Анализ и оптимизация сигналов оптических дальномеров

Analysis and optimization of signals from optical rangefinders

Ключевые слова: оптический дальномер – optical range finder; спутниковая навигация – satellite navigation; мощность лазера – laser power; импульс – pulse; пуассоновское приближение – poisson approximation; корпускулярное представление – corpuscular representation; лазерное зондирование – laser sounding;

Оптические дальномеры входят в состав современных систем глобальной спутниковой навигации. Ограничение средней мощности лазера ставит перед необходимостью выбора между редкими высокоэнергетическими и частыми более слабыми импульсами. В связи с высокой стоимостью экспериментирования с основными параметрами спутниковых систем, в статье показана возможность теоретических оценок эффективности соответствующих вариаций. Излагаемый расчетный метод, основанный на корпускулярном представлении оптических сигналов в пуассоновском приближении, позволяет теоретически исследовать эффекты изменения частоты лазерного зондирования и амплитудной дискриминации сигналов. В качестве примера рассматривается дальномер «Сажень-ТМ», параметры которого далеки от оптимальных.

Optical rangefinders are the component part of the modern systems of global satellite navigation. Limitation of laser average power necessitates to choose between rare high energy pulses and frequent weaker pulses. Due to high cost of experimentations with basic parameters of satellite systems, the article describes a possibility of theoretical evaluations of existing variations efficiency. The given calculation method (based on the corpuscular representation of optical signals in the Poisson approximation) provides a possibility to investigate effects of laser sounding frequency change and the amplitude discrimination of signals. The rangefinder «Sazhen-TM», whose parameters are far from optimal, is described in the article as an example.

КУРАКИН / KURAKIN A.
Анатолий Львович
доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник
Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН,
Москва

Квантово-оптические (лазерные) дальномеры являются частью современных систем глобальной спутниковой навигации как в нашей стране (система ГЛОНАСС), так и за рубежом [1]. Проблема оптимального выбора частоты зондирующих импульсов вообще типична для различных систем (локационных, навигационных), в которых расстояния определяются посредством измерения времени задержки отраженных электромагнитных сигналов (световых, радиочастотных импульсов). Ограничения средней мощности излучений (по предельно допустимой тепловой нагрузке на излучающий элемент или нагрузке на источник электропитания) приводят к проблеме выбора частоты. Повышение частоты зондирующих импульсов могло бы способствовать, с одной стороны, повышению точности и быстродействия за счет более частых измерительных циклов; однако, с другой стороны, точность последних уменьшается при этом из-за уменьшения энергии каждого зондирующего импульса. А при соответственно невысоких отношениях сигнала к шуму проблематичной становится амплитудная селекция отраженных сигналов. Рассмотрение задачи естественно начать с энергетических ограничений.

ТЕПЛОВАЯ НАГРУЗКА ИЗЛУЧАЮЩЕГО ЭЛЕМЕНТА

Температура физического тела в режиме его импульсного подогрева может быть представлена в виде суперпозиции элементарных процессов $T(t)$ остывания, описываемых дифференциальным уравнением вида:

$$\frac{dT}{dt} = -R(T(t) - T_0), \qquad (1)$$

где $T = T(t)$ – температура рабочего элемента, являющаяся искомой функцией времени t, R – коэф-

