

Использование фильтров с симметричными амплитудно-частотными характеристиками в конвейерном частотном преобразовании

Usage of filters with symmetrical amplitude-frequency characteristics in the conveyor frequency transformation

Ключевые слова: метод многоканальной цифровой фильтрации – the method of multi-channel digital filtration; конвейерное частотное преобразование – conveyor frequency transformation; гетеродинирование – heterodyne mixing; фильтрация – filtration; децимация – decimation.

Рассмотрен метод многоканальной цифровой фильтрации – конвейерное частотное преобразование. Качественное отличие данного метода состоит в разделении всей процедуры обработки на ряд последовательно выполняющихся однотипных этапов. Основные операции при реализации конвейерного частотного преобразования – гетеродинирование, фильтрация и децимация. Исследованы частотные характеристики каналов в конвейерном частотном преобразовании. Показана возможность использования фильтров с симметричными АЧХ для сокращения аппаратных затрат, а также возникающие при этом проблемы.

The article analyzes the method of multi-channel digital filtration and conveyor frequency transformation. The qualitative distinction of this method is formulated in fragmentation of the whole processing procedure into a number of successively performed homotypic stages. The main operations used for realization of conveyor frequency transformation are heterodyne mixing, filtration and decimation. The article researches frequency characteristics of channels in the conveyor frequency transformation. It shows the possibility to use filters with symmetrical amplitude-frequency response for decreasing hardware expenses and problems which occur at the same time.

КАПЛУН / KAPLUN D.

Дмитрий Ильич

(mitya_kapl@front.ru)

аспирант Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета (ЛЭТИ), Санкт-Петербург

БУДИЛОВ / BUDILOV A.

Андрей Владимирович

аспирант Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета (ЛЭТИ), Санкт-Петербург

ВВЕДЕНИЕ

Цифровая фильтрация применяется практически во всех областях техники, связанных с обработкой сигналов. Чтобы иметь представление о процессах, происходящих в широком диапазоне частот, применяют многоканальную фильтрацию. Частотно-временной анализ используется в таких областях, как диагностика состояния машин и механизмов, радиолокация, акустика и навигация. Цель статьи – проиллюстрировать преимущества активно развивающегося в последние годы метода: частотно-временного анализа с помощью конвейерного частотного преобразования по отношению к классическим методам с использованием ДПФ, дать практические рекомендации по выбору параметров фильтров.

БАНК ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

Банк цифровых фильтров является эффективной системой цифровой многоканальной фильтрации и предназначен для разделения всего входного сигнала на заданное число подканалов. В рассматриваемом случае банк фильтров – совокупность однотипных полосовых фильтров, перекрывающих весь исследуемый частотный диапазон.

Цифровой нерекурсивный фильтр нижних частот (ФНЧ) обычно представляется в форме [1]:

$$y(n) = \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} b_i x(n-i), \quad (1)$$

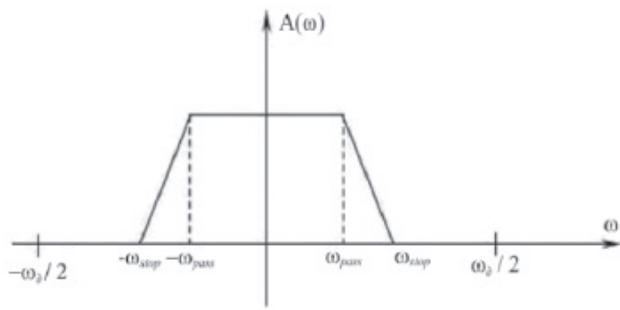


Рис. 1. Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) цифрового фильтра нижних частот

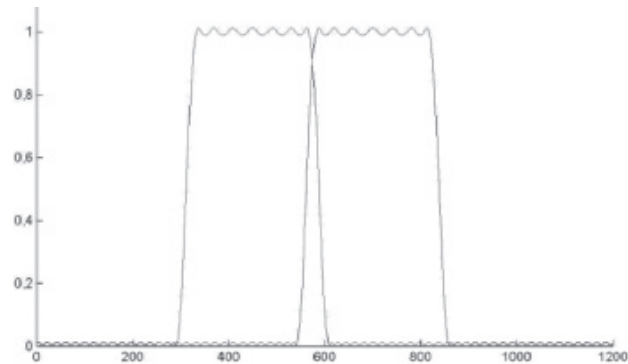


Рис. 2. АЧХ двух соседних каналов

где b_i – коэффициенты фильтра (отсчеты его импульсной характеристики).

