Об энтропийном критерии оценивания качества информационных систем

Concerning entropy assessment criterion of information system quality

Смагин / Smagin V.
Владимир Александрович
(va_smagin@mail.ru)
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки РФ,
почётный профессор ВКА им. А. Ф. Можайского,
действительный член МАИ.
г. Санкт-Петербург

Парамонов / Paramonov I.
Иван Юрьевич
(ivan_paramonov@mail.ru)
кандидат технических наук.
ФГКВОУ ВПО «Военно-космическая академия
имени А. Ф. Можайского» МО РФ
(ВКА им. А. Ф. Можайского), докторант.
г. Санкт-Петербург

Ключевые слова: нечеткие множества – fuzzy sets; функции принадлежности – membership functions; дифференциальная энтропия – differential entropy; метод моментов – method of moments; плотность вероятности энтропии – entropy probability density; энтропийный критерий – entropy criterion; теория вероятностей – probability theory; статистические решения – statistical solutions; последовательный анализ А. Вальда – sequential Wald analysis; риск – risk; ущерб – damage; игровые модели – gaming models.

Предложен критерий для информационных систем на основе энтропии К. Шеннона. Для этого функции принадлежности нечётко оцениваемых систем преобразуются в плотности вероятностей, для которых аналитический и статистический аппарат теории вероятностей глубоко и полно разработан. Указываются направления возможных исследований. Одним из них, наиболее значимым в будущем, может служить последовательный анализ А. Вальда. Возможен учёт риска и ущерба в игровых моделях.

The criterion for information systems based on K. Shannon's entropy is proposed. For this purpose membership functions of assessed fuzzy systems will be transformed to probability densities, for which the analytical and statistical facilities of the probability theory is in-depth and fully developed. Directions of possible researches are specified. One of them – sequential Wald analysis – can be the most significant in the future. Risk and damage assessment in gaming models is possible.

Введение

В статьях [1, 2] отмечалось, что интегральный энтропийный критерий оценивания качества информационных систем является более предпочтительным по сравнению с широко используемым вероятностным критерием. К преимуществам этого критерия следует отнести:

1) явно выраженный учет разнородности компонентов информационных систем и возможность получения интегрального критерия для целых систем;

2) с точки зрения принципа искусственного интеллекта информационный эффект целой системы, согласно утверждению Фёрстера, не может быть меньше суммарного информационного эффекта составляющих компонентов этих систем;

3) в настоящее время исследования систем в силу наличия многих видов неопределённостей не могут опираться только на теорию вероятностей и математическую статистику. Для преодоления этих недостатков в [3] предложено использовать результаты теории нечётких множеств. Для функций принадлежности систем, получаемых на основе субъективных данных экспертов, могут быть получены энтропийные оценки. Кроме того, в историко-философских исследованиях, касающихся вопросов развития цивилизации социальных и технических систем [4], также используется энтропийный критерий.

В данной статье не рассматриваются недостатки и преимущества использования энтропийного критерия при решении практических задач. Этот вопрос планируется изучить в рамках дальнейших исследований, при этом необходимо исследовать связь энтропийного критерия со свойствами информации, в том числе с ценностью информации.

Полагаем, что энтропию и информацию, в отличие от традиционного вероятностно-статистического подхода, условно следует подразделить на «объективную» и «субъективную». И хотя мостики согласованности чёткого вероятностного подхода и нечёткого экспертного подхода в настоящее время в некоторых работах установлены, всё-таки различия в обоих

подходах могут оказаться конструктивны благодаря их детализации.

Основная цель данной статьи состоит в том, чтобы наметить пути для построения моделей и методов получения количественных оценок показателей качества систем на основе использования энтропийного критерия. В дальнейшем необходимо рассмотреть и расширить область применения известных вероятностных методов принятия статистических решений. В интересах практического использования необходимо связать энтропийный критерий с такими понятиями как риск и ущерб, оцениваемые при исследовании современных сложных информационных систем.

О критерии ценности информации

В настоящее время существует, как минимум, два подхода к оцениванию ценности информации. Первый – оценивание ценности информации по А. А. Харкевичу, второй – по Р. Л. Стратоновичу

Критерий по А. А. Харкевичу [5] представляется в виде:

$$V_X = \ln\frac{P_e}{P_a}, \qquad (1)$$

где V_X – ценность информации, P_a – априорная вероятность наступления ожидаемого события, P_e – апостериорная (экспериментальная) вероятность наступления события. Ценность V_X может быть как положительной, так и отрицательной. Так как величина логарифма вероятности эквивалентна величине энтропии, то выражение (1) определяет не столько ценность информации, сколько изменение в неопределённости события после его наступления.