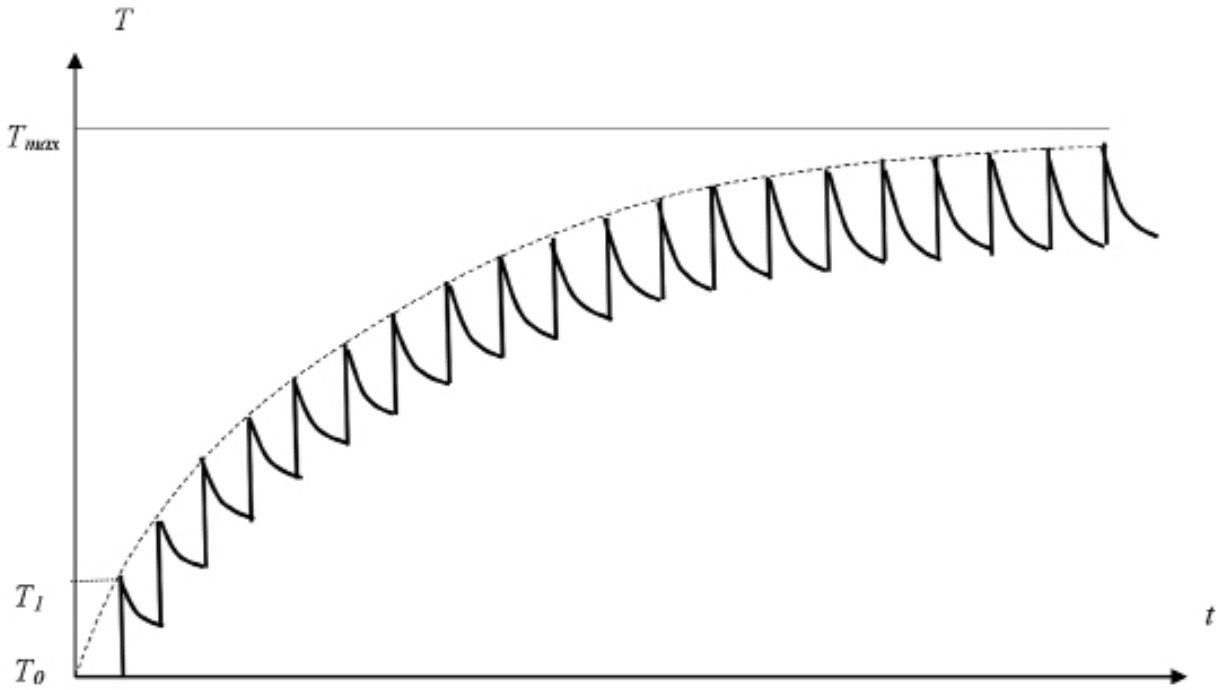


Рис. 1. Характер изменения температуры лазера во времени при импульсном режиме

фициент, характеризующий скорость $\frac{dT}{dt}$ охлаждения, пропорциональную разности между текущей температурой *T(t)* тела и температурой T_0 окружающей среды (то есть *R* – эффективность радиатора). Решением уравнения (1) является экспонента следующего вида:

$$T(t) = (T_1 - T_0)e^{-Rt} + T_0. \quad (2)$$

Применяя принцип суперпозиции по отношению к *n* импульсам, следовавшим до момента $t = 0$ с периодом Δt, получаем выражение:

$$T(t) = (T_1 - T_0)e^{-R} \sum_{i=1}^{n} e^{-R\cdot\Delta t\cdot i} + T_0, \quad (3)$$

примерный вид которого представлен на рис. 1.

Здесь $T_1 - T_0 = \Delta O$ – скачок температуры от одного (первого) импульса. Основным практическим ограничением нагрузки на рабочий элемент являются пики максимальных значений температуры (в моменты после очередных импульсов), которые имеют место при $t = 0$.

Для определения установившегося уровня, к которому стремится температура в импульсном режиме, воспользуемся следующим преобразованием предела суммы:

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} e^{-R\cdot\Delta t\cdot i} = \frac{e^{-R\cdot\Delta t}}{1-e^{-R\cdot\Delta t}} \approx \frac{1-R\cdot\Delta t}{R\cdot\Delta t} < \frac{1}{R\cdot\Delta t}. \quad (4)$$

Таким образом, для определения установившейся максимальной температуры лазера можно использовать соотношение вида:

$$T_{\max} = \Delta T\frac{e^{-R\cdot\Delta t}}{1-e^{-R\cdot\Delta t}} + T_0, \quad (5)$$

сводимое к следующей оценке:

$$T_{\max} < \Delta T\frac{1}{R\cdot\Delta t} + T_0, \quad (6)$$

где величина $\Delta Ò$ прямо пропорциональна энергии импульса.

Учитывая пропорциональность энергии периоду Δt, т.е. предполагая простую связь вида:

$$\Delta T = K_T \cdot \Delta t, \quad (7)$$

где K_T – постоянный коэффициент, получаем следующую оценку:

$$T_{\max} < \frac{K_T}{R} + T_0. \quad (8)$$

Выражение (8) подтверждает тот довольно очевидный факт, что основным путем поддержания рабочей температуры лазера на приемлемо низком уровне является повышение коэффициента R эффективности радиатора. Кроме того, данное выражение показывает независимость максимальной температуры от частоты, что и позволяет выбирать последнюю из соображений оптимального соотношения сигнала и шума.