Из всего частотного диапазона такой фильтр выделит узкую полосу, причем для вещественного сигнала нижней границей такого фильтра будет нулевая частота, а для комплексного сигнала нулевая частота будет соответствовать центру полосы пропускания (рис. 1). На рисунке 1 приведены использованные ниже обозначения характерных точек АЧХ. Дальнейшее обсуждение будем вести для комплексного сигнала, обозначив его частотный диапазон $\pm\omega_b/2$.

Чтобы выделить другую часть частотного диапазона тем же ФНЧ, нужно гетеродинированием свести к нулю центральную частоту ω_k этого поддиапазона. Тогда выражение (1) будет иметь вид:

$$y_k(n) = \frac{1}{N} \sum_{i=-N/2}^{N/2-1} b_i \{x(n-i) \exp[j\omega_k(n-i)]\}. \quad (2)$$

Таким способом можно перекрыть весь исследуемый частотный диапазон фильтрами, характеристики которых могут быть близки к идеальным: иметь минимальное наложение соседних каналов, равномерную частотную характеристику в полосе пропускания и желаемый коэффициент подавления. Пример реальной частотной характеристики двух соседних каналов (при общем количестве каналов 2) представлен на рис. 2.

Сравним (2) с классической формулой взвешенного ДПФ:

$$X_k(n) = \frac{1}{M} \sum_{i=-M/2}^{M/2-1} a_i x(n-i) \exp[-j\omega_k i], \quad (3)$$

где $X_k(n)$ – k -я гармоника ДПФ в момент времени n , a_i – коэффициенты весового окна.

Полное сходство этих формул демонстрирует дуальность ДПФ, которое можно рассматривать и как спектральное преобразование, и

как совокупность цифровых фильтров. Различие данных формул состоит только в длине интервала суммирования, индексе времени при экспоненте и выборе весовых коэффициентов a_i и b_i .

Для ДПФ величина M – это одновременно и количество временных отсчетов и количество получаемых после преобразования спектральных составляющих. Это условие приводит к трем известным дефектам ДПФ: наложение соседних каналов, неравномерность частотной характеристики и большой уровень боковых лепестков. Попытки устранить все три дефекта весовыми окнами Ханнинга, Ханны, Кайзера и т.п., сохраняющими интервал осреднения, равный количеству спектральных составляющих, дали возможность подавить боковые лепестки, однако лишь за счет усиления двух других дефектов. Это и послужило главной причиной появления банков цифровых фильтров и методов их синтеза [2].

КОНВЕЙЕРНОЕ ЧАСТОТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

Одним из методов построения банков цифровых фильтров является *конвейерное частотное преобразование (КЧП)* (англ. – pipelined frequency transform (PFT)) [3]. Качественное отличие этого метода состоит в разделении всей процедуры обработки на ряд последовательно выполняющихся однотипных этапов. Это, во-первых, повышает гибкость метода и позволяет строить системы фильтров, настраиваемые по ряду параметров. Во-вторых, сокращает аппаратные затраты при реализации, что дает возможность исследовать более широкие частотные диапазоны. Используя данный метод, можно разделить спектр исходного сигнала на необходимое число каналов, при этом число каналов $N = 2^n$, где n – число стадий (ступеней конвейера или уровней дерева преобразования).

На каждой ступени КЧП повторяются три последовательные операции: гетеродинирование, НЧ-фильтрация КИХ-фильтром, децимация. При

переходе на следующую ступень каждый сигнал делится на два сигнала с уменьшенной в 2 раза частотной полосой и частотой дискретизации. *Идея метода состоит в том, что используется один и тот же фильтр, один и тот же гетеродин, а децимация всегда производится в 2 раза.* При прохождении сигнала с частотным диапазоном $\pm F_s/2$ через каждую ячейку КЧП сигнал подвергается гетеродинированию на $F_s/4$, НЧ-фильтрации с частотой среза $F_s/4$ и децимации вдвое. Двукратное применение подобного преобразования – с гетеродинированием на $F_s/4$ и $-F_s/4$ – позволяет разделить исходный частотный диапазон на два поддиапазона (рис. 3).

