Метод оценивания времени параллельной обработки данных в условиях неполной параметрической информации

Method of estimating the time parallel processing in conditions of incomplete parametric information

Ключевые слова: параллельная обработка данных – parallel processing; оценивание оперативности параллельных вычислений – estimation of efficiency of parallel computing; критический путь графа – critical path graph.

Рассматривается метод оценивания времени параллельных вычислений при отсутствии полной информации о параметрах параллельной программы. Предлагаемый подход позволяет снизить трудоемкость прогнозирования оперативности решения задач при проектировании параллельных вычислительных систем и алгоритмов решаемых в них задач.

Discusses a method of estimating the time of parallel computing in the absence of full information about the parameters of the parallel program. The proposed approach reduces the complexity of forecasting the operational tasks in the design of parallel computer systems and algorithms are solved in these tasks.

ДУДКИН / DUDKIN A.
Андрей Сергеевич
(andry-II@mail.ru)
адъюнкт кафедры электронной вычислительной техники Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург

ВВЕДЕНИЕ

Теория и практика построения параллельных вычислительных систем (ПВС) и организации их функционирования находятся в стадии интенсивного развития. И хотя к настоящему времени создан значительный теоретический и практический задел в области параллельных вычислений [1], задачей приоритетной важности является, с одной стороны, обеспечение требуемой оперативности решения целевых задач при условии надежного эффективного функционирования вычислительных средств, а с другой – возможность эффективного априорного оценивания времени решения этих задач.

Оценивание оперативности стохастических параллельных вычислительных процессов при известных законах распределения времени выполнения задач в настоящее время не представляет проблемы. Однако вопросы оценивания оперативности функционирования ПВС в условиях неполной информации о параметрах целевых задач практически не изучены. В статье предлагается подход к решению задачи оценивания оперативности вычислительных процессов при неполной информации о параметрах их алгоритмов.

СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Моделирование вычислительных процессов связано с применением моделей, основанных на графах. Расчет характеристик таких моделей при стохастическом характере весов вершин графа является трудоемкой задачей. Минимально возможное время вычислительного процесса, реализуемого на ПВС, соответствует величине критического пути соответствующего графа, приведенного к ширине, равной количеству вычислительных модулей в ПВС. Для получения оценок критического пути графа в системах реального времени требуются методы, обладающие, с одной стороны, достаточной точностью, а с другой – высокой оперативностью расчетов. Проблема определения величины критического пути графа со случайными весами вершин еще более усложняется, если отсутствует информация о законах распределения весов вершин или даже о параметрах этих законов.

Пусть алгоритм задачи представлен ориентированным графом $G(X,U)$, состоящим из множества $X = \{x_1, x_2 \cdots x_N\}$ вершин и множества $U = \{u_1, u_2 \cdots u_L\}$ дуг. Пусть также известны математическое ожидание $m(T_\Sigma)$ и дисперсия

$D(T_\Sigma)$ распределения суммы T_Σ весов вершин графа. Требуется получить оценки математического ожидания $m[T_{кр}]$ и дисперсии $D[T_{кр}]$ критического пути $T_{кр}$ графа G.

Ситуация, описанная в данной постановке, имеет место в случае, когда известны оценки времени последовательного выполнения алгоритма задачи и необходимо получить оценку времени его параллельного решения на ПВС заданной структуры. Знание графа алгоритма позволит без труда преобразовать его к требуемой ширине, соответствующей числу вычислительных модулей в ПВС [2]. Однако может возникнуть практическая проблема определения оценок времени выполнения подзадач, представленных вершинами графа алгоритма.

Для решения задачи оценивания времени выполнения параллельного алгоритма в условиях неполной параметрической информации было проведено имитационное моделирование алгоритмов различных задач на основе многократной генерации графов разной структуры со случайными весами вершин. Было обнаружено, что при фиксированной сумме весов вершин графа на величину его критического пути основное влияние оказывает структура графа. В предложенном ниже методе предпринята попытка получить приближенные оценки критического пути графа с известной суммой весов вершин, опираясь на его структуру.

ОЦЕНИВАНИЕ КРИТИЧЕСКОГО ПУТИ ГРАФА ПРИ НЕПОЛНОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Предлагаемый подход к оцениванию величины $T_{кр}$ критического пути графа основан на том, что для любого графа справедливо:

$$T_m \le T_{кр} \le T_\Sigma, \tag{1}$$

где Tm – максимальный вес вершин графа $T_m = \max\{t_i \dots t_N\}$;

T_Σ – сумма весов вершин графа: $T_\Sigma = \sum_{i=1}^{N} t_i$,

t_i – вес i-й вершины, i=1,.., N,

N – количество вершин.

Следовательно, всегда существует такое положительное число k, $0 \le k \le 1$, для которого имеет место равенство:

$$k = \frac{T_{кр} - T_m}{T_\Sigma - T_m}. \tag{2}$$

При известном значении k критический путь графа можно определить из выражения:

$$T_{кр} = (1\text{-}k)\cdot T_m + k \cdot T_\Sigma. \tag{3}$$

Очевидно, что при случайных значениях весов вершин графа, величины T_m, T_Σ, $T_{кр}$, а следовательно – и k являются случайными величинами.