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ СИГНАЛА

В практических оценках используется представление потока принимаемых сигналов средним числом n_{pe} регистрируемых фотоэлектронов, которые возвращаются к детектору после отражения лазерного импульса. В обзоре [1] это число представлено выражением вида:

$$n_{pe} = \eta_q \left(\frac{E_T}{h\nu}\right) \eta_t G_t \sigma \left(\frac{1}{4\pi R^2}\right)^2 A_r \eta_r T_a^2 T_c^2, \qquad (9)$$

где n_q – квантовая эффективность детектора, E_T – энергия лазерного импульса, ν – частота излучения лазера, h – постоянная Планка, c – скорость света в вакууме, η_t – передаточная эффективность оптики, G_t – коэффициент передачи трансмиттера, σ – оптическое сечение спутника, R – дальность мишени, A_t – – эффективная область апертуры приемного телескопа, η_r – эффективность приемной оптики, T_a – – атмосферный коэффициент прохождения светового сигнала в одном направлении и T_c – коэффициент прохождения сигнала в одном направлении через перистые облака, если они есть.

Для того чтобы получить вероятностное распределение величин сигнала, можно воспользоваться корпускулярным представлением сигнала, при котором каждый из n излучаемых фотонов достигает регистратора с вероятностью p. Здесь:

$$n = \left(\frac{E_T}{h\nu}\right) \qquad (10)$$

и

$$p = \eta_q \eta_t G_t \sigma \left(\frac{1}{4\pi R^2}\right)^2 A_r \eta_r T_a^2 T_c^2. \qquad (11)$$

При этом случайное число ξ фотоэлектронов, достигших регистратора, описывается биномиальным распределением вида:

$$P\{\xi = m\} = C_n^m p^m q^{n-m}, \qquad (12)$$

где C_n^m – число сочетаний из n элементов по m, $q = 1 - p$.

Для распределения (12) значения $E\xi$ математического ожидания (далее – МО) и дисперсии $D\xi$ определяются известными соотношениями:

$$E\xi = np \qquad (13)$$

и

$$D\xi = npq \qquad (14)$$

Выражения (9) и (13) тождественны.

Значения параметров n и p, необходимые для наших оценок, можно получить из табл. 2, приведенной в [1]. Различные сочетания значений (лучших и худших случаев) чисел излучаемых n и принимаемых $E\xi$ фотоэлектронов дают для p значения в диапазоне $1{,}8\cdot10^{-19}$–$2{,}3\cdot10^{-15}$. Поскольку эта оценка получена для конкретной системы (станция MOBLAS, работающая со спутниковой системы LAGEOS), предположим для p несколько более широкий диапазон возможных значений:

$$p \sim 10^{-20} – 10^{-14}, \qquad (15)$$

при котором справедливо условие $p << 1$. Поскольку при этом $q \sim 1$, значения МО (13) и дисперсия (14) близки между собой, т.е. в практических задачах оба эти параметра могут оцениваться величиной (9).

Однако проблема вероятностных оценок состоит в непригодности выражения (12) для вычислений в связи с большими (порядка 10^{17}) значениями n. Данное затруднение можно обойти путем использования вместо формулы (12) известных приближений, справедливых в различных областях значений МО и дисперсии (то есть для различных средних уровней (9) сигнала).

Случай «больших» сигналов. Большие значения n при отличии значения p от нуля и единицы соответствуют условиям теоремы Муавра – Лапласа, согласно которой при:

$$npq \geq 20 \qquad (16)$$

для распределений (12) можно пользоваться выражением:

$$P\{\xi = m\} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(m-a)^2}{2\sigma^2}} \qquad (17)$$

или выражением:

$$P\{m_1 \leq \xi \leq m_2\} = \frac{1}{2}\left[\Phi(m_2) - \Phi(m_1)\right], \qquad (18)$$

Таблица 1

Формулы для расчета распределений амплитуд отраженных сигналов, выбираемые в зависимости от средней эффективности (чисел фотонов на один импульс лазера)

Номер диапазона	Средняя интенсивность ($n_{pe} = E\xi = \lambda$)	Вид распределения (номер формулы)
1	$n_{pe} << 1$	(21), (22)
2	$n_{pe} \le 10$	(20)
3	$10 < n_{pe} < 20$	(26), (27)
4	$n_{pe} \ge 20$	(17), (18)

где $a = E\xi$, $\sigma^2 = D\xi$ и $\Phi(m) = \frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_0^m e^{\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}}dt$.

Условие (16) характерно для достаточно больших амплитуд сигналов, различение которых на фоне оптического шума не должно составлять проблемы. Будем называть эту область амплитуд областью «больших» сигналов.

