретранслированная) помеха. Станции таких помех всю излучаемую мощность концентрируют на частоте подавления и только в период работы подавляемой системы связи. Эти помехи формируются на основе перехваченных элементов сигнала и таким образом, что в приемнике системы связи могут быть восприняты в качестве полезных сигналов от своих корреспондентов [1].

В настоящей работе рассмотрена процедура некогерентной обработки с когерентным сложением псевдослучайных сигналов с относительной фазовой модуляцией (ОФМ), получено расчетное соотношение, позволяющее оценить помехоустойчивость демодулятора в условиях действия естественных и преднамеренных ответных (ретранслированных) помех. Показано, что в сложной радиоэлектронной обстановке, когда отношение сигнал/помеха меньше единицы, возможно обеспечить уверенный прием передаваемой полезной информации.

Сигнал и процедура его обработки

В числе систем связи, эффективно функционирующих в сложной радиоэлектронной обстановке, могут быть названы системы с расширенным спектром, в основе которых лежит использование псевдослучайных последовательностей (ПСП), в первую очередь, М-последовательностей, последовательностей Голда, являющихся производными от М-последовательностей, а также некоторых других. С помощью этих последовательностей формируются псевдослучайные (шумоподобные) сигналы, как правило, посредством дискретной фазовой модуляции, в частности, посредством относительной фазовой модуляции (differential phase shift keying – DPSK). Устройства обработки сигналов в этом случае реализуются сравнительно просто. Но при этом требуется выполнить условие: фаза сигнала в канале связи на протяжении двух соседних посылок, участвующих в регистрации, должна меняться незначительно, несмотря на то, что она может иметь произвольные значения на интервале от 0 до 2π. Это дает возможность реализовать некогерентные методы обработки. В тех случаях, когда фаза, имея случайный характер, меняется столь медленно, что на протяжении некоторого количества посылок ее значения сохраняются почти постоянными, можно применить некогерентную обработку с когерентным сложением (накоплением) элементов псевдослучайного сигнала.

Предположим, что источником сообщений создаются двоичные информационные символы $x_i \in \{0, 1\}$, $P\{x_i = 0\} = P\{x_i = 1\} = 1/2$, $i = 1, 2, \ldots$, длительности T_0 каждый. Далее с помощью ПСП путем относительной фазовой модуляции формируются составные псевдослучайные (шумоподобные) сигналы. Их реализации, соответствующие символам «0» и «1», являются последовательными во времени совокупностями n отрезков гармонических колебаний (субэлементов) длительности $T = T_0/n$, где n – база сигнала [3]:

$$S_0(t) = \begin{cases} U_{\text{c}} \sum\limits_{k=1}^{n} (-1)^{\gamma_k} \cos\left(\omega t + \varphi_{\text{c}}\right), & t \in [0, nT], \\ U_{\text{c}} \sum\limits_{k=1}^{n} (-1)^{\gamma_k} \cos\left(\omega t + \varphi_{\text{c}}\right), & t \in [nT, 2nT], \end{cases}$$

$$S_1(t) = \begin{cases} U_{\text{c}} \sum\limits_{k=1}^{n} (-1)^{\gamma_k} \cos\left(\omega t + \varphi_{\text{c}}\right), & t \in [0, nT], \\ U_{\text{c}} \sum\limits_{k=1}^{n} (-1)^{1-\gamma_k} \cos\left(\omega t + \varphi_{\text{c}}\right), & t \in [nT, 2nT], \end{cases} \qquad (1)$$

где $\gamma_к = \{0, 1\}$ – элементы ПСП, такой же длительности T, определяющие длительность субэлементов составного сигнала; $\varphi_{\text{c}} \in [0, 2\pi]$ – начальная фаза сигнала. (Здесь и далее посылкой будем называть всю совокупность последовательно передаваемых n субэлементов за время T_0). Будем считать, что начальная фаза φ_{c} в канале меняется достаточно медленно, так что на длительности нескольких посылок ее изменения мало заметны.