Децимация обеспечивает «растягивание» каждого частотного поддиапазона на весь диапазон до текущей F_s , что позволяет применять те же фильтры и гетеродины на последующих ступенях, а также вдвое снижает количество вычислений для всех последующих операций. Каждый канал снова проходит через две ячейки: получим сначала 4, а потом 8 каналов.

На каждом этапе происходит удвоение количества каналов с сужением их полос пропускания вдвое: после N -го этапа получаем 2^N каналов с шириной полосы пропускания и частотой дискретизации в 2^N раз меньше исходных. Поэтому от этапа к этапу суммарный объем вычислений остается неизменным. Однако многократное повторение однотипных операций приводит к специфическим проблемам при некорректном выборе ЧХ-фильтра.

Первая важная особенность заключается в том, что границы частотных полос подвергаются повторной обработке переходной областью фильтра на каждом последующем этапе, в результате чего крутизна фронтов частотных полос и подавление вне полосы прозрачности увеличиваются от ступени к ступени. Увеличение крутизны фронтов позволяет существенно сократить количество отсчетов в ФНЧ за счет применения фильтров с более пологими АЧХ (обычно используемый ФНЧ имеет не более 20–25 отсчетов). Однако *неприемлемо использование фильтров с недостаточным подавлением на частотах выше четверти частоты дискретизации*, поскольку на каждом этапе ровно половина всех границ каналов формируется заново и при недостаточном подавлении возможно искажение сигнала после децимации. Многократная обработка ФНЧ приводит к появлению таких кумулятивных эффектов, как неравномерность АЧХ-канала, асимметрия частотных полос, провалы в районе половины частотного диапазона, его четверти и т.д.

Периодические провалы ЧХ возникают в том случае, когда пологая часть ЧХ-фильтра выби-