Случай «малых» сигналов. При выполнении условия:

$$\lambda = np \le 10 \tag{19}$$

распределение (12) приводится к формуле Пуассона вида:

$$P\{\xi = m\} = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}. \tag{20}$$

Последняя используется для потока сигналов и в обзоре [1] (как формула (3.7.1)).

В случае $\lambda <$ 1 (см. пример в конце статьи) из вычислений по формуле (20) можно видеть, что основной вклад в регистрируемый сигнал обеспечивают одиночные фотоны, причем вероятности двух и более фотонов пренебрежимо малы. Тот факт, что сигнал либо отсутствует, либо представлен единичным фотоном, позволяет использовать для представления потока сигналов и более простой вид вероятностных распределений – известный как распределение альтернативной случайной величины:

$$\xi = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ Q & 1-Q \end{pmatrix}. \tag{21}$$

Случайная величина (21) принимает значение «0» с вероятностью Q и значение «1» с вероятностью $1-Q$. При необходимости строгого применения распределения (2–14) под значением «1» можно понимать не только один фотон, но и импульс, состоящий из любого количества фотонов. Величина вероятности Q может быть определена непосредственно из выражения (12) с помощью приближенного равенства:

$$P\{\xi = 0\} = Q = (1-p)^n \cong 1 - \lambda. \tag{22}$$

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины (21) выражаются соотношениями:

$$E\xi = 1 - Q, \tag{23}$$

$$D\xi = (1-Q)Q, \tag{24}$$

которые соответствуют величинам, определяемым выражениями (13), (14) и (18).

Область «средних» сигналов. В области неохваченных выше «средних» амплитуд, т.е. для сигналов, характеризуемых соотношением вида:

$$10 < npq \approx np < 20, \tag{25}$$

можно использовать универсальные оценки для «хвостов» интегрального распределения Бернулли (рассмотрение методов оценки «хвостов» распределения Бернулли можно найти в [4]) вида:

$$P\{\xi \ge m\} \le \frac{m(1-p)}{(m-np)^2} \approx \frac{m}{(m-E\xi)^2} \tag{26}$$

(справедливое для всех $m > np$)

и $$P\{\xi \le m\} \le \frac{(n-m)p}{(np-m)^2} \approx \frac{E\xi - mp}{(E\xi - m)^2} \tag{27}$$

(справедливое для всех $m < np$).

Таким образом, амплитудные распределения сигнала могут быть представлены, в зависимости от его средней интенсивности, различными аналитическими выражениями, сведенными в табл. 1.

Важное практическое значение представляет диапазон № 2. Из соответствующих ему распределений Пуассона (приведенных далее в табл. 2) можно видеть, как с увеличением λ от сотых долей до значений порядка единицы и выше происходит переход от слабых индетерминированных сигналов к уверенному практически детерминированному приему. Вероятность сигналов с нулевой амплитудой при этом стремится к нулю. Эти особен-

Таблица 2

Распределения Пуассона – вероятности значений m числа фотоэлектронов при заданных средних интенсивностях λ

m/λ	0,01	0,025	0,1	1	3	5	10
0	0,99	0,975	0,905	0,368	0,05	$6{,}738\cdot10^{-3}$	$4{,}54\cdot10^{-5}$
1	$9{,}9\cdot10^{-3}$	0,024	0,09	0,368	0,149	0,034	$4{,}54\cdot10^{-4}$
2	$4{,}95\cdot10^{-5}$	$3{,}048\cdot10^{-4}$	$4{,}524\cdot10^{-3}$	0,184	0,224	0,084	$2{,}27\cdot10^{-3}$
3	$1{,}65\cdot10^{-7}$	$2{,}54\cdot10^{-6}$	$1{,}508\cdot10^{-4}$	0,061	0,224	0,14	$7{,}567\cdot10^{-3}$
4	$4{,}125\cdot10^{-10}$	$1{,}587\cdot10^{-8}$	$3{,}77\cdot10^{-6}$	0,015	0,168	0,175	0,019
5	$8{,}25\cdot10^{-13}$	$7{,}937\cdot10^{-11}$	$7{,}54\cdot10^{-8}$	$3{,}066\cdot10^{-3}$	0,101	0,175	0,038
6	$1{,}375\cdot10^{-15}$	$3{,}307\cdot10^{-13}$	$1{,}257\cdot10^{-9}$	$5{,}109\cdot10^{-4}$	0,05	0,146	0,063
7	0	$1{,}181\cdot10^{-15}$	$1{,}795\cdot10^{-11}$	$7{,}299\cdot10^{-5}$	0,022	0,104	0,09
8	0	0	$2{,}244\cdot10^{-13}$	$9{,}124\cdot10^{-6}$	$8{,}102\cdot10^{-3}$	0,065	0,113

ности поведения распределения Пуассона затрагиваются также в примере, рассматриваемом в конце статьи.

ВЕРОЯТНОСТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ШУМА. РАЗЛИЧИЕ ИМПУЛЬСНОГО СИГНАЛА И ШУМА. ВОЗМОЖНОСТИ АМПЛИТУДНОЙ СЕЛЕКЦИИ

Интенсивность генерирования фоновых (шумовых) фотоэлектронов характеризуется (см. выражение (3.6.1) в [1]) параметром Λ следующего вида:

$$\Lambda = \frac{\eta_q P_B}{h\nu} = \frac{\eta_q}{h\nu} N_\lambda(\delta\lambda)\Omega_r A_r \eta_r, \qquad (28)$$

где η_q – квантовая эффективность детектора, P_B – мощность фона, попадающего в фотодетектор, $h\nu$ – энергия фотона (которая совпадает с центром полосы приемника), N_λ – спектр фонового излучения в физических единицах вида Ватт/м^2·А·стерадиан, $\delta\lambda$ – ширина спектра волнового фильтра, Ω_r – поле видения приемника в стерадианах, A_r и η_r – эффективная область приемника и эффективность его оптики. Определяющий постоянную (для данных погодных и других условий) интенсивность шума параметр Λ входит в распределение амплитуд шумовых импульсов, которое также (аналогично распределению сигналов при условии их малости) является пуассоновским (для доказательства данного факта используются известные соображения о так называемом простейшем (или стационарном *пуассоновском*) потоке событий при условии его одновременной стационарности, ординарности и отсутствии последействия). Однако импульсы полезного сигнала характеризуются известной пространственно-временной привязкой (то есть параметр λ в выражении (20) представляет МО интенсивности фотонов на зондирующий импульс), в то время как фоновые фотоны возникают с постоянной интенсивностью Λ в единицу времени.

Таким образом, и сигнальные, и фоновые импульсы формально описываются одним и тем же распределением (20), параметр λ которого может являться средней интенсивностью как сигнала, так и шума. В связи с такой формальной аналогией уместно отметить физическое различие в характере сигнальных и шумовых импульсов. Если речь идет о сигнале, то распределение (20) с параметром λ, который далее будем обозначать λ_s, имея в виду тождество:

$$\lambda_s \equiv E\xi \equiv n_{pe}, \qquad (29)$$

представляет собой распределение амплитуд импульсов, выраженных в числах фотонов, приходящих одновременно. А описываемое той же формулой (20) распределение интенсивности фона с параметром λ, который далее будем обозначать λ_b, имея в виду его пропорциональность времени τ экспозиции:

$$\lambda_b = \Lambda\tau, \qquad (30)$$

представляет вероятности чисел фотонов, приходящих за время τ порознь.

Из (29) следует, что средняя интенсивность λ_s представляет собой результат того, что каждый из n зондирующих фотонов, излученных одновременно, возвращается и регистрируется с вероятностью p. Выражение (30) средней интенсивности фона отражает иную физическую природу: речь идет о потоке сингулярных событий, имеющих интенсивность Λ событий в секунду. Практическое использование данного обстоятельства для различения сигнала на фоне шума возможно при условии относительно высокой вероятности сигнальных

импульсов с амплитудами более одного фотоэлектрона. Из таблицы 2 можно увидеть, что это условие выполняется для распределений, параметр $\lambda = \lambda_s$ которых составляет значения порядка 3–5 и более. Эффективным способом отсечения шума при этом представляется использование порога. Рассмотрим данный вопрос подробнее.

Вероятность P_s регистрации сигнального импульса в зависимости от значения n_t порога (в значениях амплитуды, приведенных к числу фотоэлектронов) может быть представлена выражением:

$$P_s = 1 - e^{-\lambda_s} \sum_{m=0}^{n_t-1} \frac{(\lambda_s)^m}{m!}, \quad (31)$$

принимающим при отсутствии порога ($n_t = 1$) следующий вид:

$$P_s = 1 - e^{-\lambda_s}. \quad (32)$$

Из таблицы 2 можно увидеть, что выражение (31) дает значения вероятности P_s, близкие к 1, когда параметр λ_s превышает значение порога n_t примерно вдвое и более. А экспоненциальное выражение (32) дает значения, приблизительно равные величине λ_s, когда эта величина мала. Таким образом, имеем приближенное выражение:

$$P_s \approx \begin{cases} 1 & \text{ï ðè} \quad \dfrac{\lambda_s}{n_t} > 2, \\ \lambda_s & \text{ï ðè} \quad \lambda_s << 1, \quad n_t = 1. \end{cases} \quad (33)$$

Выражением (33) легко пользоваться для оценки надежности приема отраженных сигналов во всей области $\lambda_s \le 10$ (диапазон № 2 в табл. 1).