Рассмотрим ситуацию, когда в канале связи наряду с естественной шумовой помехой действует ответная (ретранслированная) помеха, имеющая энергетическое превосходство над сигналом.

В [1] отмечено, что с учетом времени обнаружения сигналов, измерения его частоты и направления прихода, настройки передатчика помех на необходимую частоту и излучения сформированной помехи в заданном пространственном секторе, окончание действия ответной (ретранслированной) помехи должно совпадать с моментом прекращения излучения сигнала подавляемой системы связи. Иными словами, время реализации перечисленных функций (время реакции комплекса РЭП) должно быть достаточно малым, чтобы ответная помеха успела эффективно воздействовать на передаваемый сигнал.

Известно [4], что оптимальной помехой для воздействия на сигнал с дискретной фазовой модуляцией (ДФМ) или на сигнал с ОФМ является также колебание с ДФМ. Такая помеха, будучи сигналоподобной, должна быть синхронной и синфазной, то есть посылки помехи имеют длительность T, равную длительности субэлементов сигнала, и моменты смены информационных фаз сигнала и помехи совпадают.

С учетом сказанного ответную помеху опишем соотношением

$$I(t) = U_{\text{d'}} \sum_{k=1}^{n} (-1)^{1-\gamma_k} \cos\left(\omega t + \varphi_{\text{П}}\right), \qquad (2)$$

где $\gamma_к = \{0, 1\}$ – элементы, определяющие структуру ответной помехи, являются зависимыми от аналогичных элементов ПСП, определяющих структуру полезного сигнала; $\varphi_{\text{п}}$ – случайная фаза помехи, равномерно распределяемая на интервале от 0 до 2π, не зависит от фазы сигнала φ_{c}.

Для обработки сигналов (1) в условиях комплекса помех: ответной (2) и естественного шума можно воспользоваться следующей процедурой некогерентного приема с когерентным сложением:

$$\operatorname{rect}\Bigg[\left(\sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m-1} X_k^{m-1} + \sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m} X_k^{m}\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m-1} Y_k^{m-1} + \sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m} Y_k^{m}\right)^2 - \\ - \left(\sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m-1} X_k^{m-1} - \sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m} X_k^{m}\right)^2 - \left(\sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m-1} Y_k^{m-1} - \sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m} Y_k^{m}\right)^2\Bigg], \qquad (3)$$

где m – номер передаваемой посылки сигнала;

$$\operatorname{rect}(x) = \begin{cases} 0, & x \geq 0 \\ 1 & x < 0 \end{cases};$$

$X_k = \int\limits_{(k-1)T}^{kT} u(t) \cos\omega t dt$, $Y_k = \int\limits_{(k-1)T}^{kT} u(t) \sin\omega t dt$; $u(t)$ – аддитивная смесь сигнала и помех на входе устройства обработки (демодулятора).

