Взаимный маневр космических аппаратов при использовании непрерывных управляющих функций постоянной величины в орбитальной относительной системе координат

Mutual maneuver the spacecraft when using continuous control functions to a constant value in the relative orbital coordinate system

Ключевые слова: взаимный маневр – mutual maneuver; относительное движение – relative motion; программная траектория – programmed trajectory.

В статье анализируется возможность использования для выполнения взаимного маневра космических аппаратов непрерывных управляющих функций постоянной величины в орбитальной относительной системе координат.

The article analyzes the possibility of using continuous steering functions of a constant for mutual spaceship maneuvers in an orbital relative coordinate system.

ГОНЧАРЕВСКИЙ / GONCHAREVSKY V.
Вилен Степанович
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки и техники РФ,
почетный профессор,
ФГКВОУ ВПО «Военно-космическая академия
имени А.Ф. Можайского»,
г. Санкт-Петербург

Рассмотрим задачу выполнения взаимного маневра (ВМ) космических аппаратов (КА).

При решении этой задачи примем следующие исходные условия.

1. Пассивный аппарат (ПА), относительно которого осуществляет ВМ активный аппарат (АА), вращается вокруг планеты по круговой орбите с постоянной угловой скоростью ω. АА перед началом ВМ перемещается по компланарной орбите, близкой к орбите ПА.

2. Движение центра масс АА рассматривается в орбитальной (вращающейся) относительной системе координат (ОСК) $x_в y_в z_в$, начало которой совпадает с центром масс ПА, ось $y_в$ направлена по местной вертикали от центра планеты, ось $z_в$ перпендикулярна к плоскости орбиты и совпадает с направлением вектора $\vec{\omega}$, а ось $x_в$ расположена в плоскости орбиты и направлена так, чтобы образовать правую систему координат. Ориентация и угловая стабилизация строительных осей КА осуществляется в этой ОСК.

3. Ограничения на вид программной траектории относительного движения (ОД) при выполнении ВМ отсутствуют.

4. Время выполнения маневра T задается перед его началом.

С учетом этих условий ОД центра масс АА в линеаризованном поле тяготения описывается следующей системой неоднородных линейных дифференциальных уравнений (ЛДУ) с постоянными коэффициентами [1]

$$\dot{\vec{q}} = A\vec{q} + \vec{u}, \tag{1}$$

где $\vec{q} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $\dot{\vec{q}} = d\vec{q}/d\tau$.

Пусть в момент начала маневра $\tau = 0$ вектор состояния центра масс АА

$$\vec{q}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \\ y_0 \\ \dot{y}_0 \end{bmatrix}. \tag{2}$$

Тогда решение задачи Коши для неоднородных ЛДУ (1) при начальных условиях (2) можно записать в виде

$$\vec{q} = \Phi\,(\vec{c} + \int_0^{\tau} \Phi^{-1}\,\vec{u}\,d\eta\,), \qquad (3)$$

где $\Phi = \begin{bmatrix} 2\cos\tau & 2\sin\tau & 3\tau & 1 \\ -2\sin\tau & 2\cos\tau & 3 & 0 \\ -\sin\tau & \cos\tau & 2 & 0 \\ -\cos\tau & -\sin\tau & 0 & 0 \end{bmatrix}$

– фундаментальная матрица решений однородного уравнения (1);

Φ^{-1} матрица, обратная матрице Ф;

$\vec{C} = \Phi_0^{-1}\,\vec{q}_0$ – вектор произвольных постоянных, определяемый из начальных условий (2).

Решение (3) описывает ОД КА при произвольных управляющих воздействиях $\vec{u}$. Представляет интерес случай, когда модуль управления $\vec{u}$ – постоянная величина. Такое управление может быть реализовано с помощью двигателей постоянной тяги, работающих в непрерывном режиме, если предположить, что масса АА в процессе ВМ существенно не изменяется.