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ЧАСТОТЫ ЗОНДИРОВАНИЯ

Если каждый зондирующий импульс приводит к регистрации сигнала с вероятностью P_s, число зондирующих имп ульсов, которые необходимо подать до регистрации сигнала, представляет геометрическое распределение вида:

$$P\{\iota = i\} = P_s (1 - P_s)^{i-1}. \quad (34)$$

При этом математическое ожидание $E\iota$ распределения (34), определяемое выражением вида:

$$E\iota = \frac{1}{P_s}, \quad (35)$$

имеет смысл среднего количества зондирующих импульсов до регистрации сигнала. А поскольку случайное время τ_s ожидания очередного сигнала связано с номером ι соотношением $\tau_s = T_n \times \iota = \iota / F_n$, среднее время $E\tau_s$ между регистрациями сигнальных импульсов определяется соотношением вида:

$$E\tau_s = \frac{1}{P_s F_n}. \quad (36)$$

Из выражения (36) легко видеть, что при уверенном приеме (то есть при $P_s = 1$) среднее время $E\tau_s$ совпадает с периодом подачи зондирующих импульсов, а при малых сигналах (то есть с увеличением частоты зондирования) величина $E\tau_s$ становится постоянной. Действительно, при достаточном увеличении частоты импульсов лазера его мощность оказывается примерно постоянной и независящей от частоты. Поэтому энергия E_T (см. выражение (9)) отдельного импульса, а следовательно – и параметр интенсивности сигнала (см. тождество (29)), оказывается обратно пропорциональна частоте F_n:

$$\lambda_s = \frac{K_E}{F_n}, \quad (37)$$

где K_E – константа.

Учитывая (36), (37) и нижнее равенство (33), имеем для малых сигналов выражение:

$$E\tau_s = \frac{1}{K_E}. \quad (38)$$

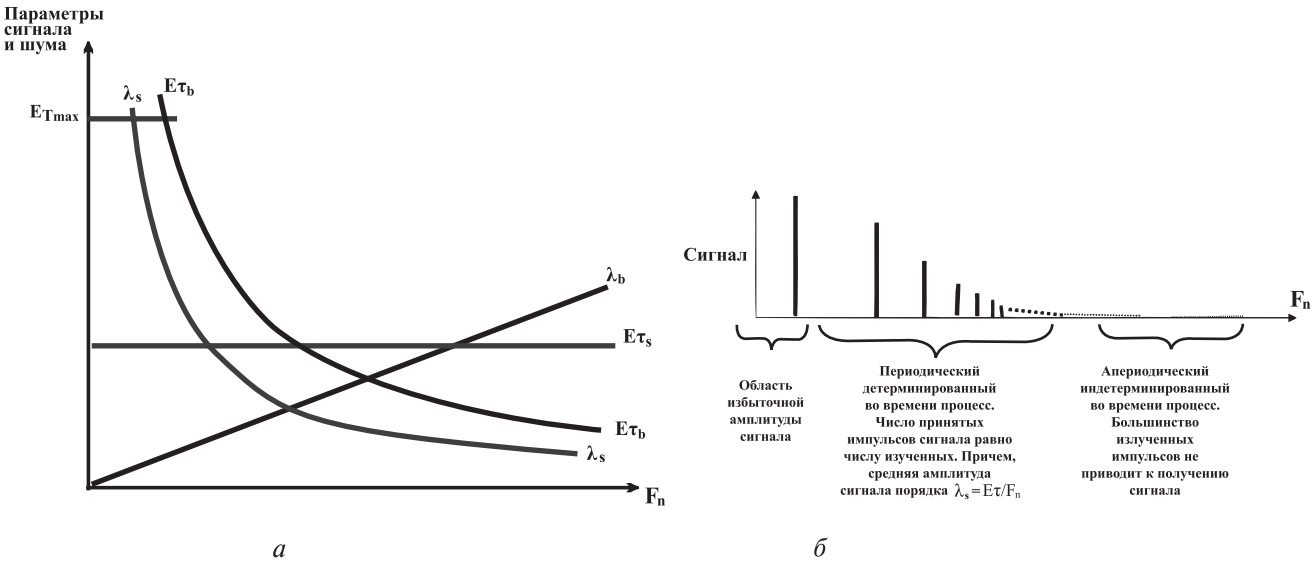
Независимость среднего времени ожидания сигнального импульса от частоты легко объясняется тем, что постоянство средней мощности лазера при изменении его частоты означает постоянство общего количества излучаемых, а следовательно – и принимаемых фотонов во времени. Иначе говоря, увеличение частоты в области $\lambda_s < 1$ не приводит к увеличению числа физических носителей полезной информации.

