

КОСМОС И ИНФОРМАТИКА

Комбинированный метод управления взаимным маневром космических аппаратов

The combined method of control of mutual maneuver the spacecraft

Ключевые слова: взаимный маневр – mutual maneuvering; относительное движение – relative motion; комбинированное управление – combined control.

В статье рассматривается возможность использования комбинированного управления для осуществления взаимного маневра космических аппаратов.

The article considers the possibility to use the combined control for the implementation of the mutual maneuver the space craft.

Для решения задачи управления взаимным маневром космических аппаратов (КА) разработано большое число различных методов. Из них в настоящее время наибольшее практическое применение получили две группы:

1. Методы свободных траекторий (МСТ),

2. Методы управления относительно линии визирования (ЛВ), соединяющей центры масс пассивного аппарата (ПА) и маневрирующего (активного) аппарата (АА).

В методах управления первой группы никаких ограничений на вид программной траектории взаимного маневра (ВМ) не накладывается. Поэтому они позволяют выполнить его с минимальными энергетическими затратами (ЭЗ).

В методах управления второй группы на кинематику относительного движения (ОД) аппаратов, участвующих в операции ВМ, накладываются ограничения в виде заданных линейных или нелинейных связей между параметрами ОД. Введение этих ограничений превращает траекторию ОД в вынужденную, что увеличивает ЭЗ по сравнению с МСТ. Однако в противоположность последним методам управления относительно ЛВ характеризуются более простой технической реализацией. При их использовании на точность выполнения ВМ в меньшей степени влияют погрешности навигационных устройств и другие возмущения. Эти методы также позволяют осуществить ВМ даже без знания перед его началом орбитальных характеристик ПА или когда

ГОНЧАРЕВСКИЙ / GONCHAREVSKY V.

Вилен Степанович

заслуженный деятель науки и техники РФ, доктор технических наук, почетный профессор Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург

они изменяются в процессе его выполнения по неизвестному закону.

Заметим, что ограничения на вид траектории ОД, вводимые в методах управления относительно ЛВ, представляют собой фактически ограничения лишь на одну из двух его составляющих, т.е. на продольное (вдоль ЛВ) или на поперечное (по нормали к ЛВ) движение. Поэтому здесь принципиально вынужденным в процессе ВМ является только одно из этих движений, второе может быть свободным. Так при выполнении маневров сближения или удаления с использованием методов управления вдоль ЛВ ограничения накладываются лишь на траекторию поперечного движения, и, следовательно, только этот вид движения является принципиально вынужденным. Продольное движение может быть свободным. В связи с этим в данном случае целесообразно применить схему одно (жесткий контакт) или двух импульсного (мягкий контакт или зависание) МСТ для управления продольным движением вдоль ЛВ. Метод управления в таком случае будет представлять в определенном смысле некоторую комбинацию МСТ и методов управления вдоль ЛВ, что позволит уменьшить ЭЗ на выполнение ВМ при использовании методов второй группы.

При решении задачи отыскания управляющих воздействий для такого комбинированного метода примем следующие исходные условия:

1. ПА вращается вокруг планеты по круговой орбите с постоянной угловой скоростью ω . AA выведен на орбиту, близкую к орбите ПА.

2. Движение AA рассматривается в относительной системе координат (ОСК) $x^*y^*z^*$, начало которой совпадает с центром масс ПА, ось y^* направлена от центра планеты, ось z^* перпендикулярна к плоскости орбиты и совпадает с направ-

