Влияние распределения трафика по территории обслуживания на среднюю пропускную способность современных беспроводных сетей

Influence of traffic distribution by coverage area on modern wireless networks average bandwidth

Комашинский / Komashinsky V.
Владимир Ильич
(kama54@rambler.ru)
доктор технических наук, доцент.
ЗАО «Институт телекоммуникаций»,
советник генерального директора.
г. Санкт-Петербург

Аванесов / Avanesov M.
Михаил Юрьевич
(avanesov@itain.spb.ru)
кандидат технических наук.
ЗАО «Институт телекоммуникаций»,
научный секретарь.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: беспроводная сеть – wireless network; пропускная способность – bandwidth; зона обслуживания – coverage area; интенсивность трафика – traffic levee.

В статье рассматривается математическая модель, позволяющая построить вероятностные характеристики распределения пропускной способности сети беспроводного доступа внутри зоны обслуживания базовой станции в зависимости от функции распределения интенсивности трафика (рассматриваются равномерный и нормальный законы распределения). Приводится пример расчета характеристик для беспроводной сети стандарта IEEE 802.16e.

The article considers the mathematical model that allows to describe probabilistic characteristics of wireless access bandwidth distribution in the base station coverage area. There is a dependence on traffic intensity distribution function. Uniform and normal distribution principles are considered. An example of calculating the WLAN standard IEEE 802.16e characteristics is given.

Введение

Важнейшей задачей планирования сети беспроводного доступа является обеспечение максимально возможного качества обслуживания для подвижных и стационарных абонентов при ограниченных ресурсах сети. Одним из параметров, характеризующих качество обслуживания, является пропускная способность (полоса пропускания), которая определяется используемой технологией радиосвязи и множеством внешних факторов. Одним из доминирующих факторов является расстояние между пользователем и точкой доступа. При определенном распределении абонентов по территории, которое может быть как стабильным, так и не стабильным во времени, встает задача выбора положения точки доступа (в общем случае группы точек доступа), при котором наилучшим образом используется пропускная способность и обеспечивается требуемый уровень качества. Как правило, выбор положения точек доступа производится из соображений обеспечения равномерности покрытия обслуживаемой территории. С развитием абонентских устройств появляется возможность получать статистические данные о положении абонентов, их перемещении в течение суток, интенсивности трафика в определенных точках и др. Это дает возможность адаптировать структуру сети к потребностям пользователей и тем самым влиять на качество обслуживания. Данная возможность является неотъемлемой частью развития когнитивных сетей связи. В статье приводится сравнительный анализ зависимости пропускной способности точки доступа от распределения абонентов по обслуживаемой территории.

Постановка задачи

Рассмотрим модель зоны обслуживания точки доступа. Точка доступа имеет антенное устройство с круговой диаграммой направленности. Модель зоны обслуживания представляет собой круг радиуса R, центр которого O представляет точку установки базовой станции. Пользователи случайным образом распределены по территории. Потребность в услугах характеризуется распределением интенсивности трафика по территории.

Рассмотрим случайную точку p. Вероятность того, что p окажется внутри малого круга C_1 диаметра r, равна [4]:

$$P\{p \in C_1\} = \iint_{C_1} f(x, y)dxdy \quad (1)$$

Если r рассматривать как расстояние до случайной точки, то функция его распределения