Критерий Р. Л. Стратоновича [6] связан со стоимостным оцениванием количества получаемой информации. В данной статье он не рассматривается.

Энтропийный критерий ценности информации, по аналогии с (1), можно представить в виде:

$$V_H = \ln\frac{H_a}{H_e}, \qquad (2)$$

где H_a, H_e – априорная и апостериорная энтропии события. Ценность (2) может быть так же, как и (1), положительной и отрицательной. Численные значения (1) и (2) в области значительных различий величин за логарифмом будут различны, хотя в области малых различий будут сравнительно близки между собой. Физический смысл обеих формул (1) и (2) определяется одинаково – приращением энтропии.

Однако следует обратить внимание на то обстоятельство, что применение в исследованиях ценности информации (2) более предпочтительно в том случае, когда рассматривается «субъективная» энтропия, связанная с привлечением функций принадлежности теории нечётких множеств.

В отличие от использования известного выражения для энтропии Шеннона в формуле (2) предполагается применять плотности вероятности величины энтропии, получаемые на основе определения начальных моментов энтропии с помощью дифференциальной энтропии и аппроксимации плотности вероятности энтропии по методу моментов. В дальнейшем процесс анализа ценности информации будет сводиться к применению критерия в виде отношения двух функций и сравнению его с некоторым порогом, как это предложено в теории статистических решений Нейманом и Пирсоном [7].

Замечание. Представленные здесь два критерия оценивания ценности информации на самом деле отражают не ценность информации, а только изменение её количества. Для подтверждения данного высказывания далее будет выполнено специальное качественное обоснование и получение количественных оценок. При исследовании ценности информации необходимо учитывать три составляющие: структура сообщения, семантическое содержание сообщения и связь сообщения с целями потребителя.

Пример 1. Пусть даны априорная и апостериорная функции принадлежности:

$$\mu_a(x) = 1{,}6(x-5)(1-0{,}1x),\ \mu_e(x) = 0{,}475(x-7)(1-0{,}05x). \qquad (3)$$

Сначала по методу моментов трансформируем функции принадлежностей (3) в соответствующие им плотности вероятностей. Далее, используем полученные выражения этих плотностей для нахождения начальных моментов случайных величин энтропии. Для этой цели воспользуемся выражением дифференциальной энтропии [8] и найдём начальные моменты случайных величин энтропии по выражениям найденных плотностей вероятностей функций принадлежности:

$$H_i = (-1)^i \int_{X_1}^{X_2} f(z)(\ln(f(z)))^i dz. \qquad (4)$$

В формуле (4) $f(x)$ – аппроксимированная плотность вероятности для функции принадлежности, i-номер момента, $i = 0,\ 1,\ 2,\ 3$; X_1, X_2 – нижний и верхний пределы интегрирования. В результате вычисления находим энтропийные моменты для априорной и для апостериорной плотностей:

$$\nu_i^a = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1{,}484 \\ 2{,}358 \\ 4{,}127 \end{Bmatrix};\ \nu_i^e = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2{,}44 \\ 6{,}107 \\ 15{,}824 \end{Bmatrix}. \qquad (5)$$

По методу моментов находим приближённо окончательно выражения для плотностей вероятностей априорной и апостериорной энтропии:

$$g_a(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_a} e^{-\frac{(x-\nu_1^a)^2}{2\sigma_a^2}};\quad g_e(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_e} e^{-\frac{(x-\nu_1^e)^2}{2\sigma_e^2}}. \qquad (6)$$

Параметры этих плотностей: $\nu_1^a = 1{,}48$; $\sigma_a = 0{,}393$; $\nu_1^e = 2{,}44$; $\sigma_e = 0{,}392$.

Функции распределения априорной и апостериорной энтропии задаются как:

$$G_a(x) = \int_0^x g_a(z)dz, \quad G_e(x) = \int_0^x g_e(z)dz,$$
$$P_a(x) = 1 - G_a(x),\ P_e(x) = 1 - G_e(x). \qquad (7)$$

Определим ценность информации, воспользовавшись выражением (2):

$$V_G(x) = \ln\frac{P_e(x)}{P_a(x)}. \qquad (8)$$

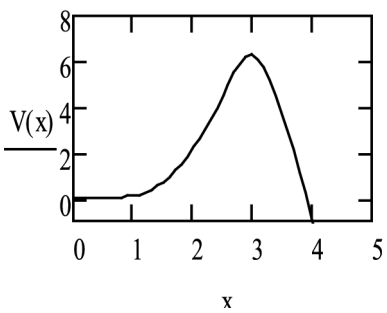

Рис. 1

При изложении материала придерживаемся термина «ценность информации», но необходимо отметить, что формула (1) характеризует не ценность, а приращение количества информации (энтропии), а формулы (2) или (8) – логарифмическое приращение количества информации, точнее приращение количества «субъективной» (нечёткой) информации. Кривая на рис. 1 показывает, как изменяется количества «субъективной» (нечёткой) информации в зависимости от значений аргумента. В частном случае аргументом может быть время.