В этом случае решение (3) запишется в виде

$$\vec{q} = \Phi\,(\vec{c} + F\vec{u}), \qquad (4)$$

где $F = \int_0^{\tau} \Phi^{-1}\,d\eta$.

Решая уравнение (4) относительно $\vec{u}$, получим

$$\vec{u} = F^{-1}(\Phi^{-1}\vec{q} - \vec{c}), \qquad (5)$$

где F^{-1} – матрица, обратная матрице F.

Из соотношения (5) можно получить управление, обеспечивающее встречу АА с ПА в момент $\tau = T$

$$\vec{u}_{\Pi} = F_T^{-1}\;(\Phi_T^{-1}\vec{q}_T - \vec{c}), \qquad (6)$$

$$\tau = T$$

где $\vec{q}_T = \begin{vmatrix} 0 \\ \dot{x}_T \\ 0 \\ \dot{y}_T \end{vmatrix}$.

Раскрыв это векторно-матричное соотношение, найдем выражение для составляющих управления $\vec{u}_{\Pi}$

$$u_{x\Pi} = \Delta_x / \Delta, \quad u_{y\Pi} = \Delta_y / \Delta, \qquad (7)$$

где $\Delta_x = -x_0\,(1-\cos T) - x_0\,T(1-\cos T) +$

$+\,y_0\,2(T - \sin T) + \dot{y}_0\,[T\sin T - 2(1-\cos T)];$

$\Delta_y = -x_0\,2(T - \sin T) + \dot{x}_0\,[3T^2\,(1+\cos T) +$

$+16(1-\cos T) - 14T\sin T] -$

$-\,y_0\,[28(1-\cos T) + T^2\,(4{,}5\cos T + 6) -$

$-\,24T\sin T] + \dot{y}_0\,[1{,}5T^2\sin T - 4T(1-\cos T)];$

$\Delta = T^2\,[4 - 1{,}5(1-\cos T)] - 8T\sin T + 8(1-\cos T).$

Подставив соотношения (6, 7) в соотношение (4), получим выражение для программной траектории ОД АА, обеспечивающей в момент $\tau = T$ встречу КА с жестким контактом

$$\vec{q} = \Phi\,(\vec{c} + F\vec{u}_{\Pi}). \qquad (8)$$

Таким образом, соотношение (6) определяет программу управления ВМ при отсутствии ограничений на вид траектории ОД в случае использования непрерывных управляющих воздействий в орбитальной ОСК, реализуемых с помощью двигателей постоянной тяги.

Энергетические затраты (ЭЗ) на выполнение этой программы в случае применения на АА полярной схемы построения двигательной установки (ДУ) управления движением центра масс можно вычислить по формуле

$$V_{p1} = u_{\Pi}T, \qquad (9)$$

а в случае применения декартовой схемы ДУ – по формуле

$$V_{p\Sigma} = T\sum_{i=1}^{n} u_{i\Pi}. \qquad (10)$$

Заметим, что соотношения (9, 10) характеризуют ЭЗ на осуществление встречи КА с жестким контактом. Для обеспечения мягкого контакта необходимо в конце ВМ сообщить АА приращение скорости $\vec{V}_T$, величина и направление которого определяется из соотношения (8) при $\tau = T$. Суммарные ЭЗ на выполнение ВМ в этом случае