Для математического ожидания $E\tau_b$ временных промежутков между импульсами фона (также представляющими пуассоновский поток) аналогичное выражение имеет вид:

$$E\tau_b = \frac{1}{\Lambda} \quad (39)$$

в случае неиспользования дополнительной информации целеуказания (об ожидаемом времени и направлении прихода отраженного сигнала). При этом оба временных параметра ((38) и (39)) оказываются величинами, независящими от частоты зондирования.

Если же доступна дополнительная информация о местоположении навигационного спутника,



а *б*

Рис. 2. Изменение параметров сигнала и шума, а также характера сигнала:
а — параметров сигнала и шума, *б* — характера сигнала

прием сигналов естественно ограничивать экспозицией в течение соответствующего времени τ_G путем стробирования оптического приемника.

При этом интенсивность λ_{b1} фоновых импульсов на одно стробирование есть величина

$$\lambda_{b1} = \Lambda \tau_G , \qquad (40)$$

а средняя интенсивность λ_b фона в единицу времени при стробировании с частотой F_n определится соотношением вида:

$$\lambda_b = \lambda_{b1} F_n = \Lambda \tau_G F_n . \qquad (41)$$

В этом случае математическое ожидание $E\tau_b$ имеет вид:

$$E\tau_b = \frac{1}{\Lambda \tau_G F_n} . \qquad (42)$$

Таким образом, в области малых сигналов повышение частоты зондирования приводит к пропорциональному ухудшению отношения «сигнал — шум». Это является следствием роста времени экспозиции (см. (42)) при постоянстве величины $E\tau_s$ (см. (38)). Характер изменения соответствующих параметров графически представлен на рис. 2.

При постоянстве средней мощности лазера постоянным оказывается и среднее время $E\tau_s$ между приходом фотоэлектронов сигнала (рис. 2, *а*). При этом средняя интенсивность λ_s отдельных сигналов обратно пропорциональна частоте лазера. В то же время интенсивность λ_b фона прямо пропорциональна частоте, так как увеличение частоты ведет к пропорциональному росту суммарного времени экспозиции, или обратно пропорциональна среднему времени $E\tau_b$ между регистрациями фотоэлектронов оптического шума.

На рисунке 2, *б*, показан характер сигнала. При постоянстве (независимости от частоты лазера) среднего количества излученных электронов постоянно и среднее количество принятых. Однако в области больших частот и малых сигналов последние представляют собой единичные, в основном, фотоэлектроны, которые приходят, к тому же, не всякий раз. А в области относительно низких частот то же среднее во времени количество фотоэлектронов поступает крупными порциями больших сигналов. Причем при достаточно низкой частоте лазера амплитуда сигналов может оказаться избыточной в смысле нерационального использования мощности лазера. Другими ограничениями частоты F_n снизу могут быть предельная энергия E_{Tmax} лазера в одном импульсе (см. рис. 2, *а*) и максимальный период между измерениями.

ПРИМЕР

Рассмотрим лазерный дальномер «Сажень-ТМ» [3], который характеризуется величиной $n_{pe} = \frac{1}{30-50}$ фотонов на импульс при частоте F_n = 300 Гц. Будем использовать для n_{pe} обозначение λ_s (в соответствии с тождеством (29)) и положим для определенности λ_s = 0,025.

При таком значении параметра λ (см. табл. 1) можно пользоваться как выражением (20), так и формулами (21), (22).

Таблица 3

Вариации параметров дальномера «Сажень-ТМ»*

$\lambda_s(F_n)$	1 (7,5)	3 (2,5)	5 (1,5)	10 (0,75)
P_D	0,387	0,409	0,736	0,9897
$E\xi_t$	0,081	1,73	4,38	9,97

Примечание: * – вероятности P_D регистрации отраженных сигналов и математические ожидания $E\xi_t$ их амплитуд при интенсивностях $\lambda_s(F_n)$, соответствующих частотам F_n лазера, в Герцах. Значения приведены для случая использования амплитудного порога эквивалентной величиной в 4 фотоэлектрона.