$$F(r) = \iint_{CR} f(x, y)dxdy \quad (2)$$

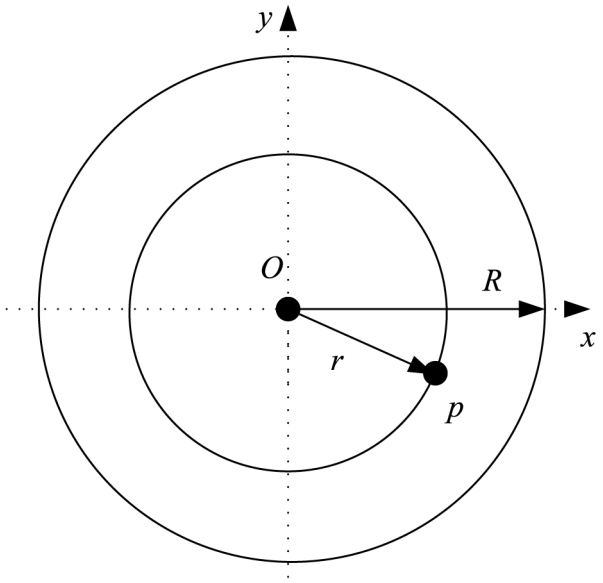

Рис. 1. Модель зоны обслуживания

где CR – область интегрирования, выраженная через r.

Функция плотности распределения r

$$f(r) = \frac{dF(r)}{dr} \tag{3}$$

Математическое ожидание r

$$M(r) = \int_0^{\infty} r \cdot f(r)dz \tag{4}$$

В качестве характеристики точки доступа будем рассматривать ее среднюю пропускную способность (математическое ожидание пропускной способности). Под пропускной способностью будем понимать потенциально возможную скорость передачи данных между базовой станцией и абонентским оборудованием, зависящую только от затухания сигнала, определяемого расстоянием между *BS* и *UE*. Зависимость скорости передачи данных от расстояния определяется моделью затухания (например, Окамура Хата) и стандартом радио доступа (например, IEEE 802.16e).

$$b(r) = b(A(r)), \text{бит/с} \tag{5}$$

где $A(r)$ – затухание сигнала, определяемое моделью Окамура-Хата [1],[3]:

$$A(r) = 46{,}33 + (44{,}9 - 6{,}55 \cdot \log h_1)\log r + \\ + 33{,}9 \cdot \log f - a(h_2) - 13{,}82 \cdot \log h_1 + C, \text{ дБ} \tag{6}$$

где $a(h_i)$ – коэффициент, учитывающий особенности окружающей среды;

$a(h) = (1{,}1 \cdot \log f - 0{,}7)h - (1{,}56 \cdot \log f - 0{,}8)$ (дБ)

h_2 – высота антенны в точке i (м);

h_1 – высота антенны в точке установки BS j (м)

$$C = \begin{cases} 0 & \textit{Для малых городов и пригородов} \\ 3 & \textit{Для крупных городов} \end{cases} \text{ (дБ)}$$

Согласно данной модели, зависимость $b(r)$ имеет вид ступенчатой функции, приведенный на рис. 2.

Величина затухания и пропускной способности, определяемая данной моделью, практически имеет значительный разброс [5, 6]. С учетом этого можно предположить, что аппроксимация ступенчатой функции данной модели линейной функцией, в целях анализа пропускной способности, не внесет значительной ошибки в результаты, но значительно упростит задачу. На рис. 3 приведены линейная аппроксимация ступенчатой функции (7) и форма данной функции на территории обслуживания.

$$b(r) = b_0\left(1 - \frac{r}{R}\right) \text{ бит/с}, \tag{7}$$

где b_0 – максимальная пропускная способность (бит/с);

Так как полоса пропускания является функцией от случайной величины (координат), то ее значение также является случайной величиной.

Функция распределения b может быть определена согласно [4]:

$$F(b) = \iint_{D_b} f(x, y)dxdy, \tag{8}$$

где D_b – область значений b,

$f(x, y)$ – функция распределения интенсивности трафика на круге R.