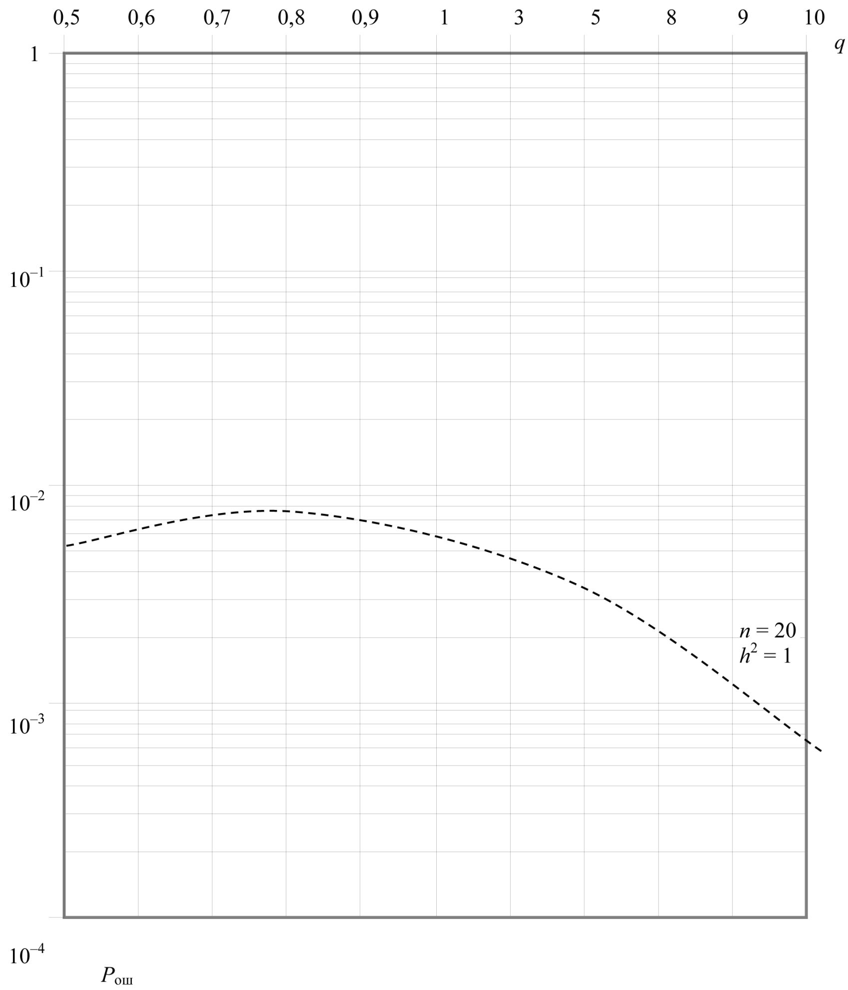

Рис. 1. Зависимость вероятности ошибочного приема в условиях ответных (ретранслированных) помех от соотношения сигнал/помеха q при базе сигнала n = 20 и отношении сигнал/шум $h^2 = 1$

Пусть передается информационный символ «0», тогда квадратурные компоненты в (3) с учетом (1) имеют вид

$$X_k^{m-1} = \frac{U_\text{с}T}{2}(-1)^{\gamma_k}\cos\varphi_\text{с} + \frac{U_\text{п}T}{2}(-1)^{1-\gamma_k}\cos\varphi_\text{п} + \xi_1\frac{\sqrt{N_0T}}{2},$$
$$X_k^{m} = \frac{U_\text{с}T}{2}(-1)^{\gamma_k}\cos\varphi_\text{с} + \frac{U_\text{п}T}{2}(-1)^{1-\gamma_k}\cos\varphi_\text{п} + \xi_2\frac{\sqrt{N_0T}}{2},$$
$$Y_k^{m-1} = \frac{U_\text{с}T}{2}(-1)^{\gamma_k}\sin\varphi_\text{с} + \frac{U_\text{п}T}{2}(-1)^{1-\gamma_k}\sin\varphi_\text{п} + \xi_3\frac{\sqrt{N_0T}}{2},$$
$$Y_k^{m} = \frac{U_\text{с}T}{2}(-1)^{\gamma_k}\sin\varphi_\text{с} + \frac{U_\text{п}T}{2}(-1)^{1-\gamma_k}\sin\varphi_\text{п} + \xi_4\frac{\sqrt{N_0T}}{2}, \qquad (4)$$

где ξ_1, ξ_2, ξ_3, ξ_4 – попарно независимые случайные гауссовские величины с нулевыми значениями математического ожидания и единичными дисперсиями; N_0 – спектральная плотность мощности шумовой помехи, которую считаем белым гауссовским шумом; T – длительность субэлемента составного сигнала.