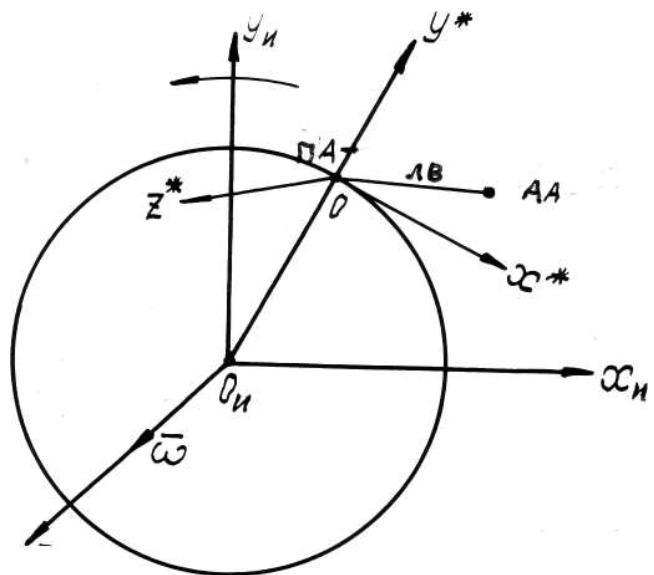


Рис. 1

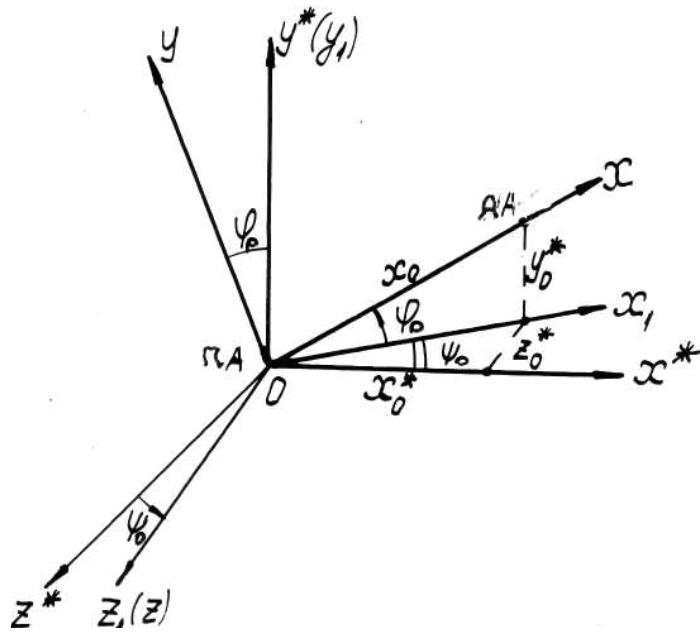


Рис. 2

лением вектора угловой скорости вращения ПА $\bar{\omega}$, а ось x^* расположена в плоскости орбиты и направлена так, чтобы образовать правую систему координат (рис.1).

3. Время выполнения маневра T задается перед его началом.

Для решения поставленной задачи необходимо записать дифференциальные уравнения ОД аппаратов. В системе координат $x y z$, повернутой относительно ОСК $x^* y^* z^*$ на углы φ_0 и ψ_0 так, чтобы ось x проходила через АА, т.е. совпадала с ЛВ (рис.2), эти уравнения имеют вид [1]

КОСМОС И ИНФОРМАТИКА

$$\begin{aligned}\ddot{x} - a\dot{y} + b\dot{z} - cx - dy - fz &= u_x, \\ \ddot{y} + a\dot{x} + g\dot{z} - dx - hy + kz &= u_y, \\ \ddot{z} - b\dot{x} - g\dot{y} - fx + ky + lz &= u_z,\end{aligned}\tag{1}$$

где $a = 2 \cos \psi_0$, $b = 2 \sin \psi_0 \sin \psi_0$,

$$\begin{aligned}c &= 3 \sin^2 \psi_0 - \sin^2 \psi_0 \cos^2 \psi_0, \\ d &= \sin \psi_0 \cos \psi_0 (3 + \sin^2 \psi_0), \\ f &= \cos \psi_0 \sin \psi_0 \cos \psi_0, \\ g &= 2 \cos \psi_0 \sin \psi_0, \\ h &= 3 \cos^2 \psi_0 - \sin^2 \psi_0 \sin^2 \psi_0, \\ k &= \sin \psi_0 \sin \psi_0 \cos \psi_0,\end{aligned}$$

$l = \cos^2 \psi_0$ – постоянные коэффициенты, характеризующие начальное относительное положение КА;

$\tau = \omega t$ – независимая переменная;

u_x, u_y, u_z – составляющие управления \vec{u} по соответствующим осям координат.

Под управлением здесь и в дальнейшем понимается вектор-функция $\vec{u} = \vec{u}(u_x, u_y, u_z)$, характеризующая величину и направление вектора ускорения, создаваемого двигателевой установкой АА.

Ограничения, накладываемые на кинематику ОД методом управления ВМ вдоль ЛВ, могут быть записаны в следующем виде

$$y = \dot{y} = z = \dot{z} = 0,\tag{2}$$

при всех $\tau_0 < \tau < \tau_k$, где τ_0 и τ_k – моменты начала и окончания ВМ,

$$\dot{y}_0 = \dot{z}_0 = 0.\tag{3}$$

Соотношение (3) вытекает из условия ликвидации перед началом движения вдоль стабилизированной ЛВ составляющих скорости, перпендикулярных этой линии, а соотношение (2) – из условия обеспечения стабилизации положения ЛВ в ОСК $x^* y^* z^*$ в процессе ВМ. Эти соотношения являются необходимыми и достаточными условиями движения АА вдоль ЛВ, неподвижной в ОСК $x^* y^* z^*$.

Подставив условия связи (2) в соотношение (1), получим систему уравнений, описывающих ОД в рассматриваемом случае

$$\ddot{x} - cx = u_x, \quad a\dot{x} - dx = u_y, \quad -bx - fx = u_z.\tag{4}$$

В системе (4) второе и третье уравнения не являются дифференциальными, и, следовательно, управляющие функции u_y, u_z , могут быть однозначно определены, как только будет найден программный закон изменения координаты x , т.е. программа управления продольным движением вдоль стабилизированной ЛВ.