О применении энтропийного критерия для принятия решений методом последовательного анализа А. Вальда

В методе последовательного анализа А. Вальда [9] $f(x,\theta)$ обозначает плотность распределения рассматриваемой случайной величины. Пусть H_0 является гипотезой о том, что $\theta = \theta_0$, а H_1 – гипотеза о том, что $\theta = \theta_1$. Следовательно, распределение x задаётся выражением $f(x,\theta_0)$, когда справедлива H_0, и выражением $f(x,\theta_1)$, когда справедлива H_1.

Обозначим последовательность наблюдений x через $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m$. Тогда для любого положительного числа m вероятность получения выборки $x_1, \ldots, x_m$ определится выражением $p_{1m} = f(x_1,\theta_1)\ldots f(x_m,\theta_1)$, когда справедлива гипотеза H_1, и выражением $p_{01m} = f(x_1,\theta_0)\ldots f(x_m,\theta_0)$, когда справедлива гипотеза H_0 Далее задаются две положительные константы A и B $(A > B)$. На каждой стадии эксперимента для любого целого значения m вычисляется отношение этих вероятностей. Если $B < \frac{p_m}{p_{0m}} < A$, то эксперимент продолжается и производится дополнительное наблюдение. Если $\frac{p_{1m}}{p_{0m}} \geq A$, то гипотеза H_0 отклоняется (принятие H_1), если $\frac{p_{1m}}{p_{0m}} \leq B$, то принимается гипотеза H_0.

Пример 2. Рассмотрим пример проверки гипотезы о среднем значении нормального распределения случайной величины x с единичной дисперсией и неизвестным средним значением θ, заимствованный из [9]. Для гипотезы $H_0 : \theta = \theta_0$ и для гипотезы $H_1 : \theta = \theta_1$. Тогда можно показать, что при

$$(\theta_1 - \theta_0)\sum_{i=1}^m x_i + \frac{m}{2}(\theta_0^2 - \theta_1^2) \geq \ln A$$

гипотеза H_0 отклоняется;

если $(\theta_1 - \theta_0)\sum_{i=1}^m x_i + \frac{m}{2}(\theta_0^2 - \theta_1^2) \leq \ln B$,

то гипотеза H_0 принимается;

если $\ln B < (\theta_1 - \theta_0)\sum_{i=1}^m x_i + \frac{m}{2}(\theta_0^2 - \theta_1^2) < \ln A$, то эксперимент продолжается и производится дополнительное наблюдение. Здесь $\ln\frac{p_{1m}}{p_{0m}}$ также можно определять последовательно, если после каждого наблюдения x_i производить вычисление величины $(\theta_1 - \theta_0)x_i + \frac{1}{2}(\theta_0^2 - \theta_1^2)$ и добавлять её к предшествующей величине $\ln\frac{p_{1m}}{p_{0m}}$.

В условиях, когда мы в качестве исходных функций имеем функции принадлежности, необходимо найти соответствующие им плотности вероятностей случайной величины энтропии и их использовать в качестве функций для принятия решений в методе последовательного анализа.

Пример 3. Рассмотрим продолжение примера 2 с конкретными числовыми данными. Пусть известны функции плотности вероятностей энтропии для двух конкурирующих гипотез:

$$f(x,\theta_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0}e^{-\frac{(x-\theta_0)^2}{2\sigma_0^2}}, \quad f(x,\theta_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1}e^{-\frac{(x-\theta_1)^2}{2\sigma_1^2}}, \qquad (9)$$

со значениями параметров $\theta_0 = 1{,}48$; $\sigma_0 = 0{,}39$; $\theta_1 = 2{,}44$; $\sigma_1 = 0{,}42$. Величины рисков для нулевой и первой конкурирующих гипотез равны $\alpha = 0{,}1$; $\beta = 0{,}05$, а граничные значения для принятия гипотез – $A = \frac{1-\beta}{\alpha}$, $B = \frac{\beta}{1-\alpha}$, после их логарифмирования примут значения $\ln A = 2{,}25$; $\ln B = -2{,}89$. Два уравнения, разграничивающие различные области принятия решений принимают вид:

$$m_1(x) = -\ln\left(\frac{f(x,\theta_1)}{f(x,\theta_0)}\right) + \ln A, \qquad (10)$$

$$m_2(x) = -\ln\left(\frac{f(x,\theta_1)}{f(x,\theta_0)}\right) + \ln B. \qquad (11)$$

На рис. 2 показаны границы областей: выше пунктирной линии – область принятия гипотезы H_1, ниже сплошной линии – область принятия гипотезы H_0, а область между этими двумя линиями – область продолжения испытаний. На рисунке границы выглядят как прямые линии, но границы могут быть и кривыми линиями. Формы граничных линий зависят от того, какие численные значения могут принимать параметры функций плотностей вероятностей случайных величин энтропий.