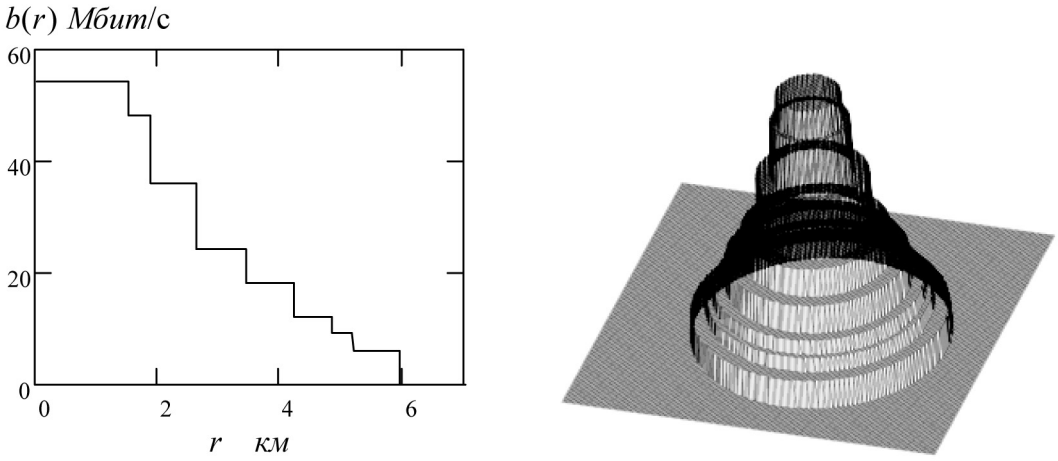

Рис. 2. Зависимость пропускной способности от расстояния

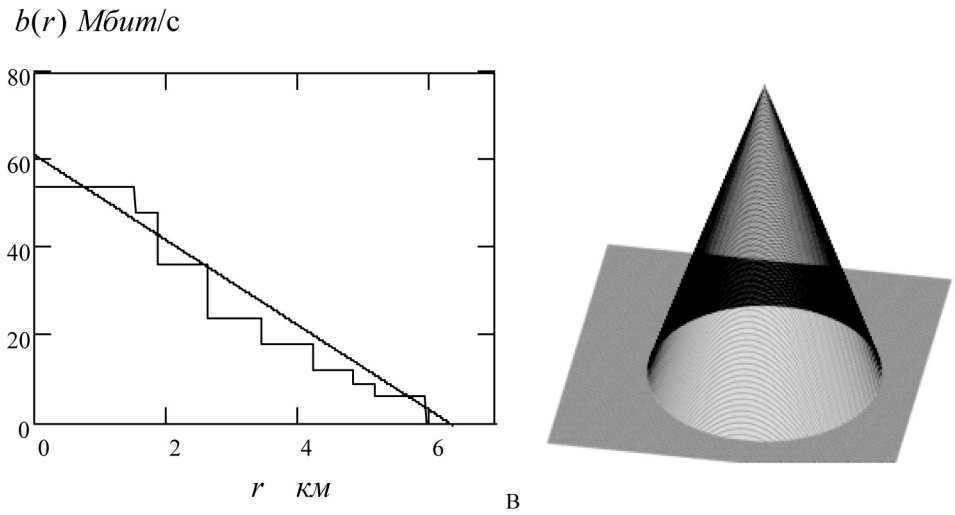

Рис.3 Аппроксимация функции $b(r)$ линейной зависимостью

Плотность вероятности b

$$f(b) = \frac{dF(b)}{db} \tag{9}$$

Математическое ожидание b

$$M(b) = \int_0^{b_0} b \cdot f(b) db \tag{10}$$

Рассмотрим два вида функций распределения:
1. Равномерное распределение вероятности;
2. Нормальное распределение вероятности.

Равномерное распределение вероятности

Полагаем, что равномерное распределение задано на круге, площадь которого равна S, радиус R ($S = \pi R^2$), на интервале $0 \le r < R$.

Функция плотности вероятности $f(r) = const$ внутри круга

$$f(r) = \frac{1}{S} = \frac{1}{\pi R^2} \tag{11}$$

если функция, выражающая зависимость пропускной способности b от расстояния до базовой станции имеет вид (7), т.е. $b(r) = b_0\left(1 - \frac{r}{R}\right)$, где R – радиус зоны обслуживания, определенный из модели Окамура-Хата.

Выразим из (7) $r = \left(1 - \frac{b}{b_0}\right)R$.