Предположим, что управление поперечным движением по нормали к ЛВ производится идеально. Тогда полное движение АА определяется первым из указанных уравнений (4), т.е.

$$\ddot{x} - cx = u_x.\tag{5}$$

Пусть в некоторый момент времени $\tau = \tau_0$ АА имеет координату x_0 и скорость \dot{x}_0 . При помощи управляющего импульса, если считать его мгновенным, можно в данный момент времени $\tau = \tau_0$ скачком изменить скорость \dot{x}_0 , оставив прежним значение координаты x_0 . Свободное движение АА вдоль ЛВ под действием сил тяготения после выключения двигательной установки будет описываться уравнением (5), если положить в нем $u_x = 0$. Общее решение этого линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка при начальных условиях $x(\tau_0) = x_0, \dot{x}(\tau_0) = \dot{x}_0$ имеет вид

$$x = x_0 ch r \tau + (\dot{x}_0 sh r \tau) / r,\tag{6}$$

а первая производная его

$$\dot{x} = x_0 r sh r \tau + \dot{x}_0 ch r \tau,\tag{7}$$

где $r = \sqrt{|c|}$ – кратный корень характеристического уравнения $r^2 - 1 = 0$.

Используя соотношения (6) и (7), можно получить программы комбинированного управления маневром вдоль ЛВ.

Если требуется, чтобы АА в момент окончания ВМ занял положение, необходимое для его дальнейшего зависания относительно ПА на некотором расстоянии x_k , он должен иметь требуемую начальную скорость \dot{x}_{0T} . Значение этой скорости определяется в результате подстановки условия $x(\tau_k) = x_k$ в решение (6)

$$\dot{x}_{0T} = r(x_k - x_0 ch r T) / sh r T,\tag{8}$$

где $T = \tau_k - \tau_0$.

КОСМОС И ИНФОРМАТИКА

С учетом соотношения (8) выражения (6) и (7) принимают вид

$$\bar{x} = chr\tau - (chrT - \bar{x}_T)shrt / shrT, \quad (9)$$

$$\bar{x} = r[shrt - (chrT - \bar{x}_k)chr\tau / shrT], \quad (10)$$

где индекс (–) означает нормирование величины по x_0 .

Начальное приращение скорости $\Delta\dot{x}_0$, необходимое для выполнения ВМ, определяется как разность между скоростью \dot{x}_{0T} и действительной скоростью \dot{x}_0 .

Таким образом, величина

$$\Delta\dot{x}_0 = \dot{x}_{0T} - \dot{x}_0 \quad (11)$$

является приращением скорости, которое достигается в момент $\tau = \tau_0 + 0$. Если $x_k = 0$, то оно характеризует ЭЗ на маневр сближения с жестким контактом. Если же требуется осуществить зависание на расстоянии x_k , то в конце ВМ в момент $\tau = \tau_k$ следует приложить второй «тормозной» программный импульс, который необходим для выравнивания скоростей обоих КА, т.е. для выполнения условия $\dot{x}(\tau_k) = \dot{x}_k = 0$.

Величина этого импульса $\Delta\dot{x}_k$ определяется значением фактической скорости вдоль ЛВ в момент $\tau = \tau_k$, которое находится из соотношения (7)

$$\bar{x}_k = r(\bar{x}_k chrT - 1) / shrT. \quad (12)$$

Таким образом, конечное приращение скорости при осуществлении зависания

$$\Delta\bar{x} = -\bar{x}_k = r(1 - \bar{x}_k chrT) / shrT, \quad (13)$$

а при встрече с мягким контактом

$$\Delta\bar{x} = r / shrT. \quad (14)$$

Характеристическая скорость \bar{V}_{px} , определяющая ЭЗ на выполнение программы движения вдоль стабилизированной ЛВ, будет равна в случае встречи с мягким контактом и зависания по координате x_k

$$\bar{V}_{px} = |\Delta\bar{x}_0| + |\Delta\bar{x}_k|, \quad (15)$$

а в случае сближения с жестким контактом

$$\bar{V}_{px} = |\Delta\dot{x}_0|. \quad (16)$$

Заметим, что на практике изменения скорости в начале и в конце ВМ не будут мгновенными, а

будут происходить в течение конечных отрезков времени, длительность которых при заданных начальных условиях ВМ определяется величиной максимальной тяги, развиваемой двигателевой установкой АА. Однако, если период свободного полета вдоль ЛВ значительно больше, чем период полета с включенным двигателем, допущение, согласно которому управление прикладывается в виде мгновенного импульса, с достаточной степенью точности справедливо.