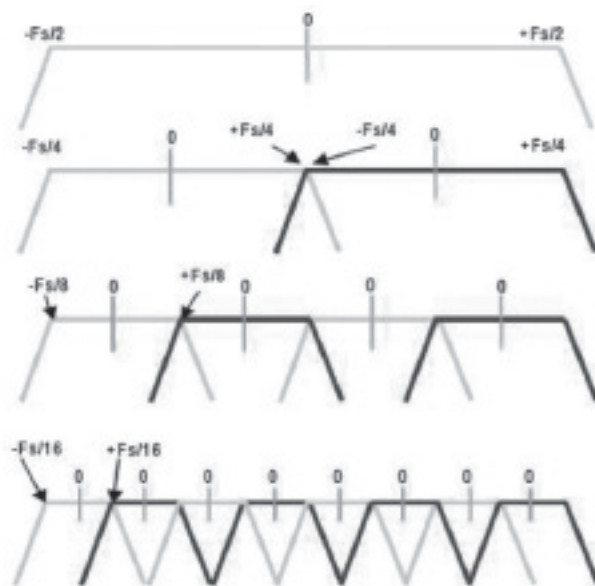


Рис. 3. Конвейерное частотное преобразование

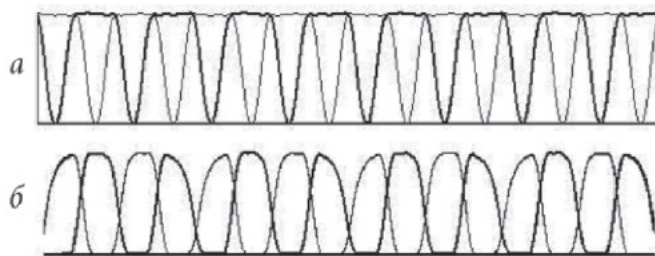


Рис. 4. Неравномерности ЧХ банка цифровых фильтров

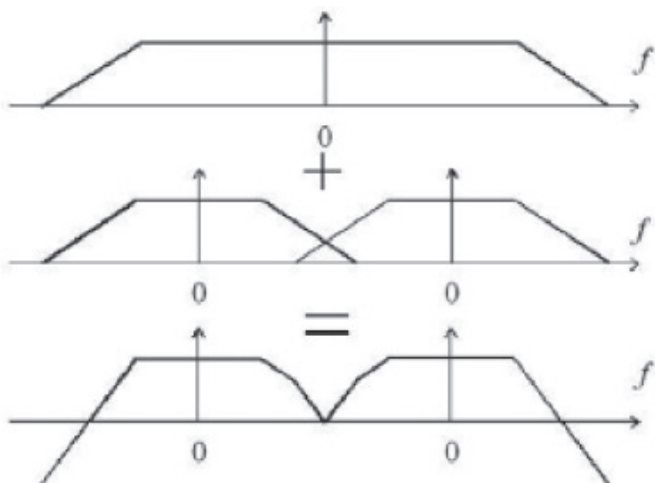


Рис. 5. Образование провалов в АЧХ банка фильтров

рается меньше $F_s / 4$. При выборе плоской части ЧХ, равной $F_s / 4$, наблюдается значительное перекрытие соседних каналов (рис. 4, а). Желание уменьшить это перекрытие сокращением плоской части приведет к провалам ЧХ (рис. 4, б). Механизм образования провалов показан на рис. 5.

Подобная ситуация обычно возникает при использовании точно такой же схемы метода, которая описана выше (с гетеродинами на $\pm \omega_0 / 4$ и без запаса по частоте). При разделении на большое число каналов необходимо брать исходную частоту дискретизации с запасом. Например, при запасе вдвое указанные выше частоты гетеродина и среза ФНЧ необходимо уменьшить вдвое. При этом также вдвое увеличивается количество вычислений, однако возможно использование фильтров с очень пологими спадами. Тогда для обеспечения заданного уровня перекрытия каналов удобно использовать «формирующие» ФНЧ на последнем этапе. На практике целесообразно использовать частоту дискретизации в 1,2–1,3 раза больше верхней частоты сигнала (при соответствующем масштабировании частоты гетеродина и среза ФНЧ).

Подобное же влияние оказывает неравномерность в полосе прозрачности фильтра. На рис. 6 показано корректное разбиение, когда неравномерность каждого ФНЧ составляет 0,04 дБ в полосе прозрачности, в то время как при разбиении на 128 каналов результирующая неравномерность достигает 0,3 дБ. На рисунке 7 показан результат такого же разбиения при неравномерности каждого ФНЧ 0,3 дБ в полосе прозрачности.

Требования к фильтрам могут быть значительно смягчены, если на последнем этапе применять специальные «формирующие» фильтры. Эти фильтры могут обладать большей неравномерностью по сравнению с остальными и задавать резкие границы каналов без вреда для симметрии АЧХ. Кроме того, при наличии достаточного запаса по частоте и при достаточно широких фильтрах на предыдущих этапах можно использовать набор «формирующих» фильтров для регулирования перекрытия (при двойном запасе частоты возможно перекрытие наполовину).

Таким образом, видно, что основные ограничения при реализации КЧП связаны с использованием ФНЧ. Поскольку синтез ФНЧ с заданными параметрами (прямоугольность, равномерность в полосе пропускания, подавление в полосе задерживания) может привести к резкому увеличению программно-аппаратных затрат, возникает необходимость в использовании методов синтеза цифровых нерекурсивных фильтров с уменьшенной величиной программно-аппаратных затрат.

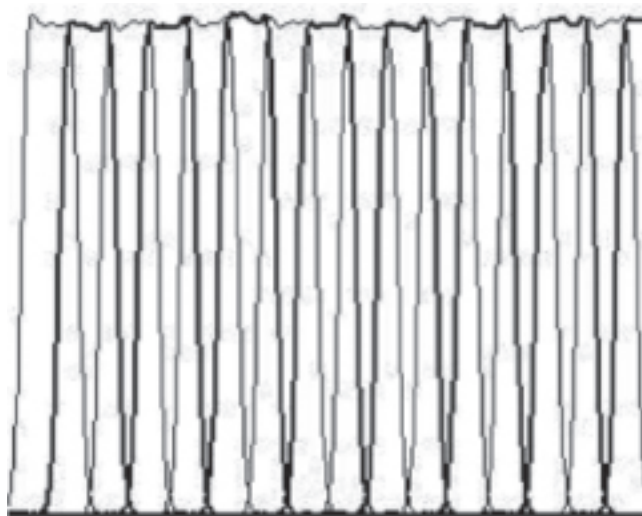


Рис. 6. Разбиение на каналы при неравномерности в полосе прозрачности ФНЧ 0,04 дБ