Функция распределения пропускной способности b на круге R, в соответствие с (2)

$$F(b) = \int_0^{2\pi} \int_{\left(1-\frac{b}{b_0}\right)R}^{R} \frac{1}{S} r dr d\theta = \frac{1}{2\pi R^2} r^2 \Bigg|_{\left(1-\frac{b}{b_0}\right)R}^{R} \cdot 2\pi =$$

$$= \frac{1}{R^2}\left(R^2 - R^2\left(1 - \frac{b}{b_0}\right)^2\right) = 1 - \left(1 - \frac{b}{b_0}\right)^2 \tag{12}$$

Функция плотности вероятности, в соответствие с (3)

$$f(b) = \frac{dF_b(r)}{dr} = \frac{d}{dr}\left(1 - \left(1 - \frac{b}{b_0}\right)^2\right) = \frac{2}{b_0}\left(1 - \frac{b}{b_0}\right) \tag{13}$$

Их графики приведены на рис. 4.

Математическое ожидание $M(b)$ на круге R, в соответствие с (4)

$$M(b) = \int_0^{b_0} b \cdot \frac{2}{b_0}\left(1 - \frac{b}{b_0}\right) db = 2\left(\frac{1}{2} b_0^2 - \frac{1}{3} b_0^2\right) = \frac{1}{3} b_0 \approx 20{,}33 \text{ Мбит/с.} \tag{14}$$

Таким образом, при линейной аппроксимации функции пропускной способности от расстояния и равномерном распределении интенсивности трафика по территории математическое ожидание пропускной способности составляет 20,33 Мбит/с.

Нормальное распределение

Полагаем, что интенсивность трафика в каждой точке поверхности является случайной величиной и задается случайными, независимыми координатами x и y. Тогда функция плотности вероятности будет определяться совместной функцией распределения случайных x и y. Для нормального распределения с центром рассеивания в центре круга и круговом рассеивании (равенстве дисперсий по x и y) плотность распределения равна

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{15}$$

где σ – среднеквадратическое отклонение (СКО).

Для анализа пропускной способности будем полагать, что вероятность попадания в круг R (зону обслуживания) равна 1. Нормальный закон распределения вероятности безграничен по значениям x и y. Строго

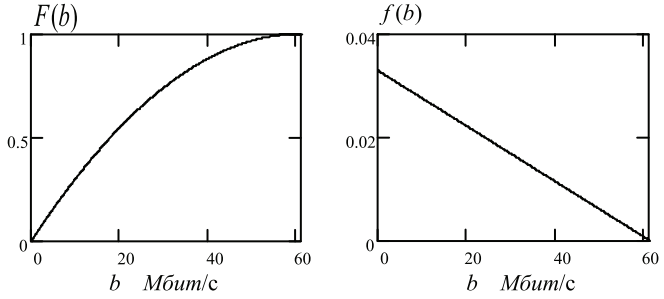

Рис. 4. Распределение вероятности и плотность распределения пропускной способности

говоря, в данных условиях закон распределения не может быть нормальным. Однако с достаточной точностью его можно описать «усеченным нормальным» распределением [2]:

$$f(x,y) = K(\sigma,R)\cdot\frac{1}{2\pi\sigma^2}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}, \tag{16}$$

где

$$K(\sigma,R) = \frac{1}{\iint\limits_{S_R}\frac{1}{2\pi\sigma^2}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}}, \tag{17}$$

где S_R – область, ограниченная кругом с радиусом R.