Итак, дискретная программа управления движением АА вдоль стабилизированной ЛВ определяется соотношениями (11), (13), (14), а ЭЗ для ее реализации – соотношениями (15) и (16). Что касается непрерывных программ управления движением по нормали к ЛВ, то они могут быть получены из второго и третьего уравнений системы (1), если подставить туда соотношения (6) и (7).

Характеристические скорости \bar{V}_{py} и \bar{V}_{pz} , необходимые для выполнения этих программ

$$\bar{V}_{py} = \int_{\tau_0}^{\tau_k} |u_y| d\tau, \quad \bar{V}_{pz} = \int_{\tau_0}^{\tau_k} |u_z| d\tau. \quad (17)$$

Общие ЭЗ на осуществление ВМ при использовании рассматриваемого комбинированного метода управления в случае декартовой схемы двигательной установки можно оценить по формуле

$$\bar{V}_{p\Sigma} = \bar{V}_{px} + \bar{V}_{py} + \bar{V}_{pz}. \quad (18)$$

Если орбиты аппаратов компланарны и выполняется маневр встречи с мягким контактом, то соотношения (6) и (7) принимают вид

$$\bar{x} = chr\tau - cthrT shrt, \quad (19)$$

$$\bar{u}_y = (2r + 1,5 \sin 2\varphi_0 cthrT) shrt -$$

$$-(2r cthrT + 1,5 \sin 2\varphi_0) chrt,$$

$$\bar{u}_z = 0,$$

где $r = |\sqrt{3} \sin \varphi_0|$.

Так как коэффициент $r \geq 0$ при всех $\varphi_0 \neq 0$, то характеристическая скорость, потребная для движения вдоль ЛВ, согласно равенству (16) равна при $r cthrT \geq |\bar{x}|$

$$\bar{V}_{px} = \bar{x}_0 + r(1 + chrT) shrt. \quad (20)$$

Расчет величины \bar{V}_{py} в данном случае упрощается благодаря тому, что управление \bar{u}_y является

КОСМОС И ИНФОРМАТИКА

законопостоянной функцией. Действительно, из соотношения (19) следует

$$\tau_y^* = \frac{1}{r} \operatorname{Arth} \frac{2rcthrT + 1,5 \sin 2\phi_0}{2r + 1,5 \sin 2\phi_0 cthrT}.$$

Условие отсутствия корня τ_y^* можно записать в виде

$$(2r - 1,5 \sin 2\phi_0)(cthrT - 1) > 0. \quad (21)$$

Неравенство (21) справедливо при $\phi_0 \neq 0$ всех и всех конечных T , так как для этих значений ϕ_0 и T имеем $2r > 1,5 \sin 2\phi_0$, а $cthrT > 1$.

Следовательно,

$$\begin{aligned} \bar{V}_{py} &= \int_0^T |\bar{u}_y| d\tau = \left| \int_0^T \bar{u} d\tau \right| = \\ &= 2 + 1,5 \sin 2\phi_0 (chrT - 1) / rshrt. \end{aligned} \quad (22)$$

Если угол $\phi_0 = 0$, то решение уравнения (5) имеет вид

$$\bar{x} = 1 - \tau / T, \quad (23)$$

т.е. в этом случае АА совершает вдоль ЛВ равномерное поступательное движение с постоянной скоростью $\dot{x}_{0T} = -1/T$. Управление в плоскости, перпендикулярной ЛВ, является постоянной величиной, равной $\bar{u}_y = -2/T$. Характеристические скорости принимают следующие значения

$$\bar{V}_{px} = \dot{x}_0 + 2/T, \quad \bar{V}_{py} = 2. \quad (24)$$

Результаты расчета потребных характеристических скоростей для различных начальных условий и времени выполнения маневра сближения КА по соотношениям (20), (22), (24) показали, что значения ЭЗ на осуществление ВМ в данном методе получаются меньшими, чем в случае использования непрерывного оптимального управления вдоль стабилизированной ЛВ, рассмотренном в работе [2]. Степень уменьшения зависит от начальных условий. Для времени сближения $T=1$ оно составляет в среднем 30%, а для $T=2$ - 50% от значений ЭЗ, полученных в настоящей работе.

Литература

- Гончаревский В.С. Методы и алгоритмы управления относительным движением космических аппаратов. – М.: Изд-во МО РФ, 1998.
- Гончаревский В.С. Энергетически оптимальное управление взаимным маневром космических аппаратов при наличии ограничений на вид программной траектории // Информация и космос. – 2009. – №2.

Редакция журнала «Информация и космос» приглашает авторов – соискателей ученых степеней к публикации научных статей

Готовитесь к защите?

Информация и космос







**Редакция, тел.: (812) 740-77-07
marketing@itain.spb.ru**