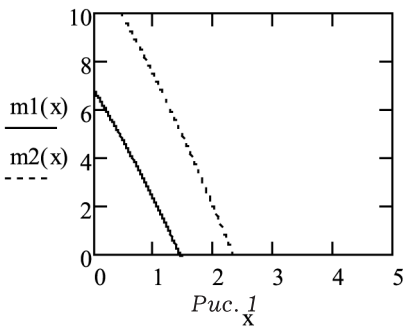

Рис. 1

Рис. 2

В данном примере значение случайной величины x, наблюдаемое в первом эксперименте, служит координатой, на основе которой и принимается решение о принятии той или иной гипотезы или о необходимости продолжении эксперимента. В общем случае принятия решений на основании m последовательных этапов эксперимента функции

$$p_{1m} = f(x_1,\theta_1)\ldots f(x_m,\theta_1),\ p_{01m} = f(x_1,\theta_0)\ldots f(x_m,\theta_0) \qquad (12)$$

представляют собой произведения m однокоординатных функций, приведенных выше.

О применении энтропийного критерия для принятия решения с учётом значений риска и ущерба

В книге известного философа из Болгарии Константиноса Марицаса «Цивилизация и естественный отбор» [4] главный тезис заключается в том, что «цивилизация есть выживание слабого». Создавая свою теорию цивилизации, автор опирается на понятие энтропии. С помощью этого понятия он графически показывает процессы рождения, жизни и смерти любых объектов неживой и живой природы. Для краткой иллюстрации приведем из этой книги небольшой рисунок в оригинале на английском языке. На ней показаны во времени процессы рождения, развития и смерти звёзд, планет, галактик, разговорных языков, империй, искусства и др. в форме кривых «время – энтропия». Прямая наклонённая линия указывает путь развития цивилизации. Приведённый рисунок подтверждает важность достаточно общего в науке качественного и количественного понятия энтропия. В нашем понимании энтропия означает меру неорганизованности системы. Она связана с наличием у системы множества альтернатив.

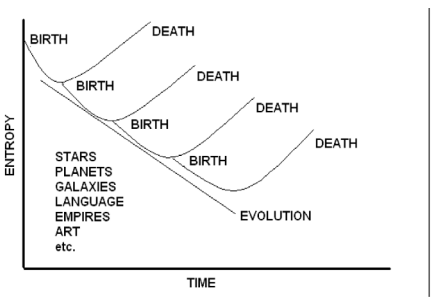

Рис. 3

Определить предпочтение одной альтернативы – означает сделать её выбор. Выбор альтернативы всегда связан с риском. Риск – это событие, ожидаемое при выборе альтернативы с некоторой неопределённостью. Мера риска может быть качественной или количественной, вероятностной или нечёткой. Выбор альтернативы связан с увеличением или уменьшением дохода, приобретением или потерей какого-то продукта. Процесс принятия решения о выборе альтернативы предполагает наличие, по крайней мере, не менее двух конкурирующих сторон. Каждая сторона должна преследовать свою цель. В процессе функционирования системы каждая сторона может получить либо положительный результат – эффект, либо отрицательный – ущерб. Решение о выборе альтернативы любой стороной является её стратегией. Стороны конфликта обладают определённой информацией. Под количеством информации понимаем меру снятой неопределённости, количественно оцениваемой величиной энтропии.

В теории статистических решений простейшей информационной системой может рассматриваться система статистического контроля, состоящая из двух конкурирующих сторон. Сторона A заинтересована продать стороне B партию товара. Доля дефектных объектов в ней случайна и определяется мнением коллективов экспертов в виде двух функций принадлежности. Из представляемой партии товара последовательно берутся случайно выборки ограниченного объёма. По результатам испытаний элементов выборок принимается одно из трёх возможных решений, с которым связано значение параметра эффекта (ущерба) в зависимости от величины конкретного риска.

Аналогичные задаче статистического контроля на практике могут возникать и другие задачи, требующие определённого решения. В качестве примера рассмотрим простейшую задачу противоборства двух конфликтующих информационных систем.

