

Статистическое распределение числа фотоэлектронов на выходе фотодетектора

Statistical distribution of Number of Photoelectrons at Output of Photo Detector

Ключевые слова: статистическое распределение – statistical distribution; фотоэлектрон – photoelectron; фотодетектор – photodetector.

Решение задачи синтеза оптимального приемника волоконно-оптической системы передачи информации с волоконно-оптическими усилителями требует нахождения статистического распределения числа фотоэлектронов на выходе фотодетектора. Для нахождения статистики отсчета необходимо вычислить одномерную плотность вероятности огибающей наблюдаемого поля, что резко облегчает решение задачи синтеза оптимального приемника волоконно-оптической системы передачи информации.

In order to solve the problem of synthesis of optimal receiver for fiber-optics system intended for data transfer with fiber-optics amplifiers the statistical distribution of number of photoelectrons at output of photo detector shall be found. In order to determine the counting statistics, one-dimensional probability density of envelope of a field under observation shall be known, which will dramatically facilitate a solution of the problem of synthesis of optimal receiver for fiber-optics system intended for data transfer.

Статистическое соотношение между $I(t)$, интенсивностью принимаемого когерентного оптического поля, и числом фотоэлектронов, появляющихся в течение короткого временного интервала $[t, t + T]$ на выходе фотодетектора k , определяется через m параметр Пуассоновского распределения:

$$m = \alpha \int_A \int_t^{t+T} I(p, r) dp dr,$$

где α – коэффициент, характеризующий эффективность преобразования интенсивности поля в интенсивность отсчета.

ШЛЯПНИКОВ / SHLYAPNIKOV V.

Владимир Александрович

(office@itain.spb.ru)

ЗАО «Институт телекоммуникаций»,
Санкт-Петербург

Параметр m зависит от мощности детектируемого сигнала и определяет уровень вероятности того, что точно k фотоэлектронов будут эмитированы. Оптическое поле, поступающее на вход фотодетектора, преобразуется в последовательность электронов. В пределах временного интервала $[t_0, T]$ регенерируется совокупность t_i временных моментов эмиссии фотоэлектронов. Вся информация об оптическом сигнале содержится в выборочной функции $N(t)$. Она является неубывающей, ступенчатой функцией, имеющей единичные скачки в момент преобразования фотоэлектронов.

Будем рассматривать фотодетектор как устройство, реализующее пуассоновский процесс счета, при $t > t_0$ совокупности $\{N(t); t \geq t_0\}$, имеющее следующие свойства:

1. Вероятность отсутствия точки в момент $t = 0$ равна единице:

$$P[N(0) = 0] = 1.$$

2. Вероятность того, что на интервале $[t_1 > 0, t_2]$ приращение процесса счета $N(t_2) - N(t_1)$ равно k , определяется формулой:

$$P[N(t_2) - N(t_1) = k] = (m(t_2) - m(t_1))^k \exp\{- (m(t_2) - m(t_1))\},$$

$m(t)$ – параметр пуассоновского процесса как неотрицательная, неубывающая функция t , для $k = 0, 1, 2, \dots$

3. $\{N(t); t \geq t_0\}$ имеет независимые приращения, для пуассоновского процесса счета число точек в не перекрывающихся интервалах статистически независимо.

В процессе работы фотодетектор реагирует на интенсивность. Определим интенсивность отсчета фотоэлектронов $n(t)$ как нормированную интенсивность поля:

СВЯЗЬ

$$n(t) = \alpha \int_A I(t) dr = \alpha AI(t) = \alpha P,$$

где A – интегральная площадь области A фотодетектора.

Будем считать, что фотодетектор находится в когерентной области, тогда A совпадает или меньше площади когерентного поля.

Тогда вероятность отсчета будет определяться, с учетом среднего, распределением Пуассона:

$$P(k, m) = P(k, aPT) = (aPT)^k \exp\{-aPT\} / k.$$

Статистика отсчета не изменяется во времени и определена при знании параметра m , т.е. является величиной условной. Интенсивность оптического поля на выходе линии связи, а следовательно – и интенсивность отсчета фотодетектора являются случайными величинами. Величину этой случайности определяет m – параметр, имеющий плотность вероятности $P(m)$, ($0 \leq m \leq \infty$). В этом случае вероятность отсчета $P(k)$ требует дополнительного усреднения условной пуассоновской вероятности отсчета по плотности $P(m)$:

$$\begin{aligned} P(k) &= \int_0^{\infty} P(k, m) P(m) dm = \\ &= \int_0^{\infty} (m^k \exp\{-m\} / k!) P(m) dm. \end{aligned}$$

Вероятность отсчета фотоэлектронов будет условно-пуассоновской величиной (с двойной случайностью), определяемой характером интенсивности принимаемого поля. Для определения зависимости между $P(m)$ и $P(R)$ будем считать, что отсчет производится фотодетектором в течение короткого времени, такого что $n(t)$ можно считать равным квадрату амплитуды принимаемого поля, тогда:

$$m = \int n(\rho) d\rho \approx n(t)T \approx \alpha AR^2T.$$

В таком случае связь между вероятностями $P(m)$ и $P(R)$ будет определяться как:

$$\begin{aligned} P(m) &= (2\alpha AT)^{-1} P(R) / R \Big| / R \\ &= (m / \alpha AT)^{1/2} = P(R) / 2(\alpha ATm)^{1/2}, \end{aligned}$$

где T – интервал отсчета.

Мгновенное напряжение оптического сигнала с модовой дисперсией, попадающее на фотодетектор в момент стробирования внутри тактового

интервала, состоит из напряжения сигнала V_{c1} и V_{c2} и напряжения шума спонтанного излучения V_{cn} . V_{c1} и V_{c2} соответствует числу N_c пар носителей заряда генерируемых оптическим сигналом, принимаемым в течение тактового интервала, а V_{cn} – флуктуациям числа спонтанных фотоэлектронов N_{cn} , среднеквадратичное значение которых равно σ^2 .

Плотность вероятности $P(k, N)$ случайной величины k числа носителей заряда, созданных в фотодетекторе при попадании на вход сигнального излучения $V_{c1} + V_{c2} + V_{cn}$ определяется выражением:

$$\begin{aligned} P(k, N) &= \int_0^{\infty} P(m) (m^k \exp\{-m\} / k) dm = \\ &= 1/2(\alpha AT)^{1/2} k \int P(R) m^{k-1/2} \exp\{-m\} dm. \end{aligned}$$

Таким образом, для нахождения статистики отсчета k необходимо знать одномерную плотность вероятности огибающей наблюдаемого поля, что резко облегчает решение задачи синтеза оптимального приемника волоконно-оптической системы передачи информации.