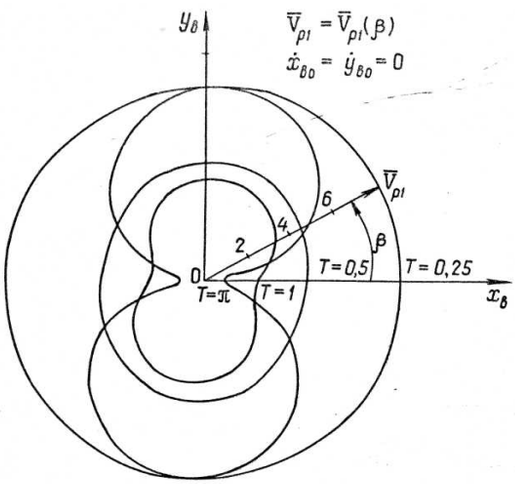

Рис. 1

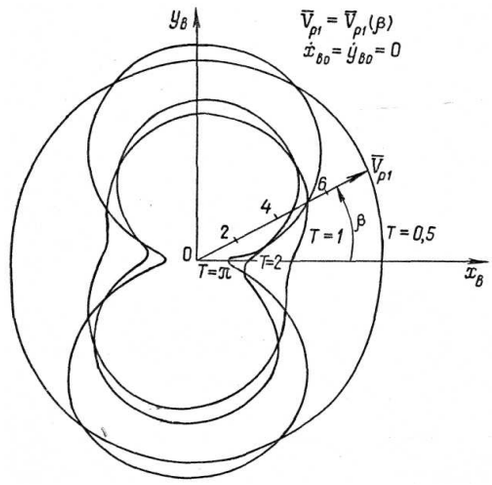

Рис. 2

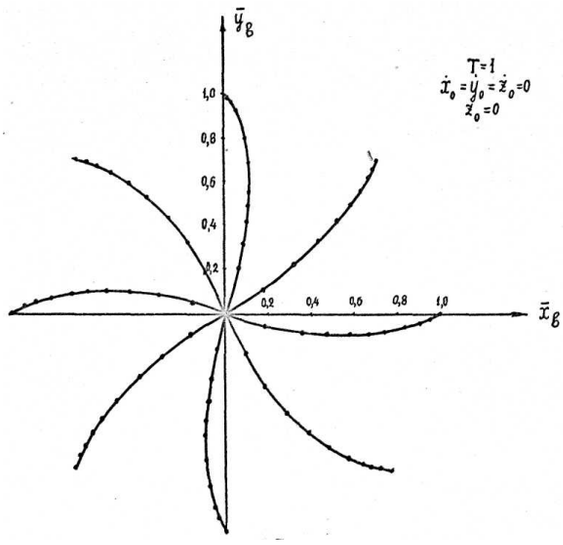

Рис. 3

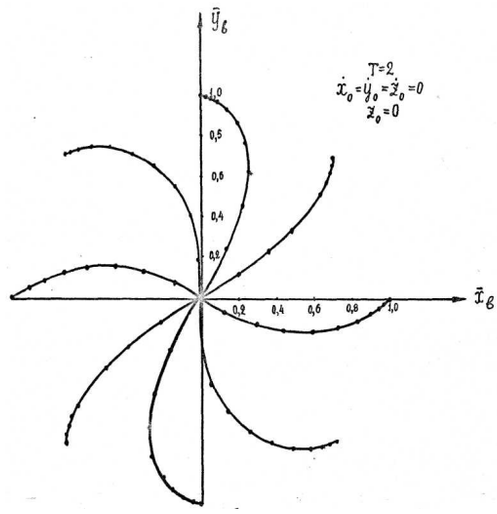

Рис. 4

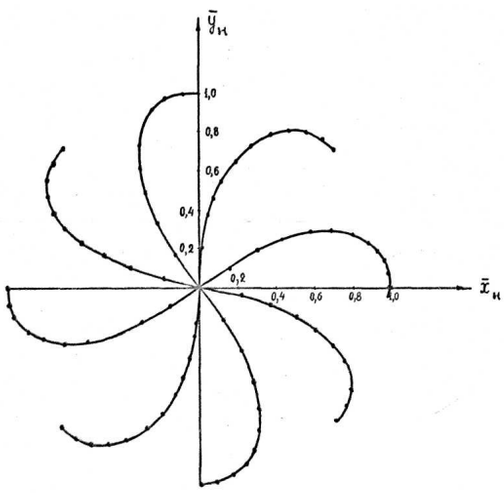

Рис. 5

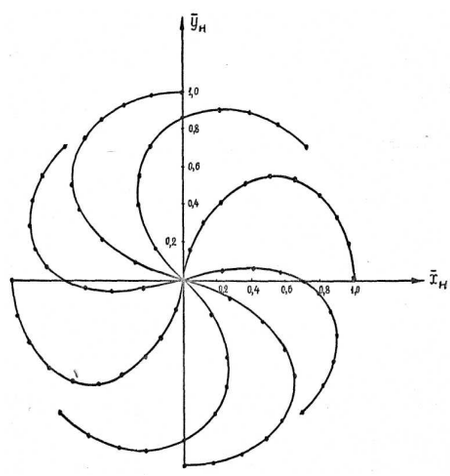

Рис. 6

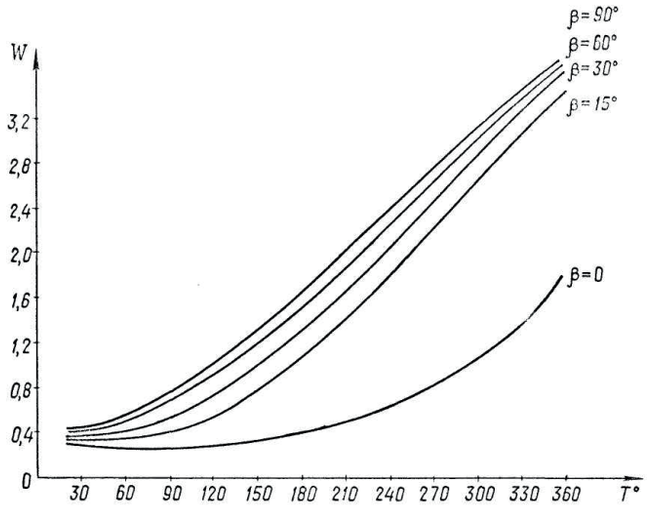

Рис. 7

будут равны $V_{p1\Sigma} = V_{p1} + V_T$ при полярной схеме и $V_{p2\Sigma} = V_{p2} + \sum_{i=1}^{n} V_{iT}$ – при декартовой схеме ДУ.

Некоторые результаты моделирования программ управления (6–8) и расчетов ЭЗ на их реализацию представлены на рис. 1–6. Графики на рис. 1, 2 характеризуют ЭЗ соответственно на выполнение встречи с жестким и мягким контактом при полярном управлении. Анализ графиков показывает, что для получения минимальных ЭЗ следует выбирать время ВМ в пределах $\pi/2<T<\pi$, а начальное направление β – в пределах ($-15^0...0^0$) или ($165^0...180^0$). Вид программных траекторий ОД в ОСК $x_в y_в z_в$ для ряда начальных условий и времени ВМ изображен на рис. 3, 5, а рис. 4, 6 иллюстрируют вид этих же траекторий в невращающейся ОСК $x_н y_н z_н$.

Сравнительные характеристики по ЭЗ данного метода и метода с оптимальными переменными управлениями, рассмотренного в работе [2], определяемые соотношением $W = (V_{p\Pi} - V_{p0})/V_{p0}$, где и $V_{p\Pi}$ и V_{p0} – ЭЗ соответственно при использовании постоянных и оптимальных переменных управлений, приведены на рис. 7. Они показывают относительное увеличение ЭЗ в методе с постоянными управлениями по сравнению с оптимальным методом. Видно, если время Т не превышает 1/6–1/3 оборота ПА вокруг планеты, то увеличение ЭЗ не превышает (20...80)% от оптимальных значений.

Литература

1. *Гончаревский В.С.* Методы и алгоритмы управления относительным движением космических аппаратов.- МО РФ, 1998. – 87 с.

2. *Гончаревский В.С.* Энергетически оптимальное управление взаимным маневром космических аппаратов при отсутствии ограничений на вид программной траектории // Информация и космос. – 2004. – №4.–С. 57–58.