Пример 4. Пусть известны обе исходные временные функции принадлежности конфликтующих сторон и для них получены функции плотностей вероятностей. Пусть обе они представлены нормальными распределениями с указанными ниже значениями параметров:

$$f_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{(t-m_1)^2}{2\sigma 1^2}}, \quad f_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{(t-m_2)^2}{2\sigma 2^2}}, \tag{13}$$

где $m_1 = 30$ ед., $\sigma_1 = 5$ ед., $m_2 = 20$ ед., $\sigma_2 = 4$ ед. Ведущая система, стремящаяся реализовать свою цель, представляет собой информационную сеть, состоящую из $N = 20$ независимых информационных операторов. Пропускная способность оператора равна $I = 2$ информационным единицам. Удельная стоимость работы системы оценивается $C = 2$ единиц, а удельная стоимость противодействующей системы – $K = 3$ единицы.

Первая система стремится получить в течение времени t возможный для неё эффект – обеспечить суммарную пропускную информационную способность:

$$W(t) = CINP(t)^N, \tag{14}$$

где $P(t)$ – вероятность сохранения работоспособного состояния одного информационного оператора в течение времени t, которая зависит от внутренней структуры оператора, надёжности его элементов, влияния внешней среды, степени защищённости от других факторов, исключая возможное воздействие со стороны второй системы.

Противодействующая система стремится своим внешним воздействием снизить величину эффективной пропускной способности первой системы. Для этой цели она может с течением времени уменьшать количество информационных операторов первой системы.

Будем полагать, что величина интегрального ущерба, наносимого второй системой первой системе, может быть представлена зависимостью, обратно пропорциональной действительной эффективной пропускной способности первой системы, наблюдаемой с течением времени:

$$U(t) = \frac{K}{R(t)}, \tag{15}$$

где $R(t)$ – реальная пропускная способность первой системы в момент времени t, при условии, что она непрерывно подвергается внешнему разрушающему воздействию второй системы. Найдём функции $W(t)$, $R(t)$ и представим их на графике. Вероятности сохранения или потери работоспособности оператором за время t равны:

$$P(t) = \int_t^\infty f1(z)dz, Q(t) = \int_0^t f1(z)dz. \tag{16}$$

Вероятности поражения или непоражения оператора противной стороной за время t будут равны:

$$G(t) = \int_0^t f2(z)dz, 1 - G(t) = \int_t^\infty f2(z)dz. \tag{17}$$

Вероятность потери работоспособности оператора по причинам влияния внутренних или внешних разрушающих факторов в течение времени t будет определяться как вероятность совместного события:

$$QG(t) = Q(t) + G(t) - Q(t)G(t). \tag{18}$$

Среднее число утративших работоспособность операторов из общего их количества N в течение времени t определяется по формуле:

$$n(t) = \sum_{i=1}^{N} \frac{N!}{(i-1)!(N-i)!} QG(t)^i (1 - QG(t))^{N-i}, \tag{19}$$

а число оставшихся работоспособных операторов за время t будет равно:

$$no(t) = N - n(t). \tag{20}$$

Реальная пропускная способность системы в текущий момент времени t становится равной $R(t) = CIno(t)$, поэтому величина ущерба, наносимого второй системой первой системе, согласно нашему допущению, будет определяться по формуле (15).

На рис. 4 и 5 показаны графики обеих функций в мелком и более крупном изображении. Точка минимума суммы функций $W(t) + U(t)$ достигается при $t_0 = 25{,}121$ ч., а значения функций в ней – $W(t_0) = 0{,}571$ ед., $U(t_0) = 1{,}525$ ед., $W(t_0) + U(t_0) = 2{,}096$ ед.

Если рассматривать рис. 5 по оси абсцисс не в шкале времени, а в шкале вероятности r-риска, определяемого по отношению ко второй системе, то есть $r = \int_0^{t_0} f2(z)dz$, тогда получаем $r = 0{,}9$. При этой величине риска в точке минимума величина эффекта первой системы равна 0,571 ед., а второй системы – 1,525 ед., но вероятность сохранения работоспособности к указанному моменту времени t_0 составит всего лишь $P(25{,}121)^{20} = 0{,}027$. Тогда можно утверждать, что ущерб для первой системы будет «незначительный». Если риск определять относительно первой системы, то он составит 0,973, то есть он также будет менее значителен для первой системы, чем для второй, так как 0,973 > 0,9.

О применении энтропийного критерия для принятия решений методом последовательного анализа А. Вальда с учётом изменений значений рисков и ущербов

В данном разделе рассматривается в постановочном плане одна из возможных задач, достаточно актуальная в теоретическом отношении и имеющая множество практических приложений.