Учитывая (4), нетрудно видеть, что входящие в (3) величины в круглых скобках подчиняются гауссовскому закону распределения. Это достигается при псевдослучайных преобразованиях в устройстве обработки. Имея в виду сказанное, можно определить числовые характеристики каждого из четырех слагаемых квадратичной формы (3). Математические ожидания равны:

$$M\left\{\sum_{k=1}^{n}(-1)_{m-1}^{\gamma_k}X_k^{m-1} + \sum_{k=1}^{n}(-1)_{m}^{\gamma_k}X_k^{m}\right\} = n\left(U_\text{с}T\cos\varphi_\text{с} - U_\text{п}T\cos\varphi_\text{п}\right),$$
$$M\left\{\sum_{k=1}^{n}(-1)_{m-1}^{\gamma_k}Y_k^{m-1} + \sum_{k=1}^{n}(-1)_{m}^{\gamma_k}Y_k^{m}\right\} = n\left(U_\text{с}T\sin\varphi_\text{с} - U_\text{п}T\sin\varphi_\text{п}\right),$$
$$M\left\{\sum_{k=1}^{n}(-1)_{m-1}^{\gamma_k}X_k^{m-1} - \sum_{k=1}^{n}(-1)_{m}^{\gamma_k}X_k^{m}\right\} = 0,$$
$$M\left\{\sum_{k=1}^{n}(-1)_{m-1}^{\gamma_k}Y_k^{m-1} - \sum_{k=1}^{n}(-1)_{m}^{\gamma_k}Y_k^{m}\right\} = 0.$$

Дисперсии всех слагаемых в (3) имеют одинаковые значения и равны $D = nN_0T/2$.

Таким образом, можно считать, что величина

$$R_+ = \left[\left(\sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m-1}X_k^{m-1} + \sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m}X_k^{m}\right)^2 + \right.$$
$$\left. + \left(\sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m-1}Y_k^{m-1} + \sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m}Y_k^{m}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

подчиняется распределению Райса [5]:

$$\omega(R_+) = \frac{R_+}{D}\exp\left(-\frac{R_+^2 + B^2}{2D}\right)I_0\left(\frac{BR_+}{D}\right), \quad (5)$$

где $I_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка, а случайная величина

$$R_- = \left[\left(\sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m-1}X_k^{m-1} - \sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m}X_k^{m}\right)^2 + \right.$$
$$\left. + \left(\sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m-1}Y_k^{m-1} - \sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m}Y_k^{m}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

имеет распределение Рэлея [5]

$$\omega(R_-) = \frac{R_-}{D}\exp\left(-\frac{R_-^2}{2D}\right),$$

Величина B в (5) равна

$$B = \left\{\left[M\left(\sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m-1}X_k^{m-1} + \sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m}X_k^{m}\right)\right]^2 + \right.$$
$$\left. + \left[M\left(\sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m-1}Y_k^{m-1} - \sum_{k=1}^{n}(-1)^{\gamma_k}_{m}Y_k^{m}\right)\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}} =$$
$$= \left[n^2T^2\left(U_{\text{с}}^2 + U_{\text{П}}^2 - 2U_{\text{с}}U_{\text{П}}\cos\theta\right)\right]^{\frac{1}{2}},$$

где $\theta = \varphi_{\text{с}} - \varphi_{\text{п}}$ – разность фаз сигнала и ответной помехи.

При передаче, например информационного символа «0», ошибка произойдет, если соотношение (3) будет отрицательным или, когда $R_+ < R_-$. Вероятность этого события равна

$$P_{\text{ош}} = \int_0^\infty \omega(R_+)dR_+ \int_{R_+}^\infty \omega(R_-)dR_- =$$
$$= \int_0^\infty \frac{R_+}{D}\exp\left(-\frac{R_+ + B^2}{2D}\right)I_0\left(\frac{BR_+}{D}\right)dR_+ \int_{R_+}^\infty \frac{R_-}{D}\exp\left(-\frac{R_-^2}{2D}\right)dR_-.$$

После вычисления этих интегралов получаем

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{B^2}{4D}\right). \quad (6)$$

Делая подстановку в (6) значений B и D, найденных ранее, и учитывая, что отношения сигнал/помеха и $q = U_{\text{с}}^2 / U_{\text{п}}^2$ сигнал/шум $h^2 = U_{\text{с}}^2 T / N_0$, имеем

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2}\exp\left\{-\frac{n}{2q}\left(qh^2 + h^2 - h^2\sqrt{q}\cos\theta\right)\right\}.$$