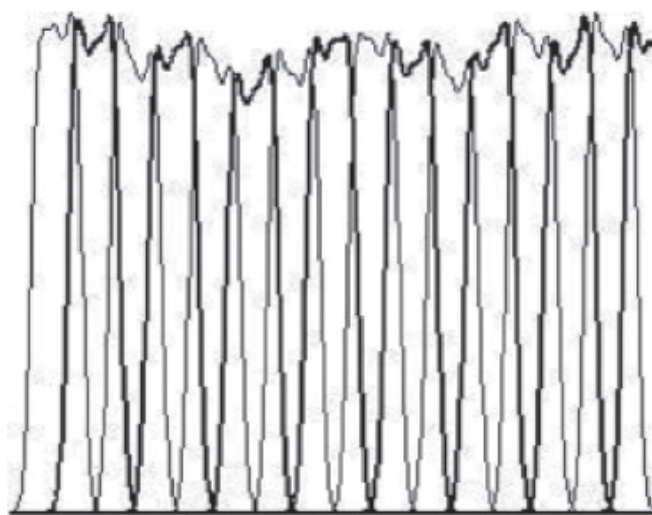


Рис. 7. Разбиение на каналы при неравномерности в полосе прозрачности ФНЧ 0,3 дБ

При реализации цифровой фильтрации в программируемых логических интегральных схемах (ПЛИС) наиболее критичными элементами являются аппаратные умножители ПЛИС. Соответственно, наибольшее значение приобретают методы синтеза цифровых фильтров, направленные на минимизацию ненулевых коэффициентов фильтра.

СИММЕТРИРОВАНИЕ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАК СПОСОБ УМЕНЬШЕНИЯ ЧИСЛА УМНОЖИТЕЛЕЙ

Одним из способов минимизации числа ненулевых коэффициентов передаточной функции цифро-