Используя любой из этих способов оценки, можем легко убедиться, что 97,5% зондирующих импульсов лазера не дают отраженного сигнала. Очевидно, что прием и различение столь редких сигналов требуют использования специального статистического анализатора. Помимо необходимой при этом задержки времени на статистическую обработку, проблема выделения столь редких (порядка двух на сто зондирующих импульсов лазера) сигналов связана с возможностью сбоев в процессе сопровождения цели.

Действительно, чтобы получить в статистическом анализаторе различимый пик из 10 зарегистрированных импульсов при заданной $\lambda_s = 0{,}025$, требуется в среднем 10/0,025 = 400 зондирующих импульсов лазера. При заданной частоте $F_n = 300$ Гц это соответствует периоду накопления (не считая времени последующей обработки гистограммы), при котором результат получается со средней частотой 0,75 Гц. Если же просто понизить частоту зондирующих импульсов до тех же, например, 0,75 Гц, интенсивность λ_s, возрастающая при этом до величины порядка 10, будет достаточной (см. табл. 2) для уверенного приема без дополнительной обработки. В таблице 3 представлены различные варианты изменения частоты зондирования.

Значения $\lambda_s(F_n)$ интенсивности λ_s как функции частоты F_n (в верхней строке таблицы) заданы в соответствии с выражением (37). Значения соответствующих вероятностей P_D регистрации отраженного сигнала определяются из очевидного выражения, слагаемые которого приведены в табл. 2.

$$P_D = 1 - e^{\lambda_s} \sum_{m=0}^{n_t - 1} \frac{(\lambda_s)^m}{m!}, \qquad (43)$$

где n_t – амплитудный порог (в числе фотоэлектронов).

Математическое ожидание $E\xi_t$ сигнала (нижняя строка табл. 3) при наличии порога n_t может быть определено с помощью следующего выражения:

$$E\xi_t = \lambda_s - \sum_{m=0}^{n_t - 1} mP(\lambda_s, m), \qquad (44)$$

где $P(\lambda_s, m)$ – распределение (20).

Из таблицы 3 (рассчитанной для $n_t = 4$) можно видеть, что повышение интенсивности сигнала за счет снижения частоты дает возможность относительно более уверенного приема сигналов даже в том случае, когда средняя интенсивность остается ниже уровня порога (см. столбец значений P_D и $E\xi_t$ при $\lambda_s = 3$, $F_n = 2{,}5$ Гц). Снижение же частоты зондирования до 0,75 Гц при том же амплитудном пороге обеспечивает сигналы средней величины в 9,97 фотоэлектронов, регистрируемые с вероятностью 0,99.

ВЫВОДЫ

Таким образом, получены следующие результаты и рекомендации (в порядке разделов данной статьи).

1. Показана независимость максимальной температуры от частоты зондирующих импульсов, что позволяет выбирать эту частоту из соображений оптимального соотношения сигнала и шума.
2. Предложены способы представления амплитудных распределений сигнала для различных интенсивностей последнего (табл. 1 и 2).
3. Рассмотрены возможности амплитудной селекции сигнала (использование пороговых устройств), использующие характерные различия сигнала и шума. Обоснован рекомендуемый уровень амплитудного порога в 3–5 фотонов.
4. Исследованы зависимости от частоты зондирования среднего времени ожидания прихода сигнального импульса и для аналогичных временных параметров шума. Показано, что в области малых сигналов повышение частоты зондирования приводит к ухудшению отношения сигнала к шуму.
5. В качестве конкретного примера рассмотрен дальномер «Сажень-ТМ», параметры которого оказываются далеки от оптимума. Показана эффективность снижения частоты зондирования и использования амплитудной селекции сигнала.

Литература

1. *Degnan J.J.* Millimeter accuracy satellite laser ranging: a review // Contributions of space geodesy to geodynamics: technology, geodynamics series / Eds. D.E. Smith, D.L. Turcotte. – AGU Geodynamics Series. – Vol. 25. – 1993. – P. 133–162.
2. *Одуан К., Гино Б.* Измерение времени. Основы GPS. – М.: Техносфера, 2002.
3. Сокровища из ларца // Вестник ОАО ЦНПО «Каскад». – 2006. – № 10(21).
4. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. – М.: Мир, 1964.