Функция распределения пропускной способности b на круге R.

$$F(b) = K(\sigma,R)\cdot\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_{\left(1-\frac{b}{b_0}\right)R}^{R}\frac{1}{2\pi\sigma^2}e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}rdrd\theta =$$

$$= -\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}\Bigg|_{\left(1-\frac{b}{b_0}\right)R}^{R}\cdot 2\pi = K(\sigma,R)\left(e^{-\frac{\left(1-\frac{b}{b_0}\right)^2R^2}{2\sigma^2}} - e^{-\frac{R^2}{2\sigma^2}}\right) \tag{18}$$

Плотность распределения пропускной способности, согласно (3)

$$f(b) = K(\sigma,R)\cdot\left(1-\frac{b}{b_0}\right)\cdot\frac{R^2}{\sigma^2 b_0}\cdot e^{-\frac{\left(1-\frac{b}{b_0}\right)^2R^2}{2\sigma^2}} \tag{19}$$

Функция распределения пропускной способности и плотность распределения вероятности приведены на рис. 5.

Математическое ожидание величины пропускной способности, согласно (4)

$$M(b) = \int\limits_0^{b_0} b\cdot f(b)db = b_0K(\sigma,R)\cdot\left(\frac{\sigma}{R}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\cdot erf\left(\frac{R}{\sigma\sqrt{2}}\right)-1\right) \tag{20}$$

где $erf(x)$ – функция ошибок [4].

Учитывая, что среднее расстояние до случайной точки, согласно [4], равно $\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma$, то можно с учетом (7) записать выражение для математического ожидания пропускной способности

$$\hat{M}(b) = b_0\cdot\left(1-\frac{\sigma}{R}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right) \tag{21}$$

Однако (21) справедлива для неограниченного (неусеченного) нормального распределения.

Значения $M(b)$ при различных значениях дисперсии приведены в таблице 1 (Радиус зоны обслуживания $R = 6$ км). Вид распределений интенсивности трафика на территории для различных значений дисперсии приведен на рис. 6.

В таблице приведены результаты, полученные при аппроксимации функциональной зависимости пропускной способности от расстояния линейной зависимостью, а также, для сравнения значения, полученные при использовании ступенчатой функции (рис. 2), вычисленные по формуле

$$\overline{b} = \sum_{i=1}^{8} b_i\cdot\iint\limits_{r_i,r_{i+1}} f(x,y)dxdy \tag{22}$$

Таким образом, средняя пропускная способность при нормальном законе распределения абонентского трафика по территории зависит от дисперсии (рассеяния), большие значения пропускной способности имеют место при меньших значениях дисперсии. Средняя пропускная способность в случае нормального распределения всегда превышает аналогичную величину для равномерного распределения.

Из анализа приведенных примеров можно предположить, что равномерное распределение является «наихудшим» по среднему значению пропускной способности, против других типов распределений, когда координаты точки доступа совпадают с математическим ожиданием распределения трафика. Математическое ожидание координат распределения трафика является

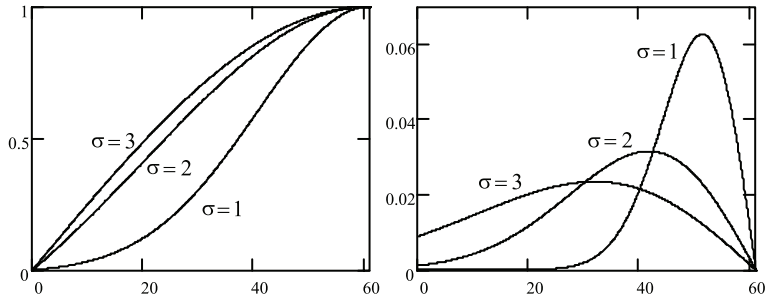

Рис. 5. Функция распределения и плотности вероятности пропускной способности

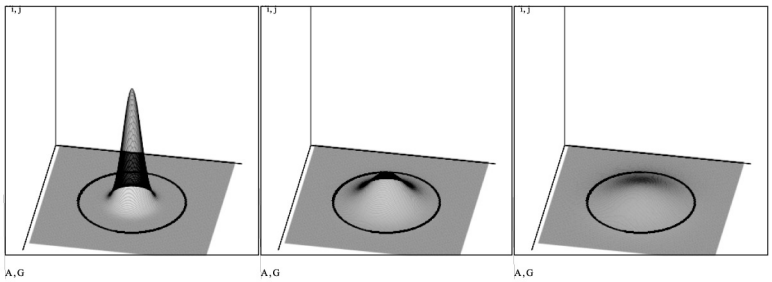

Рис. 6. Распределение трафика в зоне обслуживания при $\sigma = 1;2;3$

Таблица 1

№	Значение СКО, σ	Математическое ожидание пропускной способности $M(b)$ Мбит/с.	
		Линейная аппроксимация	**Ступенчатая функция**
1	1	49,58	49,58
2	2	34,67	34,67
3	3	26,53	26,54