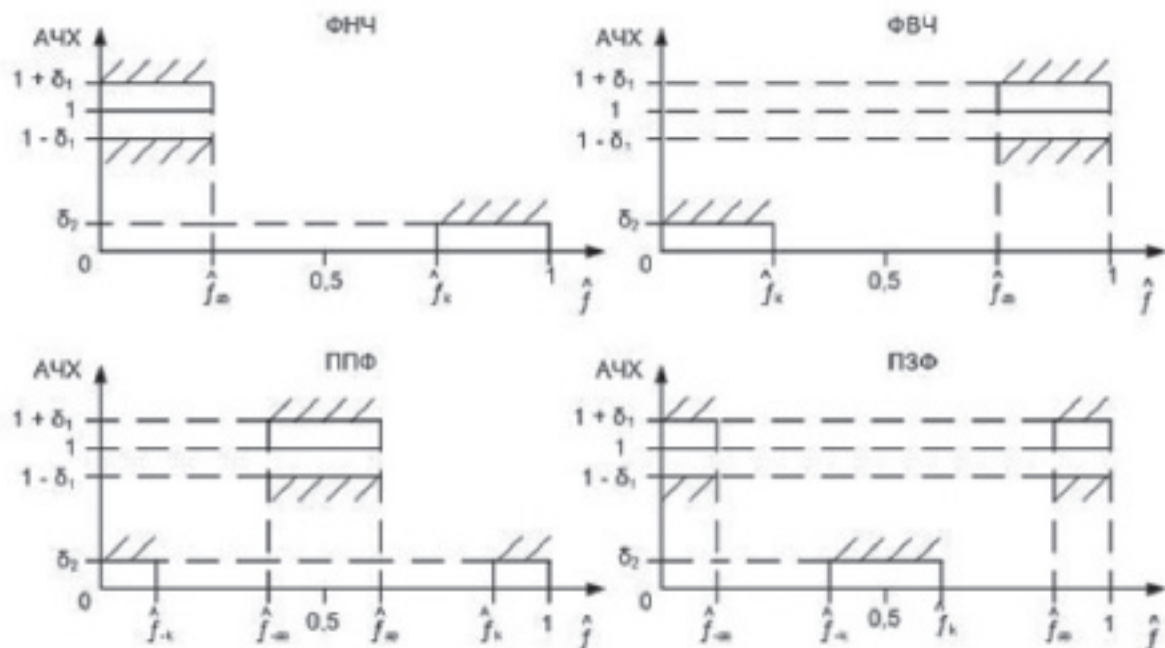


Рис. 8. Фильтры с симметричными АЧХ

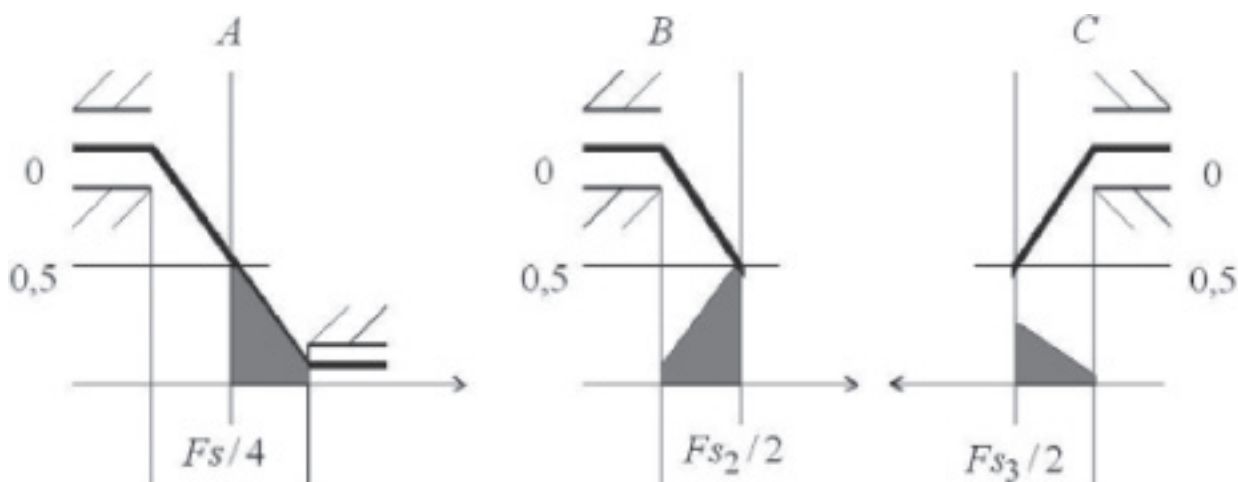


Рис. 9. Образование перекрестной помехи

вого нерекурсивного фильтра может быть симметрирование его амплитудно-частотной характеристики (АЧХ). Рассмотрим требования, которым должна удовлетворять АЧХ фильтра, чтобы ее можно было назвать симметричной.

Введем обозначения: f_d – частота дискретизации, f – частота, нормированная к половине частоты дискретизации ($f = 0,5 \cdot f / f_d$); f_{-x}, f_x – левая и правая граничные частоты полосы пропускания (ПП); f_{-k}, f_k – левая и правая граничные частоты полосы задерживания (ПЗ); δ_1 и δ_2 – неравномерности в полосах пропускания и задерживания (рис. 8).

Условия симметричных требований к АЧХ для различных типов избирательности:

– фильтры нижних и фильтры верхних частот (ФНЧ и ФВЧ): $\delta_1 = \delta_2$ и $f_x = 1 - f_k$;

– режекторные и полосовые фильтры (ПЗФ и ППФ): одинаковые неравномерности в ПП (для ПЗФ) и в ПЗ (для ППФ): $f_{-x} = 1 - f_x$ и $f_{-k} = 1 - f_k$.

В этом случае можно показать [4], что наилучшая в смысле критерия Lg аппроксимация АЧХ с помощью функций нерекурсивных фильтров первого (N – нечетное, ИХ – симметричная) и третьего (N – нечетное, ИХ – антисимметричная) вида (типа) приводит к