Пусть x – случайная величина энтропии, распределённая по нормальному закону, с неизвестным средним θ и известным средним квадратическим отклонением

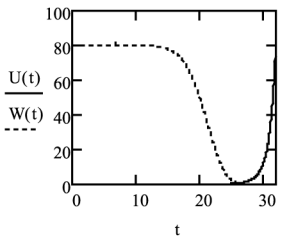

Рис. 4

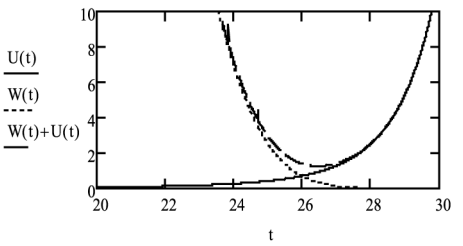

Рис. 5

σ. При $\theta \le \theta_0$ принимается решение о приёме контролируемой партии по некоторому критерию качества, а при $\theta \ge \theta_1$ – об отказе приёма. При $\theta_0 < \theta < \theta_1$ испытания продолжаются до тех пор, пока не будет принято решение о приёме или отказе в приёме партии. После выбора значений θ_0, θ_1 выбирается величина риска α. Вероятность отказа в приёме не должна превышать заданной малой величины α, если $\theta \le \theta_0$ и вероятность принятия решения о приёме не должна превышать заранее заданной малой величины β, если $\theta \ge \theta_1$. Таким образом, риск, на который можно пойти, характеризуется четырьмя числами θ_0, θ_1, α, β.

Последовательный критерий отношений вероятностей, соответствующий величинам θ_0, θ_1, α, β, как показано в [9], должен удовлетворять граничным значениям приёма и отклонения приёма:

$$m_1(x) = \frac{\sigma^2}{\theta_1 - \theta_0} \ln \frac{\beta}{1-\alpha} + \frac{\theta_0 + \theta_1}{2} x, \quad m_2(x) = \frac{\sigma^2}{\theta_1 - \theta_0} \ln \frac{1-\beta}{\alpha} + \frac{\theta_0 + \theta_1}{2} x. \tag{21}$$

В выражениях (21), напомним, величина σ принята одинаковой для обеих функций в критерии отношений. Это принято с целью простоты иллюстрации критерия и его графического представления.

Пример 5. Возьмём числовые значения из примера: θ_0 = 1,48 ед., θ_1 = 2,44 ед., σ = 0,39 ед. Составим два уравнения для граничных значений областей принятия решения:

$$m_1(x) = \frac{\sigma^2}{\theta_1 - \theta_0} \ln \frac{\beta}{1-\alpha} + \frac{\theta_0 + \theta_1}{2} x, \tag{22}$$

$$m_2(x) = \frac{\sigma^2}{\theta_1 - \theta_0} \ln \frac{1-\beta}{\alpha} + \frac{\theta_0 + \theta_1}{2} x. \tag{23}$$

Запишем неравенство для продолжения последовательных испытаний:

$$m_1(x) < \sum_{i=1}^{m} x_i < m_2(x), \tag{24}$$

в котором m – число последовательных испытаний. Величины A и B соответственно будут равны: $A = \frac{1-\beta}{\alpha}$, $B = \frac{\beta}{1-\alpha}$.

Примем $\alpha_1 = 0{,}1$; $\beta_1 = 0{,}05$; $\alpha_2 = 0{,}0001$; $\beta_2 = 0{,}00005$. Составим две пары уравнений (23), (24). Изобразим граничные прямые линии на рис. 6.

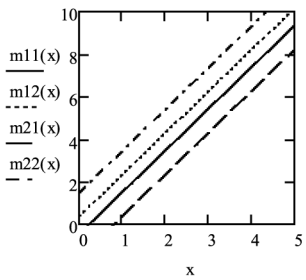

Рис. 6

На основании приведённых в данном примере двух плотностей вероятностей величины энтропии, выражений для границ, разделяющих плоскость принятия решений на три области, соответствующие двум гипотезам, при двух группах численных значений рисков α и β, было выполнено статистическое моделирование. Число этапов принято равным десяти. Определялось число попаданий в каждую область плоскости. Получены следующие данные: а) при α = 0,1; β = 0,05 – число успешных попаданий в область приёма гипотезы H_0 – 5, в область H_1 – 1, в область продолжения испытаний – 4; б) при α = 0,0001; β = 0, – число успешных попаданий в H_0 – 7, в область H_1 –3, в область продолжения испытаний – 0, или, выражая в частотах: а) $P_0 = 0{,}5$; $P_1 = 0{,}1$; $P_{nu} = 0{,}4$; б) $P_0 = 0{,}7$; $P_1 = 3$; $P_{nu} = 0$. При этом попадания в область принятия гипотезы H_0 в обоих случаях происходили на вторых этапах испытаний. Следует отметить, что выход траектории процесса за границу принятия решения, как показали приведенные здесь результаты, может носить характер многократных пересечений границ. Поэтому уместно говорить о принятии той или иной границы с некоторой вероятностью, а не всегда однозначно с первого раза.