Определим некоторый детерминированный коэффициент $\tilde{k}$, характеризующий структуру ярусно-параллельной формы (ЯПФ) графа:

$$\tilde{k} = \frac{\gamma - 1}{N - 1}, \tag{4}$$

где γ – количество ярусов (высота) ЯПФ графа $\gamma = 1, 2 \dots N$; N – количество вершин в графе (мощность множества X). Данный коэффициент характеризует взаимосвязи между вершинами графа.

Значения $\tilde{k}$ и k совпадают ($\tilde{k} = k$) при $\tilde{k} = 0$, $\tilde{k} = 1$, а также при идентичных весах $t_1 = t_2 = \dots = t_N$ вершин графа. Отметим, что значение коэффициента $\tilde{k}$ определяется только структурой графа G, которая по условию задачи известна. Отклонение $\Delta = \tilde{k} - k$ представляет собой случайную величину, распределенную на интервале $[-1;1]$. Экспериментально определено, что случайная величина Δ имеет закон распределения, близкий к усеченному нормальному, с математическим ожиданием $m[\Delta]$ и дисперсией $D[\Delta]$, зависящими от $\tilde{k}$ и N.

На практике оказалось, что зависимости $m[\Delta]$ и $D[\Delta]$ от $\tilde{k}$ могут быть выровнены с помощью полинома третьего порядка с коэффициентами a, b и α, β, соответственно:

$$m[\Delta] \approx g_m(\tilde{k}) = \tilde{k} \cdot (a\tilde{k}^2 + b\tilde{k} - a - b),$$

$$D[\Delta] \approx g_D(\tilde{k}) = \tilde{k} \cdot (\alpha\tilde{k}^2 + \beta\tilde{k} - \alpha - \beta).$$

На основе результатов имитационного моделирования достаточно большого количества графов разной структуры с помощью метода наименьших квадратов были получены коэффициенты полинома a, b и α, β для различного числа вершин графа. На основании этих данных приближенную оценку величины критического пути графа можно выполнить в три этапа:

1. Для вычисления $\tilde{k}$ (4) определить высоту ЯПФ графа.

2. Для получения оценки математического ожидания и дисперсии $T_{кр}$ в соответствии с выражением (3) необходимо определить значения математического ожидания и дисперсии величины T_m. Положим, что исходный алгоритм разбит на подзадачи примерно равной трудоемкости, т.е. $T_m \to T_\Sigma / N$.

3. Зная математическое ожидание и дисперсию величин T_Σ и Δ, а также значение $\tilde{k}$, по выражению (3) можно рассчитать математическое ожидание $m[T_{кр}]$ и дисперсию $D[T_{кр}]$ величины $T_{кр}$ критического пути графа по соотношениям:

$$m[T_{кр}] = m[T_\Sigma] \cdot \left(\frac{1 - \tilde{k} + m(\Delta)}{N} + \tilde{k} - m(\Delta) \right),$$

$$D[T_{кр}] = \Big((1 - \tilde{k})^2 + 2 \cdot m[\Delta] \cdot (1 - \tilde{k}) + m_2[\Delta] \Big) \cdot \frac{m_2[T_\Sigma]}{N^2} - \Big(m[\Delta] + 1 - \tilde{k} \Big)^2 \cdot \frac{m^2[T_\Sigma]}{N^2} + \Big(\tilde{k}^2 - 2 \cdot m[\Delta] \cdot \tilde{k} + m_2[\Delta] \Big) \cdot m_2[T_\Sigma] - \Big(\tilde{k} - m[\Delta] \Big)^2 \cdot m^2[T_\Sigma],$$

где $m[y]$, $D[y]$ и $m_2[y]$ – соответственно, математическое ожидание, дисперсия и второй начальный момент распределения случайной величины y.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Описанный метод был применен при моделировании параллельных вычислительных процессов, протекающих в БВС экспериментального образца микроспутника «Союз-Сат-О» [3]. Сравнение по критерию Пирсона распределения времени вычислительного процесса, полученному исходя из экспериментальных данных, с нормальным распределением времени вычислений, построенным на основе оценок математического ожидания и дисперсии, полученной предложенным методом, показало, что гипотеза о совпадении распределений не отвергается, а погрешность оценки математического ожидания и дисперсии оказалась в пределах 4%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Известные методы оценивания оперативности функционирования параллельных вычислительных систем основываются на моделях параллельных программ с известными параметрами распределения времени выполнения отдельных подзадач. Однако получение оценок этих параметров не всегда возможно или представляет значительные трудности.

Оценка времени вычислительного процесса рассматриваемым методом не требует больших вычислительных затрат. Ее точность может быть достаточной для принятия предварительных решений об оперативности обработки информации в проектируемых БВС. Полученные в ходе имитационного моделирования данные позволяют сделать вывод о возможности применения предлагаемого подхода для оценивания параметров параллельных вычислительных процессов при неполной информации о времени решения отдельных задач.

Литература

1. *Воеводин В.В., Воеводин В.В.* Параллельные вычисления. – СПб.: «БХВ – Петербург», 2004.
2. *Барский А.Б.* Параллельные информационные технологии. – М.: БИНОМ; «Лаборатория знаний», 2007.
3. *Минаков Е.П., Басыров А.Г.* Бортовая вычислительная система микроспутника «Союз-Сат-О» и ее программное обеспечение // Информация и космос. – 2011. – № 1. – С. 15–18.