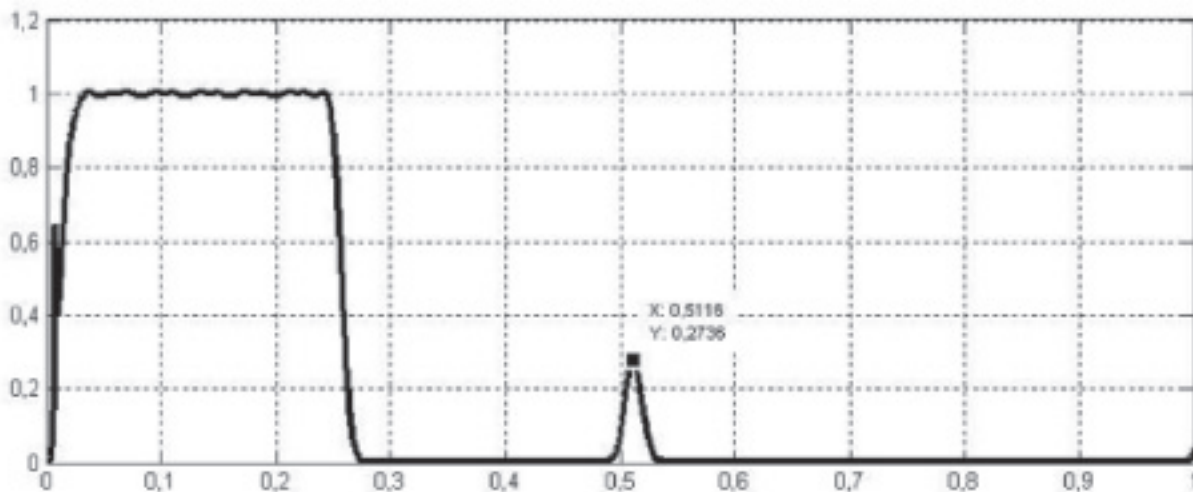


Рис. 10. Частоты, присутствующие в первом канале двухуровневого КЧП

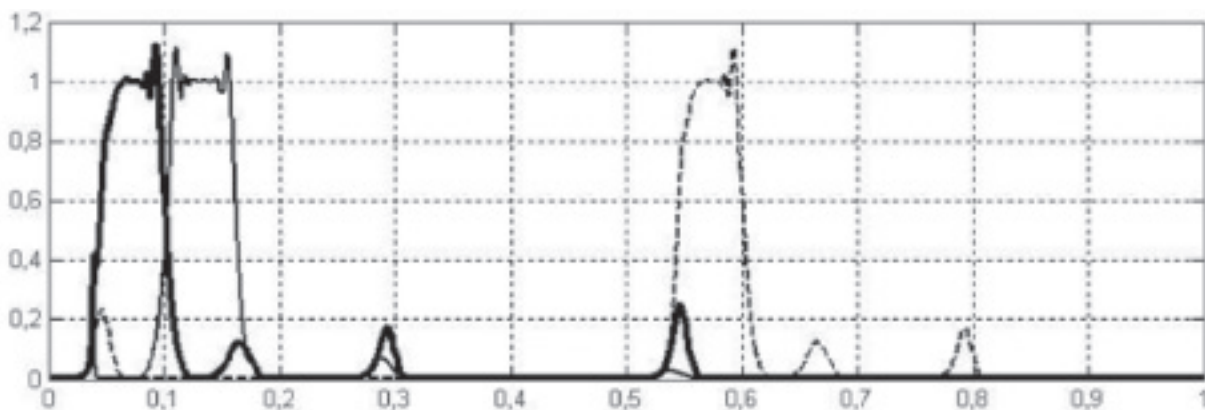


Рис. 11. Частоты, входящие в три канала четырехуровневого КЧП

передаточным функциям, у которых примерно половина коэффициентов (через один) равна нулю. Если в качестве ФНЧ в КЧП использовать фильтр с симметричной АЧХ, мы сможем получить выигрыш в количестве ненулевых коэффициентов. Попробуем оценить величину этого выигрыша, а также выявить основные проблемы, связанные с использованием фильтров с симметричными АЧХ в КЧП.

СИММЕТРИРОВАНИЕ ФНЧ ДЛЯ КЧП

Аппаратные затраты в КЧП в основном связаны с реализацией ФНЧ. Количество умножений, приходящееся на каждый входной отсчет КЧП: NL для расчета всех ФНЧ, где N — длина фильтра, L — количество уровней для расчета гетеродинов. Гетеродинирование может быть сведено к инвертированию знака числа и пропуску отсчетов при частоте переноса, равной четверти частоты дискретизации. Для реализации КЧП необходимо приме-

нение фильтра, локализирующего сигнал в одной непрерывной области частот, с шириной, равной или меньше половины частоты дискретизации. Иначе нельзя корректно применить децимацию. При децимации одна половина частотного диапазона отображается в другую. По этой причине в качестве фильтра для КЧП может быть использован только ФНЧ либо ФВЧ. ППФ и ПЗФ могут отфильтровать половину частотного диапазона, но не обеспечивают непрерывности полосы подавления.