Наконец, усредняя данное соотношение по фазе θ, которая имеет равномерное распределение на интервале от 0 до 2π, находим окончательное выражение для вероятности ошибки при некогерентном приеме с когерентным сложением псевдослучайных ОФМ сигналов при воздействии естественной шумовой и ответной (ретранслированной) помех

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{nh^2(q+1)}{2q}\right)I_0\left(\frac{nh^2}{\sqrt{q}}\right), \quad (7)$$

где $I_0\left(\frac{nh^2}{\sqrt{q}}\right) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\exp\left(\frac{nh^2\cos\theta}{\sqrt{q}}\right)d\theta$ – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Обсуждение

Полученное соотношение (7) позволяет оценить эффективность подавление ответных (ретранслированных) помех при некогерентном приеме с когерентным сложением псевдослучайных сигналов с относительной фазовой модуляцией. Но основная сложность расчетов по (7) связана с тем, что известные таблицы [6], содержащие модифицированные функции Бесселя $I_0(x)$, в этом случае малопригодны для вычислений.

В рассматриваемой задаче значения аргумента x лежат за пределами данных, представленных в таблицах [6]. В связи с этим при вычислениях вероятности ошибки по (7) была использована аппроксимация названной функции на основе соотношения [5] $I_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x}}e^x$. Расчеты по данному выражению и вычисления функции Бесселя путем ее представления в виде известного ряда

$$I_n(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^n \sum_{k=0}^\infty \frac{(x/2)^{2k}}{k!(n+k)!}$$

при $n = 0$ показали, что относительная погрешность здесь оказывается весьма малой — примерно 10^{-6}, и ее можно практически не принимать во внимание при проведении инженерных расчетов.

На рис. 1 представлена графическая зависимость вероятности ошибки (7) от соотношения сигнал/ошибка q при фиксированном значении отношения сигнал/помеха $h^2 = 1$ и базе псевдослучайного сигнала $n = 20$. Видно монотонное, но достаточно медленное, убывание вероятности ошибки с увеличением значения q, что можно объяснить высокой эффективностью ответной (ретранслированной) помехи. При этом наиболее тяжелая