Заметим также, что каждой области для принятия решения может быть поставлена величина получаемого эффекта или ущерба, измеряемая в тех единицах измерения, которые присущи конкретному процессу, операции.

О применении энтропийного критерия для принятия решений методом последовательного анализа А. Вальда с учётом последовательных изменений функций в критерии отношения

В книге [9] рассматриваются отношения вида:

$$\frac{p_m}{p_{0m}} = \frac{f(x_1,\theta_1)\ldots f(x_m,\theta_1)}{f(x_1,\theta_0)\ldots f(x_m,\theta_0)}, \qquad (25)$$

в которых плотности вероятностей $f(x_i,\theta_1)$, $f(x_i,\theta_0)$ не изменяются в зависимости от значений индекса i, $1 \le i \le m$. Изменяются лишь реализации случайных величин от опыта к опыту. Это означает, что рассматриваются во всех опытах обеих серий однородные по своим свойствам случайные явления. В действительности это ограничение может не выполняться. Это может быть связано, например, с процессами старения во времени приборов, поставленных на испытания, с обновлением, доработкой и т. д. В условиях противоборства систем под влиянием взаимных деструктивных факторов основные параметры систем могут также изменяться. Причём эти изменения по времени могут быть сравнимыми с продолжительностями самих деструктивных воздействий. Если противоборство происходит в форме игры, то результат этой игры может зависеть как от динамики взаимного воздействия сторон, так и от возможностей по противодействию.

В этом разделе на простом численном примере показано влияние изменения определяющего параметра – средней величины энтропии плотности вероятности – на изменение границ при принятии решений.

Пример 6. Рассмотрим только один этап испытаний на численных значениях предшествующего примера: $\theta_0 = 1{,}48$ ед., $\theta_1 = 2{,}44$ ед., $\sigma = 0{,}393$ ед., $\alpha = 0{,}1$ ед., $\beta = 0{,}05$ ед.

Случай 1. Определяющие параметры θ_1, θ_0 не меняются. Уравнения для границ принятия решений имеют вид:

$$m_1(x) = \frac{\sigma^2}{\theta_1-\theta_0}\ln\left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right) + \frac{\theta_0+\theta_1}{2}x,$$
$$m_2(x) = \frac{\sigma^2}{\theta_1-\theta_0}\ln\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right) + \frac{\theta_0+\theta_1}{2}x. \qquad (26)$$

Случай 2. Параметр θ_1 (противника) уменьшился с $\theta_1 = 2{,}44$ ед. и принял значение $\theta_{10} = 1{,}64$ ед. Параметр $\theta_0 = \theta_{01}$ остался прежним $\theta_{01} = 1{,}48$ ед. Уравнения для границ принятия решений принимают вид:

$$d_1(x) = \frac{\sigma^2}{\theta_{10}-\theta_{01}}\ln\left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right) + \frac{\theta_{01}+\theta_{10}}{2}x,$$
$$d_2(x) = \frac{\sigma^2}{\theta_{10}-\theta_{01}}\ln\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right) + \frac{\theta_{01}+\theta_{10}}{2}x. \qquad (27)$$

Случай 3. Параметр противника $\theta_1 = \theta_{11}$ остался прежним, $\theta_{11} = 2{,}44$ ед., а параметр $\theta_0 = \theta_{22}$ увеличился и стал равным $\theta_{22} = 2{,}24$ ед. Уравнения для границ принятия решений принимают вид:

$$c_1(x) = \frac{\sigma^2}{\theta_{11}-\theta_{22}}\ln\left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right) + \frac{\theta_{22}+\theta_{11}}{2}x,$$
$$c_2(x) = \frac{\sigma^2}{\theta_{11}-\theta_{22}}\ln\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right) + \frac{\theta_{22}+\theta_{11}}{2}x. \qquad (28)$$

На рис. 7 показаны граничные значения, построенные по уравнениям (26–28). Они получены при условии, что среднеквадратические отклонения для гипотез принимаются равными. Если же они будут различны, то области принятия решений будут изображаться криволинейными фигурами.