Применение ФНЧ и ФВЧ позволяет использовать только одиночное симметрирование, что сокращает количество ненулевых элементов фильтра почти в 2 раза [4]. На практике особо важна регулярность расположения нулей в импульсной характеристике. В случае с ФНЧ нули импульсной характеристики располагаются через один везде, кроме центрального отсчета, который принимает значение 0,5.

Тем не менее, применение симметричного ФНЧ имеет свои минусы, одним из которых является образование перекрестной помехи. В результате симметрии фильтра подавление на четверти частоты дискретизации равно только 0,5. Поэтому некоторый диапазон частот – на рис. 9 он закрашен темным – отображается в канал. Позже, при наложении фильтра с другой стороны, этот поддиапазон подавляется еще в 2 раза. Однако после трех уровней КЧП его ослабление составляет только 0,125.

Характерно, что вся эта помеха находится в частотном диапазоне канала и может быть минимизирована по мощности (уменьшением переходной области фильтра), но не по максимальной амплитуде: она определяется симметрией фильтра – тем, что на четверти частоты дискретизации он имеет подавление 0,5. По результатам экспериментов выведена следующая зависимость. С увеличением количества уровней КЧП на 1: во-первых, существующая перекрестная помеха от каждого канала сокращается в 2 раза по амплитуде, во-вторых, в квадрате увеличивается количество каналов источников помех. На рисунке 10 представлены частоты, присутствующие в первом канале двухуровневого КЧП. Это не АЧХ канала, поскольку выделенный на рисунке пик будет перенесен в диапазон абсолютных частот (0; 0,25) или (0; 1) частот канала.

На рисунке 11 показаны результаты математического моделирования при использовании фильтра со следующими параметрами: неравномерность в полосе прозрачности 0,03 дБ, подавление – -49 дБ, переходная полоса – 0,45–0,55, количество коэффициентов – 50, из них ненулевых 26. Отмеченный на рисунке пик является источником перекрестной помехи. Данный фильтр обладает одиночной симметрией, что позволяет сократить аппаратные затраты почти вдвое. Моделирование также показывает, при небольшом рассиметрировании фильтра нулевые отсчеты пропадают. Подробно данный эффект описан в [4]. На рисунке 11 отображены частоты, входящие в три различных канала четырехуровневого КЧП с таким же симметричным фильтром. Видим на нем проявление следующих эффектов:

- значительно выросла неравномерность АЧХ канала, связанная с неравномерностью фильтра в полосе прозрачности: в худшем случае она растет по экспоненте от количества уровней КЧП;
- между каналами на краю диапазона видны значительные «вырезы»;
- регулярно образуются перекрестные помехи, которые делятся по амплитуде в соответствии с уровнем КЧП, на котором образовались.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, симметрирование требований к АЧХ фильтров приводит к уменьшению числа ненулевых коэффициентов фильтра, что влечет за собой сокращение числа умножителей. Уменьшая число умножителей, входящих в состав фильтра, мы можем добиться более рационального использования ресурсов микросхемы. Например, если фильтр, синтезированный по первоначальным требованиям, не может быть реализован с использованием какой-либо ПЛИС в связи с нехваткой умножителей, необходимо попробовать провести симметрирование АЧХ, в результате которого число умножителей может быть снижено. Таким образом, использование метода симметрирования АЧХ в КЧП позволяет реализовать банк многоканальных цифровых фильтров с улучшенными характеристиками.

Литература

1. Солонина А.И., Улахович Д.А., Арбузов С.М., Соловьева Е.Б. Основы цифровой обработки сигналов: Курс лекций.– СПб.: БХВ – Петербург, 2005.
2. Азаренков Л.Г., Канатов И.И., Каплун Д.И. Банк цифровых фильтров. // Компоненты и технологии. – 2007. – № 10.
3. Lillington J. CTO, RF Engines Limited. – www.rfel.com.
4. Каплун Д.И., Меркучева Т.В. Новый метод синтеза фильтров на ПЛИС. – Вопросы радиоэлектроники.– 2009. – Вып. 2. – С. 81–90.