Таблица 2

№	Величина	Значение	
		Равномерное распределение	**Нормальное распределение**
1	Средняя величина расстояния от центра круга радиусом R до пользователя	$\frac{2}{3}R$	$\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma$
2	Вероятность попадания в круг радиуса равного среднему расстоянию до пользователя (доля заявок (пользователей), для которых пропускная способность не ниже средней)	$\frac{4}{9} \approx 0{,}444$	$1 - e^{-\frac{\pi}{4}} \approx 0{,}544$
3	Средняя величина пропускной способности при линейной зависимости от расстояния (IEEE 802.16e).	$\frac{1}{3}b_0 \approx 20{,}33$ Мбит/с	49,58 Мбит/с ($\sigma = 1$) 34,67 Мбит/с ($\sigma = 2$) 26,53 Мбит/с ($\sigma = 3$) Приближенно $b_0\left(1 - \frac{\sigma}{R}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right)$

наиболее приемлемой точкой установки базовой станции с позиции обеспечения максимальной пропускной способности (потенциальной), по крайней мере, для унимодальных законов распределения.

В заключение отметим ряд характерных значений для равномерного и нормального распределений интенсивности трафика по территории, которые могут быть получены из приведенных выше выражений.

Выводы

1. Средняя величина пропускной способности (математическое ожидание) точки доступа существенно зависит от распределения интенсивности трафика по обслуживаемой территории.

2. Средняя величина пропускной способности точки доступа при равномерном распределении интенсивности трафика по территории обслуживания, которая пред ставляет собой круг, равна $\frac{1}{3}b_0$, где b_0 – максимальная пропускная способность (в центре круга). Для стандарта IEEE 802.16e средняя величина пропускной способности (для выбранной модели) составляет 20,33 Мбит/с.

3. Равномерное распределения является «наихудшим» с позиции повышения пропускной способности.

4. При нормальном законе распределения интенсивности трафика с круговым рассеиванием по территории обслуживания и размещении точки доступа в точке рассеивания средняя величина пропускной способности, в зависимости от величины среднеквадратического отклонения (1;2;3), составляет 49,58 Мбит/с, 34,67 Мбит/с, 26,54 Мбит/с, соответственно.

5. Зависимость пропускной способности от расстояния с достаточной для задач анализа точностью может быть аппроксимирована линейной функцией.

Литература

1. Комашинский, В. И. Системы подвижной радиосвязи с пакетной передачей информации / В.И. Комашинский, А.И. Максимов. – М.: Горячая линия–Телеком, 2007. – 176 с.

2. Janevski, T. Traffic analysis and design of wireless IP networks / Toni Janevski – Boston.: Artech Yjuse, 2003. – 368 p.

3. Бабков, В. Ю. Системы мобильной связи / В.Ю. Бабков, М.А. Вознюк, В.И. Дмитриев. – СПб.: СПбГУТ, 1999. – 330 с.

4. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – 4-е изд., стереотип. – М.: Наука, Физматгиз, 1969. – 576 с.

5. Fixed WiMAX Field Trial Measurements and Analyses / O. Grøndalen [et al.] // Mobile and Wireless Communications Summit, 2007. 16th IST, Issue Date: 1–5 July 2007.

6. The Physical Performance and Path Loss in a Fixed WiMAX Deployment / P. Grønsund [et al.] // IWCMC '07 Proceedings of the 2007 international conference on Wireless communications and mobile computing, 2007.