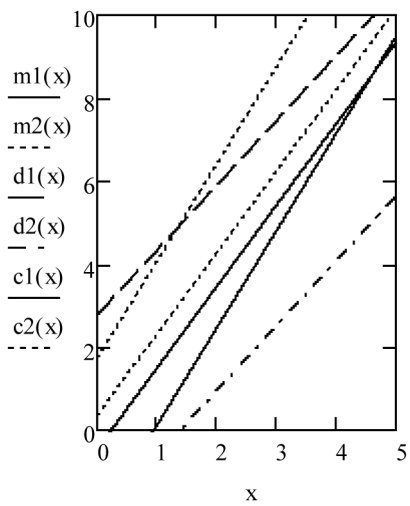

Рис. 7

Даже при простых рассмотренных случаях в распоряжении каждой из конфликтующей сторон в качестве критерия управления (выбора) могут быть как совокупности наборов значений рисков, так и совокупности значений тех параметров, на которые каждая сторона может влиять при конфликтной ситуации с целью получения желаемых преимуществ.

Однако чтобы получать определённые преимущества в конфликтной деятельности, необходимо обладать достаточным количеством достоверной изменяющейся в зависимости от ситуации информации. Поэтому все информационные процессы в реальных условиях должны отдельно и глубоко изучаться и учитываться противоположными сторонами.

В дальнейшем предполагается изучить динамику конфликта двух сторон с определением величин возможных достигаемых эффектов, оценить величины возможных ущербов, а также затрат, связанных с желанием достичь поставленных целей.

Заключение

В предлагаемой статье была поставлена цель обратить внимание заинтересованного читателя на достаточную общность и важность использования энтропийного критерия при оценивании качества сложных информационных систем. При этом упор делается на системы, которым присущи размытость исходных данных, и для уменьшения неопределенности используется экспертное оценивание их свойств. Свойства таких систем такие как нечёткость в условиях неопределённости различного характера необходимо количественно описывать функциями принадлежности.

С позиции теории информации условно традиционные системы, оцениваемые вероятностно-статистическими методами, можно определить как «информационно-объективные», а системы, оцениваемые в рамках нечёткого подхода, – «информационно-субъективными». Цель, преследуемая в этой статье, заключается в том, чтобы использовать глубоко и разносторонне развитый классический аппарат теории вероятностей для изучения нечётких систем. Мостиком может служить формальный переход от функций принадлежности к функциям плотности вероятностей.

В статье подобный переход осуществляется на основе использования дифференциальной энтропии К. Шеннона. Определяются начальные моменты случайной величины энтропии. Затем эти моменты применяются для приближённой аппроксимации функции плотности вероятностей энтропии. Методы работы с плотностями вероятностей в теории вероятностей разнообразны и весьма хорошо известны.

Неоценимую теоретическую ценность и огромную практическую значимость в мировой науке сыграли фундаментальные работы в области статистических методов анализа и решающих функций H. F. Dodge, H. G. Romig, J. Neyman, A. Wald. Поэтому представляется интересным применить их аппарат для исследования нечётких систем с энтропийным критерием. В данной статье делается именно такая попытка.

В настоящее время также стали достаточно актуальными вопросы оценки и учета риска и ущерба. В предлагаемой статье частично также затрагивается и данный аспект исследований систем и получены первые элементарные результаты на основе энтропийного критерия.

Последний раздел статьи авторы в постановочном плане связывают с информационными игровыми конфликтными ситуациями, в которых противоборствующие стороны могут управлять рисками и стоимостными показателями для выбора возможных стратегий в противоборстве. Даются рекомендации по использованию метода последовательного анализа А. Вальда с применением энтропийного критерия и предложено некоторое его развитие.

Литература

1. Смагин, В. А. Приближённое определение функции распределения энтропии / В.А. Смагин, С.Ю. Смагин // АВТ. – 2010. – № 2. – С. 27–32.

2. Смагин, В. А. К определению энтропии функций принадлежности в теории нечётких множеств / В.А. Смагин, И.Ю. Парамонов // Информация и космос. – 2014. – № 3. – С. 28–34.

3. Deshmukh, K. C. Generalized Measures of Fuzzy Entropy and their Properties / K.C. Deshmukh, P.G. Khot, Nikhil //World Academy of Science, Engineering and Technology. – 2011. – Vol. 5. – Issue 3. – P. 93–106.

4. Maritsas, C. Civilization and natural selection 2 / C. Maritsas. – Sofia: Sofia University Press, 2007.

5. Харкевич, А. А. О ценности информации / А.А. Харкевич // Проблемы кибернетики. – 1960. – № 4. – С. 53–57.

6. Стратонович, Р. Л. Теория информации / Р.Л. Стратонович. – М: Советское радио, 1975. – 424 с.

7. Neyman, J. Statistical research memoirs / J. Neyman, E.S. Pearson. – London: University College, 1936. Vol. 1. – P. 1–37.

8. Тарасенко, Ф. П. Введение в курс теории информации / Ф.П. Тарасенко. – Томск: Изд-во. Томского ун-та, 1963. – 240 с.

9. Вальд, А. Последовательный анализ / А. Вальд. – М: Физматгиз, 1960. – 328 с.