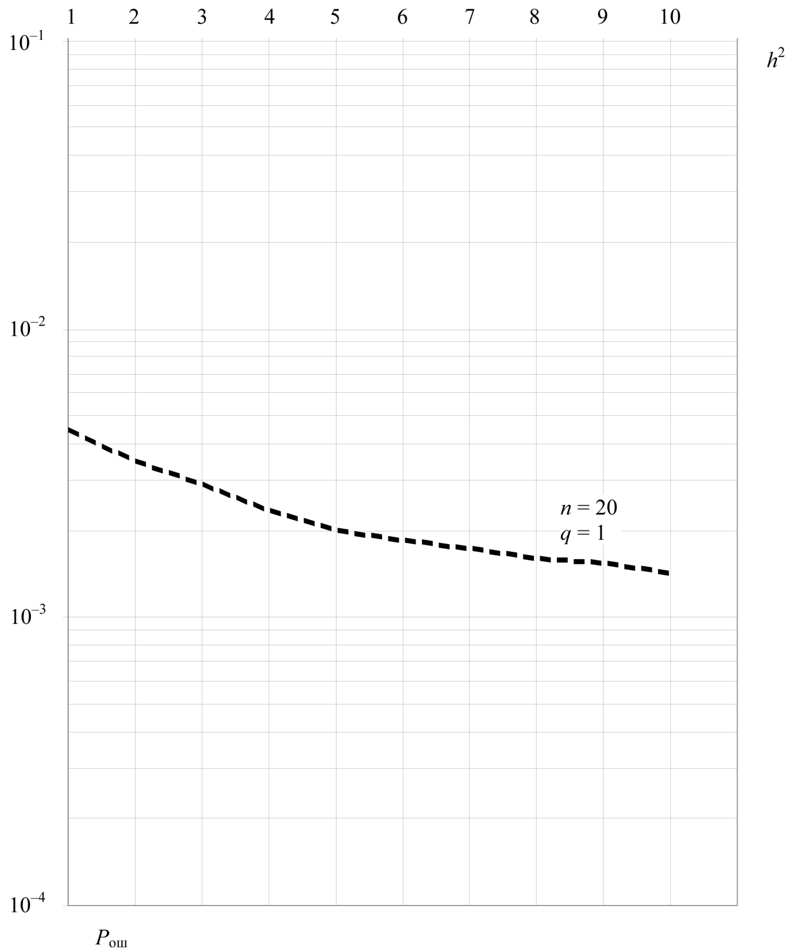

Рис. 2. Зависимость вероятности ошибочного приема в условиях ответных (ретранслированных) помех от соотношения сигнал/шум h^2 при базе сигнала $n = 20$, отношении сигнал/помеха $q = 1$

помеховая ситуация наблюдается при примерном равенстве мощностей сигнала и преднамеренной помехи.

Кроме того, расчеты, представленные в виде графика на рис. 2, показали, что увеличение отношения сигнал/шум h^2 не оказывает существенного влияния на повышение верности приема в рассматриваемом случае. Так, при базе сигнала $n = 20$, $q = 1$ и $h^2 = 1$ вероятность ошибки $P_{ош} = 4{,}46 \cdot 10^{-2}$. При тех же значениях базы n и отношении сигнал/помеха q для $h^2 = 5$ имеем $P_{ош} = 1{,}99 \cdot 10^{-2}$, а для $h^2 = 10$ $P_{ош} = 1{,}41 \cdot 10^{-2}$. Иными словами, степень влияния шумовой (естественной) помехи в канале связи оказывается несколько слабее в сравнение с влиянием ответной (ретранслированной) помехи.

Увеличение базы псевдослучайного сигнала также, к сожалению, не приводит к существенному увеличению эффекта подавления ответной помехи. Это можно объяснить отсутствием достаточной априорной неопределенности у постановщика помех. Он знает многое о сигнале, которому создает ретранслированную помеху. Задача эта для него чрезвычайно сложная, но исключать возможность ее успешного решения не следует.

В целом представленные здесь результаты позволяют констатировать возможность подавления ответных (ретранслированных) помех при некогерентном приеме с когерентным накоплением псевдослучайных сигналов, формируемых на основе относительной фазовой модуляции. Правда, эффект помехозащиты оказывается несколько слабее, чем в ситуациях, когда помеха является сигналоподобной, но формируется постановщиком «наугад», а для передачи, как и в рассматриваемом случае, применяются псевдослучайные сигналы [7].

Литература

1. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигнала методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты / В.И. Борисов [и др.]. – М.: Радио и связь, 2000. – 384 с.

2. Николаев, В. И. Функционирование цифровых систем связи в условиях радиоэлектронного конфликта с мини-

максных позиций теории игр (часть 1) / В.И. Николаев, А.Е. Федоров // Теория и техника радиосвязи. – 2010. – № 2. – С. 37–43.

3. Биккенин, Р. Р. Оценка эффективности некогерентного приема шумоподобных сигналов в условиях помех / Р.Р. Биккенин, А.Л. Фролов // Радиоэлектроника и связь. – 1992. – № 2–3. – С. 24–29.

4. Овчаренко, Л. А. Помехоустойчивость приема фазоманипулированных сигналов на фоне наиболее неблагоприятных помех / Л. А. Овчаренко, В. Н. Поддубный // Радиотехника. – 1992. – № 7–8. – С. 13–19.

5. Тихонов, В. И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов. – М.: Советское радио, 1966. – 678 с.

6. Янке, Е. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш ; пер. с нем. под ред. Л. И. Седова. – М.: Наука, 1964. – 344 с.

7. Биккенин, Р. Р. Оценка эффективности обработки шумоподобных сигналов с относительной фазовой модуляцией на удлиненном интервале в условиях наихудших помех / Р.Р. Биккенин, А.А. Андрюков // Информация и Космос. – 2015. – № 3. – С. 6–12.